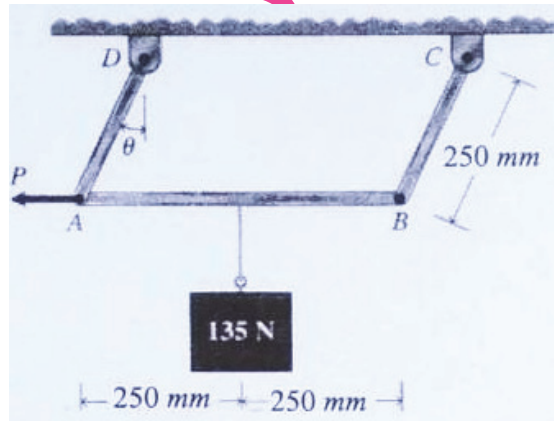


109 年公務人員普通考試試題

等 別：四等考試
 類 科：土木工程
 科 目：工程力學概要

一、如圖示，兩平行桿件 AD 與 BC 長度均為 250mm，且與鉛錘方向夾角為 $\theta=30^\circ$ 水平桿件 AB 長度為 500mm 於中點懸掛一物體重 135N，桿件不計重量且端點均為鉸接，求平衡時所以之水平拉力為何？(25 分)



考題難易：★★

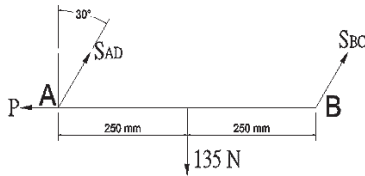
破題關鍵：

1. AD 及 BC 桿為二力桿。
2. 以 AB 桿自由體依靜力平衡方程式求解。

【擬答】：

AD 及 BC 桿為二力桿，設桿件內力為 S_{AD} 及 S_{BC} 為拉力。

由 AB 桿自由體



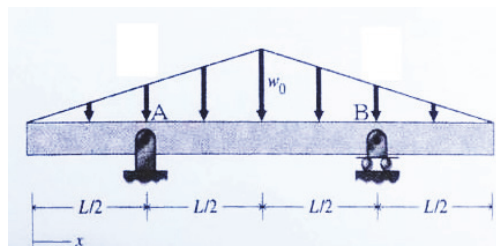
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 135 \times 250 - S_{BC} \times \cos 30^\circ \times 500 = 0 \Rightarrow S_{BC} = 77.94N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_{AD} \times \cos 30^\circ + S_{BC} \times \cos 30^\circ - 135 = 0 \Rightarrow S_{AD} = 77.94N$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P - S_{AD} \times \sin 30^\circ - S_{BC} \times \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow P = 77.94N$$

答：平衡時所需水平力為 77.94N

二、如圖示，長度為 $2L$ 之梁，A 點為鉸接 B 點為滾接，承受三角形分布力作用，試繪出其剪力圖與彎矩圖，並標示出最大、最小之剪力與彎矩大小及其位置。(25 分)



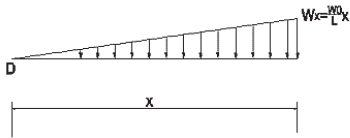
考題難易：★★★★

破題關鍵：

1. 由於均布載重為線性分布載重，可知剪力圖為二次曲線，彎矩圖為三次曲線。
2. 繪製圖形時可將載重與反力分開繪製後再加總為最後結果。
3. 以 $\frac{dV}{dx} = -w$ 及 $\frac{dM}{dx} = V$ 求各段剪力圖及彎矩圖曲線函數。

【擬答】：

A 及 B 支承反力為 $\frac{1}{2}w_0L$ 向上



在 x 處載重為 $w_x = \frac{x}{L}w_0$

梁為對稱故取左側一半的梁分析
僅考慮均布載重之剪力圖及彎矩圖

$$V_{x1} - 0 = - \int_0^x \frac{x}{L}w_0 dx \Rightarrow V_{x1} = -\frac{x^2}{2L}w_0 \quad (0 \leq x \leq L)$$

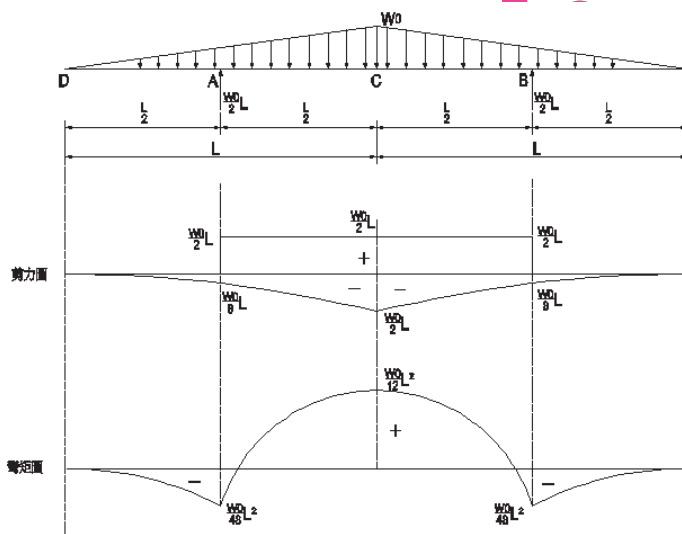
$$M_{x1} - 0 = \int_0^x -\frac{x^2}{2L}w_0 dx \Rightarrow M_{x1} = -\frac{x^3}{6L}w_0 \quad (0 \leq x \leq L)$$

僅考慮反力之剪力圖及彎矩圖

$$V_{x2} = \frac{1}{2}w_0L \quad (\frac{L}{2} \leq x \leq L)$$

$$M_{x2} = \frac{1}{2}w_0L(x - \frac{L}{2}) \quad (\frac{L}{2} \leq x \leq L)$$

由以上 $V_{x1} + V_{x2}$ 及 $M_{x1} + M_{x2}$ 可得剪力圖及彎矩圖如下所示



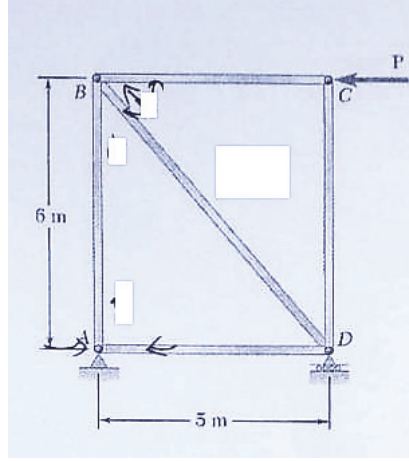
答：最大剪力位於 A 點右側為 $\frac{3}{8}w_0L$

公職王歷屆試題 (109 普考)

最小剪力位於 C 點為 0

最大彎矩位於 C 點為 $\frac{1}{12}w_0L^2$

三、圖示桁架，於點 C 承受一水平力 P 作用，已知桿件 BD 之斷面積為 1920mm^2 ，楊氏係數為 200Gpa ，且其伸長量不得大於 0.8mm ，求最大作用力 P 為何？(25 分)



考題難易：★★

破題關鍵：

1. CD 桿為零桿。

2. 以節點法求 BD 桿內力，再以軸力桿件變形公式 $\delta = \frac{NL}{AE}$ 求出 P 值。

3. 注意單位的換算。

【擬答】：

CD 桿為零桿，設 S_{AB} 及 S_{BD} 為拉力。

由整體結構平衡

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow V_A \times 3 - 6 \times P = 0 \Rightarrow V_A = 2P(\uparrow)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A - P = 0 \Rightarrow H_A = P(\rightarrow)$$

由 A 點平衡

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_{AB} + 2P = 0 \Rightarrow S_{AB} = -2P(\text{壓力})$$

由 B 點平衡

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow S_{BD} \times \frac{1}{\sqrt{5}} - P = 0 \Rightarrow S_{BD} = \sqrt{5}P(\text{拉力})$$

$$L_{BD} = 3\sqrt{5} \text{ m}$$

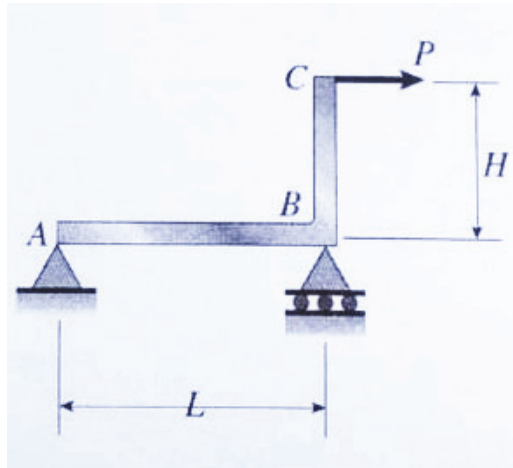
依題意條件

$$\delta = \frac{S_{BD}L_{BD}}{AE} = \frac{\sqrt{5}P \times 3\sqrt{5} \times 10^3}{1920 \times 200 \times 10^3} \leq 0.8 \text{ mm} \Rightarrow P \leq 20480 \text{ N}$$

答：最大作用力 $P = 20480 \text{ N}$

公職王歷屆試題 (109 普考)

四、圖示桿件 ABC，AB 長 L，BC 長 H，撓曲剛度 EI 為常數，A 端為鉸接支承，B 點為滾接支承，於 C 點承受水平力 P 作用，求 C 點水平位移及 B 點轉角。(25 分)



【擬答】：

考題難易：★★★★

破題關鍵：

1. 題目未給 AE 所以不考慮軸向變形。
2. 結構為非直線梁以單位載重法求變位。

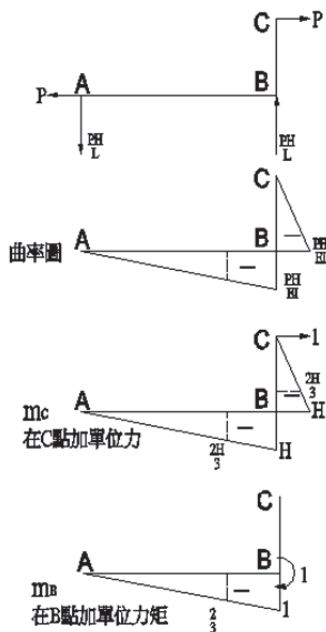
【擬答】：

支承反力

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_A \times L + PH = 0 \Rightarrow V_A = -\frac{PH}{L} (\downarrow)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A + P = 0 \Rightarrow H_A = P (\leftarrow)$$

單位載重法曲率圖及單位載重彎矩圖如圖所示



C 點水平位移

$$\Delta_C = -\frac{1}{2} \times \frac{PH}{EI} \times L \times \left(-\frac{2}{3}H\right) + \left(-\frac{1}{2} \times \frac{PH}{EI} \times H\right) \times \left(-\frac{2}{3}H\right)$$

$$\Rightarrow \Delta_C = \frac{1}{3} \frac{P}{EI} H^2(L + H) (\rightarrow)$$

B 點轉角

$$\theta_B = -\frac{1}{2} \times \frac{PH}{EI} \times L \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3} \frac{P}{EI} HL (\sim)$$

答：C 點水平位移 $\Delta_C = \frac{1}{3} \frac{P}{EI} H^2(L + H)$ 向右

$$B \text{ 點轉角 } \theta_B = \frac{1}{3} \frac{P}{EI} HL (\sim)$$

志光保成學儒 快速考取 全方位智慧服務系統



線上.線下 給您 最強大的支援

手機APP系統
考情.開課.預約補課.試題輕鬆掌握

能力指標檢測系統
線上測驗同時診斷你章節強弱

線上模擬考 平時測驗
定期檢視學習成效修正學習方向

線上考前重點下載
考前大補帖,重點一點通

歷屆試題.解題典藏
最完整各類國考試題及解題題庫

國考加分學習資訊網
最新考情.時事精闢分析,即時加分

問題解惑 試題演練

實力分析 即時資訊



YouTube™ 公職王影音頻道
考題剖析、考前重點等加值內容線上看

數位/在家補課系統
課程可重複觀看解決學習疑問

名師申論批改
授課名師批閱提升寫作能力

時事專題講座
最新修法時事彙整即時補充重點

筆記借閱
重點科目筆記借閱有效複習上課進度

落點分析
由上榜各科成績分析設定個人得分值

WIFI教室/自修教室
最舒暢的閱讀空間,亦可線上自助補課