

109 年公務人員普通考試試題

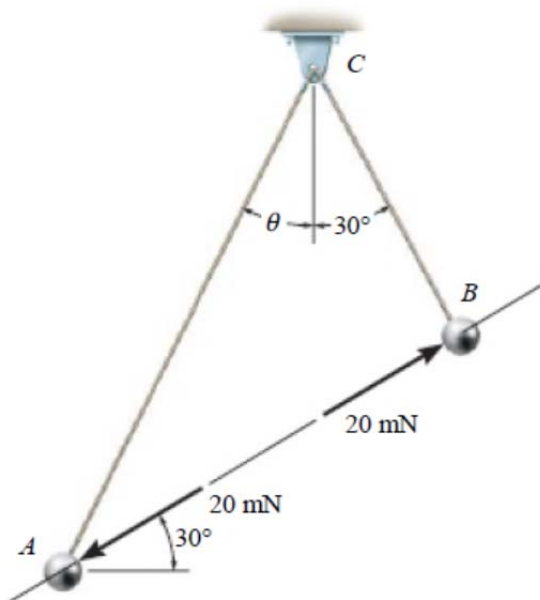
類 科：機械

科 目：機械力學概要

一、如圖所示，兩個球 A 和 B 具有相等的質量並帶有靜電，因此作用在它們之間的排斥力的大小為 20mN，並沿線 AB 指向。試求：

(一)繩索 AC 和 BC 的張力角度 θ ；(16 分)

(二)每個球體的質量 m。(4 分)

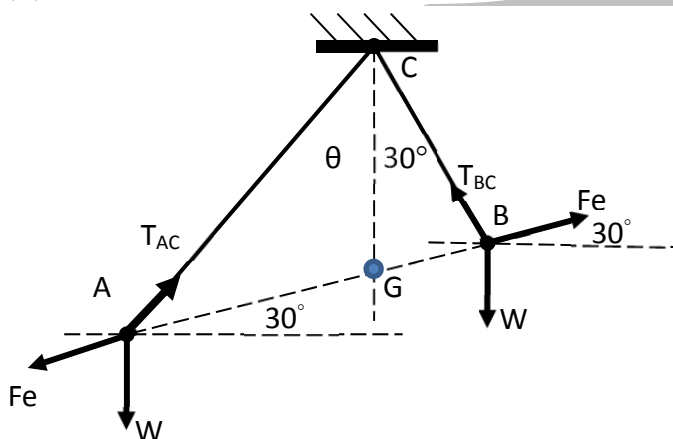


【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★。
2. 《破題關鍵》：靜力學-質點平衡。

【擬答】

1. 力圖



2. 取 B 球的自由體圖

$$\sum F_x = 0 \quad \begin{matrix} + \\ \rightarrow \end{matrix} \Rightarrow 20 \cos 30^\circ - T_{BC} \sin 30^\circ = 0 \quad \therefore T_{BC} = 20\sqrt{3}(mN)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \begin{matrix} + \\ \uparrow \end{matrix} \Rightarrow T_{BC} \cos 30^\circ + 20 \sin 30^\circ - W = 0 \quad \therefore W = 27.32(mN)$$

$$W = mg \quad \therefore m = \frac{27.32(mN)}{9.81(m/sec^2)} = 2.785 \times 10^{-3}(kg) = 2.785(g)$$

3. 取 A 球的自由體圖

公職王歷屆試題 (109 普通考試)

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \Rightarrow T_{AC} \sin \theta - 20 \cos 30^\circ = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow \Rightarrow T_{AC} \cos \theta - 20 \sin 30^\circ - 27.32 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \tan \theta = \frac{20 \cos 30^\circ}{10 + 27.32} = 0.464 \quad \therefore \theta = \tan^{-1} 0.464 = 24.90^\circ$$

$$\theta = 24.90^\circ \quad \text{代入(1)} \quad \therefore T_{AC} = 41.14(mN)$$

ANS :

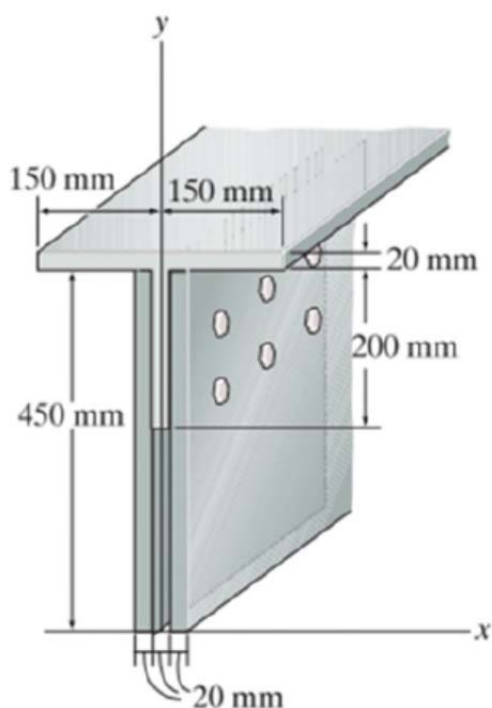
(一)繩索 AC 和 BC 的張力分別為 $T_{AC}=41.14(mN)$ 與 $T_{BC}= 20\sqrt{3}(mN)$,
角度 $\theta = 24.90^\circ$ 。

(二)球體的質量 m 為 2.785 公克。

二、如圖所示為一組合梁之橫截面，試求：

(一)橫截面的形心坐標位置；(10 分)

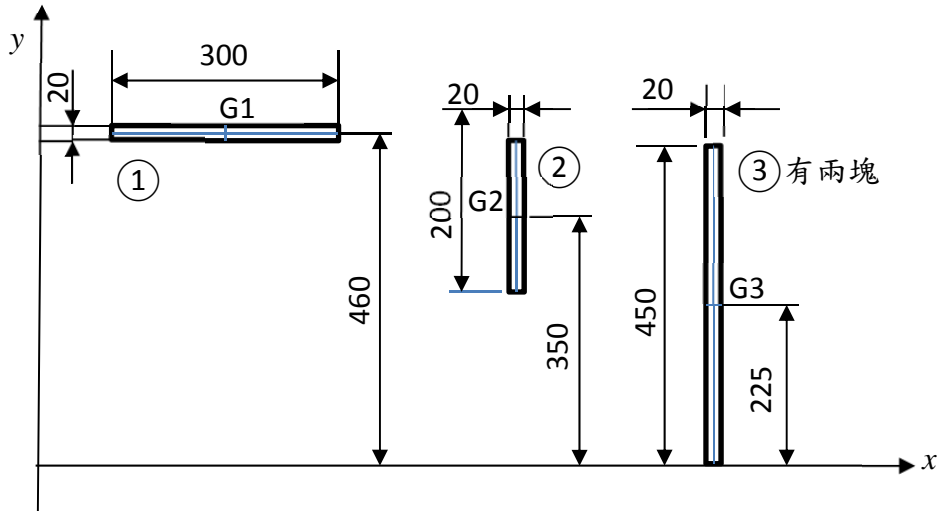
(二)橫截面對 x 軸的慣性矩 I_x 。(10 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★。
2. 《破題關鍵》：靜力學-重心與慣性矩。

【擬答】



(一)橫截面的形心坐標位置：

因為左右對稱 y 軸，所以形心必在 y 軸上；

$$A_1 = 20 \times 300 = 6000(mm^2)$$

$$A_2 = 200 \times 20 = 4000(mm^2)$$

$$A_3 = 450 \times 20 = 9000(mm^2)$$

$$\bar{y} = \frac{A_1 \times y_1 + A_2 \times y_2 + 2A_3 \times y_3}{A_1 + A_2 + 2A_3} = \frac{6000 \times 460 + 4000 \times 350 + 2 \times 9000 \times 225}{6000 + 4000 + 2 \times 9000}$$

$$\bar{y} = 293.21(mm)$$

(二)橫截面對 x 軸的慣性矩 I_x ：

$$I_{x1} = \frac{300 \times 20^3}{12} + 6000 \times 460^2 = 200000 + 1269600000 = 1269800000(mm^4)$$

$$I_{x2} = \frac{20 \times 200^3}{12} + 4000 \times 350^2 = 13333333.33 + 490000000 = 503333333.33(mm^4)$$

$$I_{x3} = \frac{20 \times 450^3}{3} = 607500000(mm^4)$$

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + 2I_{x3} = 1269800000 + 503333333.33 + 2 \times 607500000 = 2988133333.33(mm^4)$$

ANS：

(一)橫截面的形心坐標位置 $\bar{y} = 293.21(mm)$

(二)橫截面對 x 軸的慣性矩 $I_x = 2988133333.33(mm^4)$

三、已知當駕駛員踩下行駛速度為 10km/h 的輕型卡車的制動器時，它會在停止前滑動 3 m。當駕駛員踩下制動器時，如果卡車以 80km/h 的速度行駛，試求它將會在停止前滑動多遠？(20 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★。
2. 《破題關鍵》：動力學-質點運動學。

【擬答】

假設輕型卡車的質量與制動力都維持不變，末速度 V 都為 0；

$$V_1 = 10 \left(\frac{km}{hr} \right) = 2.78(m/sec), V_2 = 80 \left(\frac{km}{hr} \right) = 22.22(m/sec)$$

公職王歷屆試題 (109 普通考試)

$$V^2 = V_1^2 + 2aS_1 \Rightarrow a = -\frac{2.78^2}{2 \times 3} = -1.29 \left(\frac{m}{sec^2}\right)$$

$$V^2 = V_2^2 + 2aS_2 \Rightarrow S_2 = \frac{22.22^2}{2 \times 1.29} = 191.37(m)$$

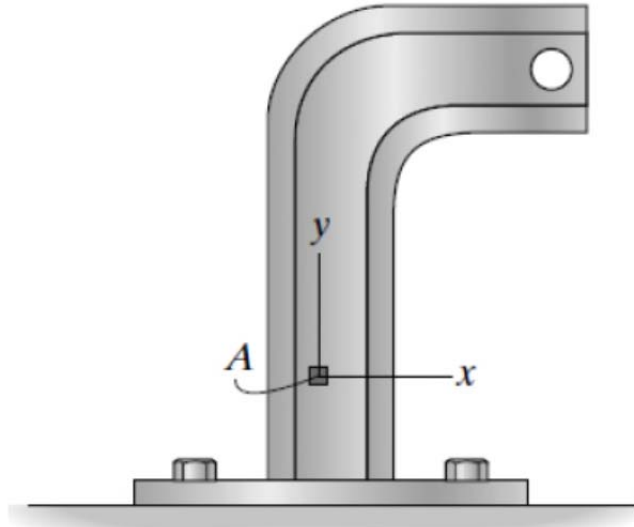
ANS :

卡車以 80km/h 的速度行駛時，它將會在停止前滑動 191.37 公尺。

四、支架上點 A 的應變具有分量 $\varepsilon_x=300(10^{-6})$ ， $\varepsilon_y=550(10^{-6})$ 。假設支架之楊氏係數 (Young's modulus) $E=250GPa$ 和蒲松氏比 (Poisson's ratio) $\nu=0.30$ ，試求點 A 的：

(一) 應力 σ_x 和 σ_y ； (10 分)

(二) 最大剪應力值 τ_{max} 。 (10 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★。
2. 《破題關鍵》：材料力學-平面應力與平面應變。

【擬答】

(一) 應力 σ_x 和 σ_y ：

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}\sigma_y \Rightarrow 300 \times 10^{-6} = \frac{\sigma_x}{250 \times 10^3} - \frac{0.30}{250 \times 10^3}\sigma_y \dots\dots\dots (1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}\sigma_x \Rightarrow 550 \times 10^{-6} = \frac{\sigma_y}{250 \times 10^3} - \frac{0.30}{250 \times 10^3}\sigma_x \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) + \frac{(2)}{\nu} \Rightarrow \varepsilon_x + \frac{\varepsilon_y}{\nu} = \left(\frac{1}{\nu} - \nu\right)\frac{\sigma_y}{E} \Rightarrow 300 \times 10^{-6} + \frac{550 \times 10^{-6}}{0.30} = \left(\frac{1}{0.30} - 0.30\right)\frac{\sigma_y}{250 \times 10^3}$$

∴ $\sigma_y = 175.82(MPa)$ 代入(1)可得 $\sigma_x = 127.75(MPa)$

另解：

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) = \frac{250 \times 10^3}{1 - 0.30^2} \times (300 \times 10^{-6} + 0.30 \times 550 \times 10^{-6}) = 127.75(MPa)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) = \frac{250 \times 10^3}{1 - 0.30^2} \times (0.30 \times 300 \times 10^{-6} + 550 \times 10^{-6}) = 175.82(MPa)$$

(二) 最大剪應力值 τ_{max} ：

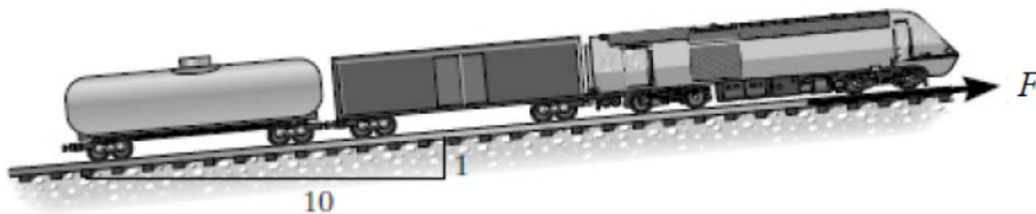
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{127.75 - 175.82}{2} = -24.04(MPa)$$

ANS :

(一) 應力 σ_x 和 σ_y 分別為 $\sigma_x = 127.75(MPa)$ ， $\sigma_y = 175.82(MPa)$

(二) 最大剪應力值 $\tau_{max} = -24.04(MPa)$

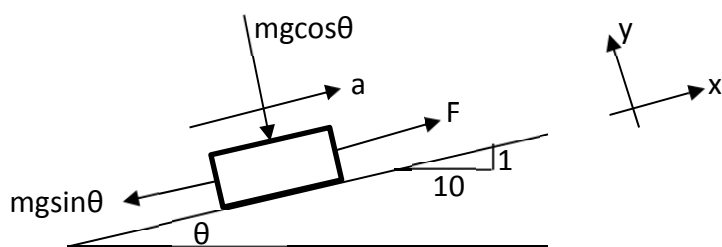
五、如圖所示，質量 $160 \times 10^3 \text{kg}$ 的火車從靜止開始朝向斜坡行駛。如果此時發動機施加的牽引力 F 是火車重量的 $1/8$ 倍，則當火車沿斜坡向上行駛 1 km 時，忽略滾動阻力，試求火車的速度為多少？(20 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★。
2. 《破題關鍵》：動力學-質點動力學。

【擬答】



已知：質量 $m = 160 \times 10^3 \text{kg}$ 的火車從靜止開始朝向斜坡行駛，牽引力 F 是火車重量的 $1/8$ 倍，令 $g = 9.81(\text{m}/\text{sec}^2)$

(1) 求火車爬坡的加速度 a

$$\sum F_x = ma \Rightarrow F - mg \sin \theta = ma \Rightarrow \frac{1}{8} mg - \frac{1}{\sqrt{10^2 + 1^2}} mg = ma$$

$$\therefore a = 0.0255g = 0.25(\text{m}/\text{sec}^2)$$

(2) 求當火車沿斜坡向上行駛 1 km 時，忽略滾動阻力，火車的速度 V_1 ：

$$V_1^2 = V_0^2 + 2aS \Rightarrow V_1 = \sqrt{0 + 2 \times 0.25 \times 1000} = 22.36(\text{m}/\text{sec})$$

ANS：當火車沿斜坡向上行駛 1 km 時，火車的速度 $V_1 = 22.36(\text{m}/\text{sec})$