

## 109 年公務人員高等考試三級考試試題

類科：教育行政

科目：教育測驗與統計

考試時間：2 小時

- 一、某教育測驗專家初擬一份僅含 5 題試題的成就測驗，經樣本預試後，發現其信度係數值僅達.40 而已，不符理想的狀態。他如果想獲得一份信度係數值高達.80 理想值的成就測驗，則根據斯布校正公式（Spearman-Brown formula），他還需要至少增加多少題什麼性質的試題才夠？請寫出計算程序並解釋結果。（25 分）

**【解題關鍵】**

《考題難易》★

《破題關鍵》斯布公式屬於課內基本題，許多年度皆有命題，去年 108 年地特四等有類似考題。

**【擬答】**

根據斯布公式： $r_{XX} = \frac{nr}{1+(n-1)r}$

$$\Rightarrow 0.8 = \frac{n \times 0.4}{1+(n-1) \times 0.4} \Rightarrow n = 6$$

此處成就測驗若要提升信度至 0.8，我們需要  $6 \times 5 = 30$  題試題，故需新增 25 題試題。並且斯布公式是由折半信度而來，而折半信度的重要假設是兩半測驗的變異量相等，所以此處新增的 25 題試題，要盡量在試題的品質與內容形式、試題所測量的特質都要保持一樣。

- 二、有一研究員擬隨機抽取三所學校樣本，進行「數學科成就測驗」的施測及成績優劣的評比。他預定 A 校抽取 20 名學生、B 校抽取 30 名學生、C 校抽取 10 名學生。經該數學科成就測驗的測試結果，該研究員計算出各校的成績如下：A 校平均 60 分、標準差 6 分；B 校平均 50 分、標準差 5 分；C 校平均 90 分、標準差 9 分。請問：

(一)全體樣本（共 60 名學生）的平均成績與變異數為何？（10 分）

(二)相較而論，那一所學校學生成績的個別差異較為嚴重？（15 分）請寫出計算過程並說明你的決定。

**【解題關鍵】**

《考題難易》★★★

《破題關鍵》多組平均數與變異數的合併雖屬課內問題，106 年地特三等有如出一轍的考題，但因為計算較為繁瑣，需平時就有演練才有機會做對，而且本題與 106 地特三等的差別在於採用樣本變異數，觀念需要清楚才能正確作答。除了 106 年地特三等完全相同考題外，97 年原特四等也有類似考題。

**【擬答】**

(一) 全體樣本平均數  $\bar{X} = \frac{20 \times 60 + 30 \times 50 + 10 \times 90}{60} = 60$

$$A校: S_A^2 = 6^2 = \frac{\sum X_A^2 - 20 \times 60^2}{20 - 1} \Rightarrow \sum X_A^2 = 19 \times 6^2 + 20 \times 60^2 = 72684$$

$$B校: S_B^2 = 5^2 = \frac{\sum X_B^2 - 30 \times 50^2}{30 - 1} \Rightarrow \sum X_B^2 = 29 \times 5^2 + 30 \times 50^2 = 75725$$

$$C校: S_C^2 = 9^2 = \frac{\sum X_C^2 - 10 \times 90^2}{10 - 1} \Rightarrow \sum X_C^2 = 9 \times 9^2 + 10 \times 90^2 = 81729$$

$$全體樣本變異數: S^2 = \frac{(\sum X_A^2 + \sum X_B^2 + \sum X_C^2) - 60 \times 60^2}{60 - 1} = 239.6271$$

(二) 若由標準差來看，C校個別差異較大

但考慮不同學校平均值的差異，以變異係數作為個別差異的比較

$$CV_A = \frac{6}{60} \times 100\% = 10\%$$

$$CV_B = \frac{5}{50} \times 100\% = 10\%$$

$$CV_C = \frac{9}{90} \times 100\% = 10\%$$

所以三所學校個別差異情況相同

三、某研究者嘗試進行翻轉教學法的教學實驗研究，為了能夠檢定該教學實驗的成效，他分別針對授課班級 40 名學生進行標準化成就測驗的前後測，測驗成績如下表所示。

		後測成績		
		不及格	及格	
前測成績	及格	2	18	20
	不及格	6	14	50
		8	32	40

請問：他能夠宣稱該教學實驗有成效嗎？請說明你的檢定程序及檢定結論（當  $\alpha = .05$  時，查表臨界點  $t = \pm 1.697$ 、 $\chi^2 = 3.84$ ）。（25 分）

**【解題關鍵】**

《考題難易》★

《破題關鍵》McNemar 考驗即相依樣本卡方考驗，屬課內基本內容，計算難度也屬偏易，是需要把握的題目。107 年普考、99 年原特四等、94 年地特四等與 91 年高考皆有命題。

**【擬答】**

此為相依樣本，採用 McNemar 考驗

$H_0$ : 前後測及格比例無改變

$H_1$ : 前後測及格比例有改變

$\alpha = 0.05$

考慮葉氏校正

$$\chi^2 = \frac{(|B-C|-1)^2}{B+C} = \frac{(|14-2|-1)^2}{14+2} = 7.2625 \in C$$

$$C: \{\chi^2 > \chi_{0.05}^2(1) = 3.84\}$$

拒絕  $H_0$ ，有顯著的證據說學前後測及格比例有改變

四、某位統計學家根據 81 名抽樣學生的努力程度 (X, 單位: 小時) 與學業成績 (Y, 單位: 分) 兩個變項分數, 建立起一條迴歸方程式及其估計參數如下所示:

$$\hat{Y} = 62.75 + 0.8 * X, R^2 = .81, \text{型一誤差 } \alpha = .05$$

其中, 方程式的截距項估計值 (I 值) 為 62.75, 斜率項估計值 (B 值) 為 0.8, 其估計標準誤 SE (B) 為 0.125, 整條方程式的決定係數為  $R^2 = .81$ 。請問: (每小題 5 分, 共 25 分)

(一) 經檢定結果, 該迴歸係數是否已達顯著 ( $\alpha = .05$  時, 查表臨界點  $t = \pm 2$ ) ?

(二) 努力程度 (X) 與學業成績 (Y) 兩個變項之間的相關係數是多少?

(三) 若某考生的努力程度為 10 小時, 則預測該考生的學業成績為幾分?

(四) 若將上述的 X 與 Y 兩變項均標準化後, 再求其迴歸方程式, 則方程式該如何表達?

(五) 若該統計學家想改以學業成績 (Y) 來預測努力程度 (X) 的話, 則該預測結果的標準化迴歸方程式應該如何表達?

**【解題關鍵】**

《考題難易》★★

《破題關鍵》相關與迴歸是近年來必考內容, 包括迴歸方程式的預測、標準化迴歸方程式、相關係數與決定係數的關係都是基本課內問題, 雖然第(一)題迴歸係數的考驗過去較少命題, 但可參考 97 年高考三等的類似範例(王瑋 教育統計 P.306-P.309 頁試題演練), 此題特別需要留意的是題目所給的估計標準誤與一般的稱呼不同, 須小心應答。除此之外, 本題與過去的考題形式類似, 如去年 108 年地特三等。

**【擬答】**

(一)  $H_0: b = 0 \quad H_1: b \neq 0$

$$T^* = \frac{\hat{b}}{S_b} = \frac{0.8}{0.125} = 6.4 \in C$$

$$C: \{|T^*| > t_{0.025}(79) = 2\}$$

拒絕  $H_0$ , 有顯著的證據說迴歸係數達統計顯著

註: 本題所述之估計標準誤為迴歸係數之標準誤, 非整體模型之估計標準誤。

(二) 相關係數為決定係數開根號, 且迴歸係數 B 為正值

$$\text{所以 } r_{X,Y} = +\sqrt{R^2} = \sqrt{0.81} = 0.9$$

(三)  $X = 10, \hat{Y} = 62.75 + 0.8 \times 10 = 70.75$  分

(四) 標準化迴歸方程式的截距為 0, 斜率為相關係數

$$\text{可表示為 } \hat{Z}_Y = 0.9 \times Z_X$$

(五) 自變項 X 與應變項 Y 交換，相關係數並不會改變

所以標準化迴歸方程式可表示為

$$\hat{Z}_X = 0.9 \times Z_Y$$

公  
職  
王