109 年公務人員高等考試三級考試試題

類　　科：經建行政、工業行政、農業行政、交通技術
科　　目：統計學
考試時間：2 小時

一、美國職棒大聯盟的世界大賽系列賽是採 7 戰 4 勝制，即兩對戰球隊先取得 4 勝者為世界冠軍。因此，此系列賽最少要打 4 場而最多要打到 7 場才能決定世界冠軍。如果某年世界大賽系列賽是由球隊 A 對上球隊 B，且給定每場比賽球隊 A 贏球機率及球隊 B 贏球機率皆為 0.5，即 5-5 波，且每場比賽結果皆彼此獨立。如果隨機變數 X 代表此系列賽總售票數，且總售票數與此系列賽的總比賽場數關係為：總售票數=6400×(總比賽場數)^2，例如，如果此系列賽總比賽場數為 4 場，則總售票數為 $6400\times4^2=102400$。請問本系列賽總比賽場數最可能為幾場以及算出 X 的期望值 E(X)，即本系列賽預計的總售票數。(10 分)

【解題關鍵】
《考題難易》：★
《解題關鍵》：負二項分配, 基本題

【擬答】

比賽 4 場之機率 $P=2\left[C_3^3(0.5)^4\right]=0.125$

比賽 5 場之機率 $P=2\left[C_3^4(0.5)^5\right]=0.25$

比賽 6 場之機率 $P=2\left[C_3^5(0.5)^6\right]=0.3125$

比賽 7 場之機率 $P=2\left[C_3^6(0.5)^7\right]=0.3125$

㈠最有可能比較場次為 6 場或 7 場

㈡$E(x)=\sum x f(x)=6400\times4^2\times0.125+6400\times5^2\times0.25+6400\times6^2\times0.3125+6400\times7^2\times0.3125$
$=222800$(張)

二、若一新生產機台其故障時間服從一平均值為 λ(天)的指數分配(exponential distribution)。假定 p_1 為此機台連續運轉不故障超過 3 天) 的機率，(p_2 為給定此機台已連續運轉 2 天不故障情形下再連續運轉超過 1 天不故障的條件機率，且 $\log(p_2)-\log(p_1)=4$，其中 log(a)為數字 a 的自然對數值。試算出此生產機台在 12 小時內故障的機率。(指數 e=2.718) (10 分)

【解題關鍵】
《考題難易》：★★
《解題關鍵》：指數分配常考題型

【擬答】

$X\sim\exp(\frac{1}{\lambda})\Rightarrow f(x)=\frac{1}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}}$，x > 0

$p_1=\int_3^\infty\frac{1}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}}dx=-e^{-\frac{x}{\lambda}}\Big|_3^\infty=e^{-\frac{3}{\lambda}}$

$P_2=p(x>3|x>2)=p(x>1)=\int_1^\infty\frac{1}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}}dx=-e^{-\frac{x}{\lambda}}\Big|_1^\infty=e^{-\frac{1}{\lambda}}$

$\Rightarrow\log(p_2)-\log(p_1)=\log e^{-\frac{1}{\lambda}}-\log e^{-\frac{3}{\lambda}}=\frac{2}{\lambda}=4\Rightarrow\lambda=\frac{1}{2}$

$\therefore f(x)=2e^{-2x}$，$x>0$

$\Rightarrow p(x<\frac{1}{2})=\int_0^{\frac{1}{2}}2e^{-2x}dx=-e^{-2x}\Big|_0^{\frac{1}{2}}=1-e^{-1}=0.632$

三、下列是關於最大概似估計量(maximum likelihood estimator)以及最小變異不偏估計量(minimum variance unbiased estimator)的問題。

㈠考慮下列隨機變數 X 其機率密度函數(probability density function)：

$$f(x)=\begin{cases}f_1(x),x\le 1\\ f_2(x),x>1\end{cases}=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{\frac{-(x-1)^2}{2\sigma^2}},x\le 1\\ \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{\frac{-(x-1)^2}{8\sigma^2}},x>1\end{cases}$$

其中 $f_1(x)$為一平均值為 1 及標準差為 σ 的常態機率密度函數(normal probability density function),而 $f_2(x)$為一平均值亦為 1 及標準差為 2σ 的常態機率密度函數。

下列為一組服從上述機率分配所得的隨機樣本：

2	5	3	0	-2	-3	7

請算出 σ^2 之最大概似估計量的值。(10 分)

㈡若某一次國家考試其某考試科目共有 25 題單選題，隨機變數 X 代表考生答對題數，且 X 之分配是每題答對機率為 p 的二項式分配 (binomial distribution)，下列是隨機取得 6 個考生答對題數資料：

12	15	20	10	5	13

根據上述資料，請算出 X 的標準差之最大概似估計量的值及 p 的最小變異不偏估計量的值。(10 分)

【解題關鍵】
《考題難易》：★★★
《解題關鍵》：求最大概似估計式及 MLE 的固定性和 MVUE, 題目有變化, 考生須注意

【擬答】

㈠設 $X_i\leqq 1$，$Y_i>1$

$$L(\sigma^2)=\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^3 e^{-\frac{\sum_{i=1}^{3}(x_i-1)^2}{2\sigma^2}}\right]\times\left[\left(\frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^4 e^{-\frac{\sum_{i=1}^{4}(Y_i-1)^2}{8\sigma^2}}\right]$$

$$=\frac{1}{16}\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{7}{2}} e^{-\frac{4\sum_{i=1}^{3}(x_i-1)^2+\sum_{i=1}^{4}(Y_i-1)^2}{8\sigma^2}}$$

$$\Rightarrow \ln L(\sigma^2)=\ln\left[\frac{1}{16}(2\pi\sigma^2)^{-\frac{7}{2}} e^{-\frac{4\sum_{i=1}^{3}(x_i-1)^2+\sum_{i=1}^{4}(Y_i-1)^2}{8\sigma^2}}\right]$$

$$=\ln\frac{1}{16}-\frac{7}{2}\ln 2\pi-\frac{7}{2}\ln\sigma^2-\frac{4\sum_{i=1}^{3}(x_i-1)^2+\sum_{i=1}^{4}(Y_i-1)^2}{8\sigma^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln L(\sigma^2)}{\partial\sigma^2}=-\frac{7}{2\sigma^2}+\frac{4\sum_{i=1}^{3}(x_i-1)^2+\sum_{i=1}^{4}(Y_i-1)^2}{8\sigma^4}$$

$$=\frac{-28\sigma^2+4\sum_{i=1}^{3}(x_i-1)^2+\sum_{i=1}^{4}(Y_i-1)^2}{8\sigma^4}=0$$

$$\Rightarrow \hat{\sigma}^2{}_{MLE}=\frac{4\sum_{i=1}^{3}(x_i-1)^2+\sum_{i=1}^{4}(Y_i-1)^2}{28}$$

$$=\frac{4\left[(0-1)^2+(-2-1)^2+(-3-1)^2\right]+\left[(2-1)^2+(5-1)^2+(3-1)^2+(7-1)^2\right]}{28}$$

$$=5.75$$

(二)

1.

$(x_1,x_2,......,x_m)iid\ b(n=25,\mathrm{P})$

且$\hat{p}_{MLE}=\frac{\overline{\mathrm{X}}}{n}=\frac{12.5}{25}=0.5$

其中$\overline{\mathrm{X}}=\frac{12+15+......+13}{6}=12.5$

又$\sigma_x=\sqrt{npq}$，由MLE的固定性

$\Rightarrow$ X的標準差之最大概似估計量為$\sqrt{npq}=\sqrt{25\times0.5\times0.5}=2.5$

2.

$$E(\hat{p})=E\left(\frac{\overline{X}}{n}\right)=\frac{E(\overline{X})}{n}=\frac{np}{n}=P$$

$$Var(\hat{p})=Var\left(\frac{\overline{X}}{n}\right)=\frac{Var(\overline{X})}{n^2}=\frac{1}{n^2}\times\frac{np(1-p)}{m}=\frac{p(1-p)}{nm}$$

$$\text{又} f(x\text{；p})=\mathrm{C}_x^n \mathrm{P}^x(1-\mathrm{p})^{n-x}$$

$$\Rightarrow \ln f(x\text{；p})=\ln\left[\mathrm{C}_x^n \mathrm{P}^x(1-\mathrm{p})^{n-x}\right]=\ln \mathrm{C}_x^n+x\ln P+(n-x)\ln(1-P)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln f(x\text{；p})}{\partial \mathrm{P}}=\frac{x}{p}-\frac{n-x}{1-p}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \ln f(x\text{；}p)}{\partial p^2}=-\frac{x}{p^2}-\frac{n-x}{(1-p)^2}$$

$$\Rightarrow CRLB=\frac{1}{-mE\left[\frac{\partial^2 \ln f(x\text{；}p)}{\partial p^2}\right]}$$

$$=\frac{1}{-mE\left[-\frac{x}{p^2}-\frac{n-x}{(1-p)^2}\right]}=\frac{p(1-p)}{nm}=\mathrm{var}(\hat{p})$$

$$\therefore p\text{的MVUE為}\hat{p}_{MLE}=\frac{\overline{\mathrm{X}}}{n}=0.5$$

四、一保險公司精算人員利用下列簡單線性迴歸模型來建立某美食外送平台，其外送員車險理賠金額(Y)與理賠請求機車騎行里程數(X)之間的關係：

$y_i=\beta_0+\beta_1 x_i+\in_i$，$i=1,\ldots,20$

其中 y_i（單位為千元）為第 i 件理賠請求的理賠金額，而 x_i（單位為千公里）為第 i 件理賠請求機車之騎行里程數，共計 20 件理賠請求；隨機誤差$\in_i,\ldots,\in_{20}$為彼此獨立，期望值為 0 變異數皆為 σ^2 的常態分配。根據上述 20 件理賠請求，且利用最小平方法（least squares method）來估計 β_0 及 β_1，得到下列資訊：$x_1,\ldots,x_{20}$ 與 $y_1,\ldots,y_{20}$ 的相關係數為 0.693，$y_1,\ldots,y_{20}$ 之變異數為 $x_1,\ldots,x_{20}$ 之變異數的 0.52 倍，估計迴歸關係式為：

$\hat{Y}=0.5+0.5X$

㈠請算出判定係數(coefficient of determination) R^2。(2 分)

㈡在顯著水準 $\alpha=0.05$，利用 F 檢定法檢定 H_0：$\beta_1=0$ 對 H_1：$\beta_1\neq0$。(4 分)

㈢在顯著水準 $\alpha=0.05$，利用 t 檢定法檢定 H_0：$\beta_1\geq1$ 對 H_1：$\beta_1<0$。(4 分)

【解題關鍵】
《考題難易》：★
《解題關鍵》：簡單迴歸分析, 公式熟記應可拿分

【擬答】

㈠$R^2=r^2=0.693^2=0.480249$

㈡

$$\begin{cases} H_0\text{: } \beta_1 = 0 \\ H_1\text{: } \beta_1 \neq 0 \end{cases}$$

$$SST = SS_Y = (n-1)S_Y^{\ 2} = 19 \times 0.52Sx^{\ 2} = 9.88\,Sx^{\ 2}$$

$$SSR = \hat{\beta}_1^{\ 2} \quad SSx = 0.5^2 \times 19\ \ Sx^2 = 4.75Sx^2$$

$$SSE = SST - SSR = 5.13Sx^{\ 2}$$

$$F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{\frac{SSR}{1}}{\frac{SSE}{n-2}} = \frac{4.75Sx^2}{\frac{5.13Sx^2}{18}} = 16.67$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow C = \left\{F \middle| F > F_{0.05}(1,18) = 4.4139\right\}$$

因為$F = 16.67 \in C \Rightarrow ReHo$

結論：有證據顯示$\beta_1 \neq 0$

㈢

$$\begin{cases} H_0\text{: } \beta_1 \geq 0 \\ H_1\text{: } \beta_1 < 0 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow C = \left\{t \middle| t < -t_{0.05}(18) = -1.734\right\}$$

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\frac{MSE}{SSX}}} = \frac{0.5-1}{\sqrt{\frac{0.285Sx^2}{19Sx^2}}} = -4.082 \in C \Rightarrow ReHo$$

結論：有證據顯示$\beta_1 < 1$

五、下列是關於母體平均以及母體比率之估價與檢定的問題：

㈠假定某地區的每日最高溫服從一平均值為 μ 及標準差為 4 的常態分配。針對下列假設，H_0：μ=28 對 H_1：μ=30，隨機取得 16 筆此地區當日最高溫資料。估計量 $\overline{X}$ 為樣本平均值。給定下列 3 種檢定法：

最高溫資料。估計量為樣本平均值。給定下列種檢定法：

檢定法 A：若 $\overline{X}>c$ 則拒絕 H_0，反之則不拒絕 H_0；

檢定法 B：若 $\overline{X}>30.17$ 則拒絕 H_0，反之則不拒絕 H_0；

檢定法 C：若 $\overline{X}<30.5$ 則拒絕 H_0，反之則不拒絕 H_0。

已知檢定法 A 之檢定力（power）為 0.1587，且設定顯著水準為 α=0.015，請計算 c 的值並決定上述 3 個檢定法那一個或那一些符合設定並有最大檢定力。(10 分)

㈡一軟體公司欲比較一新版軟體是否較舊版軟體更能有效率執行程式；假定 μ_1 為舊版軟體執行測試程式的平均執行時間，而 μ_2 為新版軟體執行測試程式的平均執行時間，且 $x_1,\ldots,x_6$ 為舊版軟體執行測試程式之執行時間的隨機資料，而 $y_1,\ldots,y_6$ 為新版軟體執行測試程式之執行時間的隨機資料。給定下列資訊：$x_1,\ldots,x_6$ 之平均值為 7 且變異數為 5.6，而 $y_1,\ldots,y_6$ 之平均值為 6 且變異數為 2.4，$x_1,\ldots,x_6$ 與 $y_1,\ldots,y_6$ 之相關係數為 0。請分別用獨立樣本（independent samples）t 檢定法，即將 $x_1,\ldots,x_6$ 與 $y_1,\ldots,y_6$ 視為獨立樣本，及成對樣本（paired samples or matched samples）t 檢定法，即將（x_1,y_1），…，（x_6,y_6）視為成對樣本，在顯著水準 μ=0.01，檢定 H_0：$\mu_1 \leqq \mu_2-2.5$ 對 H_1：$\mu_1>\mu_2-2.5$。（10 分）

㈢某民調機構欲比較候選人 A 的支持率 p_1 與候選人 B 的支持率 p_2 的差異。下列是此民調機構關於兩候選人支持度的兩份問卷：

問卷	調查人數	支持此候選人人數
關於候選人 A 的問卷	4900	2450
關於候選人 B 的問卷	4900	n

已知根據上述問卷所得 p_1-p_2 之 95%信賴區間其長度為 0.0392，以及候選人 A 的支持人數大於候選人 B 的支持人數，即 n<2450。請算出 n 的值，並利用上述問卷得到 p_2 的 95%信賴區間。（10 分）

【解題關鍵】
《考題難易》：★★
《解題關鍵》：平均數的假設檢定及比例的信賴區間

【擬答】

㈠

$$\begin{cases} H_0: \mu=28 \\ H_1: \mu=30 \end{cases}$$

檢定法 A 之 power=1-β=P(ReHo│Ho 為假)

$$=P(\bar{x}>C\,|\,\mu=30)=p(z>\frac{c-30}{\frac{4}{\sqrt{16}}})=0.1587$$

$$\text{由查表得}\frac{c-30}{\frac{4}{\sqrt{16}}}=1\Rightarrow C=31$$

$$\Rightarrow \text{A之}\alpha=\text{P}(\text{R}eHo|Ho\text{為真})=\text{P}(\bar{x}>31\,|\,\mu=28)=P(z>\frac{31-28}{\frac{4}{\sqrt{16}}})=P(z>3)=0.0013$$

檢定法 B：

$$\alpha=P(\overline{X}>30.17|\mu=28)=P(z>\frac{30.17-28}{\frac{4}{\sqrt{16}}})=P(z>2.17)=0.015$$

$$power=P(\overline{X}>30.17|\mu=30)=P(z>\frac{30.17-30}{\frac{4}{\sqrt{16}}})=P(z>0.17)=0.4325$$

檢定法 C：

$$\alpha = P(\overline{X} < 30.5 | \mu = 28) = P(z < \frac{30.5-28}{\frac{4}{\sqrt{16}}}) = P(z < 2.5) = 0.9938$$

$$power = P(\overline{X} < 30.5 | \mu = 30) = P(z < \frac{30.5-30}{\frac{4}{\sqrt{16}}}) = P(z < 0.5) = 0.6915$$

因為檢定法 A，B 之 α 不超過 0.015

所以符合設定，且 B 之 power 較大⇒檢定法 B 有最大檢定力

㈡

*1.*獨立樣本

設母體為常態且變異數相同

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 \le \mu_2 - 2.5 \\ H_1: \mu_1 > \mu_2 - 2.5 \end{cases}$$

$$S_P{}^2 = \frac{(n_1-1)S_1{}^2 + (n_2-1)S_2{}^2}{n_1+n_2-2} = \frac{5\times5.6+5\times2.4}{10} = 4$$

$$\alpha = 0.01 \Rightarrow C = \{t \mid t > t_{0.01}(10) = 2.764\}$$

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{Sp^2}{n_1} + \frac{Sp^2}{n_2}}} = \frac{(7-6)-(-2.5)}{\sqrt{\frac{4}{6}+\frac{4}{6}}} = 3.031 \in C \Rightarrow \text{Re}\, Ho$$

結論：有證據顯示$\mu_1 > \mu_2 - 2.5$

*2.*成對樣本

設母體為常態

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 \le \mu_2 - 2.5 \\ H_1: \mu_1 > \mu_2 - 2.5 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.01 \Rightarrow C = \{t | t > t_{0.01}(5) = 3.365\}$$

$$\overline{D} = \overline{X}_1 - \overline{X}_2 = 7 - 6 = 1$$

$$S_D{}^2 = S^2{}_{X-Y} = S_X{}^2 + S_Y{}^2 = 5.6 + 2.4 = 8$$

$$t = \frac{\overline{D} - \mu_D}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}} = \frac{1-(-2.5)}{\sqrt{\frac{8}{6}}} = 3.03 \notin C \Rightarrow not\ \text{Re}Ho$$

結論：沒有證據顯示$\mu_1 > \mu_2 - 2.5$

㈢

$$e = Z_{0.025}\sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1}+\frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}}$$

$$\Rightarrow 0.0196 = 1.96\sqrt{\frac{0.5\times 0.5}{4900}+\frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{4900}}$$

$$\Rightarrow \hat{P}_2 = 0.4$$

$$\text{即}\hat{P}_2 = \frac{n}{4900} = 0.4 \Rightarrow n = 1960$$

$\Rightarrow P_2$信賴度95%之信賴區間為

$$(\hat{P}_2 - Z_{0.025}\sqrt{\frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n2}}，\hat{P}_2 + Z_{0.025}\sqrt{\frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n2}})$$

$$\Rightarrow (0.4-1.96\sqrt{\frac{0.4\times 0.6}{4900}}，0.4+1.96\sqrt{\frac{0.4\times 0.6}{4900}})$$

$$\Rightarrow (0.3863，0.4137)$$

六、欲比較 3 種品牌汽車其耗油程度，給定 A 品牌汽車其每公升行駛平均里程數為 μ_1，B 品牌汽車其每公升行駛平均里程數為 μ_2，而 C 品牌汽車其每公升行駛平均里程數為 μ_3。每種品牌各隨機抽測 8 台汽車並得到其每公升行駛里程數。下列是關於此 3 組樣本其相關資訊以及利用這 3 組樣本所做的統計分析：
此 3 組樣本其平均值為 A 品牌之平均里程數最大，而 B 品牌之平均里程數最小，此 3 組樣本其標準差皆相同，檢定 H_0：$\mu_1=\mu_2$ 對 H_1：$\mu_1\neq\mu_2$ 的獨立樣本 t 檢定其 t 統計量絕對值為 2，檢定 H_0：$\mu_2=\mu_3$ 對 H_1：$\mu_2\neq\mu_3$ 的獨立樣本 t 檢定其 t 統計量絕對值為 1。在顯著水準 α=0.05，請利用單因子變異數分析法（one-way ANOVA）來檢定此 3 種品牌汽車其耗油程度是否一致，即檢定 H_0：$\mu_1=\mu_2=\mu_3$ 對：H_1：μ_1、μ_2 以及 μ_3 並不完全相等。（10 分）

【解題關鍵】
《考題難易》：★★★
《解題關鍵》：單因子變異數分析, 題目有變化須注意

【擬答】

$$\begin{cases} H_0: \mu_1=\mu_2=\mu_3 \\ H_1: \mu i\text{不全相同} \end{cases}，\text{設}S_1^{\ 2}=S_2^{\ 2}=S_3^{\ 2}=S_P^{\ 2}$$

1.

$$\begin{cases} H_0: \mu_1=\mu_2 \\ H_1: \mu_1\neq\mu_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_P^{\ 2}}{n_1}+\frac{S_P^{\ 2}}{n_2}}} = \frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_P^{\ 2}}{8}+\frac{S_P^{\ 2}}{8}}} = 2$$

$$\Rightarrow \overline{X}_1-\overline{X}_2 = S_P \Rightarrow \overline{X}_1 = \overline{X}_2 + S_P$$

2.

$$\begin{cases} H_0: \mu_2 = \mu_3 \\ H_1: \mu_2 \neq \mu_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{\overline{X}_3 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_P^2}{n_3} + \frac{S_P^2}{n_2}}} = \frac{\overline{X}_3 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_P^2}{8} + \frac{S_P^2}{8}}} = 1$$

$$\Rightarrow \overline{X}_3 - \overline{X}_2 = \frac{1}{2} S_P \Rightarrow \overline{X}_3 = \overline{X}_2 + \frac{1}{2} S_P$$

$$\Rightarrow \overline{X}.. = \frac{\overline{X}_2 + S_P + \overline{X}_2 + \overline{X}_2 + \frac{1}{2} S_P}{3} = \overline{X}_2 + \frac{1}{2} S_P$$

$$\text{SSTR} = \sum n_i (\overline{X}_i - \overline{X}..)^2 = 8(\frac{1}{2} S_P)^2 + 8(-\frac{1}{2} S_P)^2 + 0 = 4S_P^2$$

$$\text{SSE} = \sum (n_i - 1) S_i^2 = 7S_P^2 + 7S_P^2 + 7S_P^2 = 21S_P^2$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow C = \{F | F > F_{0.05}(2, 21) = 3.4668\}$$

$$F = \frac{\text{MSTR}}{\text{MSE}} = \frac{\frac{4S_P^2}{2}}{\frac{21S_P^2}{21}} = 2 \notin C \Rightarrow not \ \text{Re}\,\text{H}o$$

結論：沒有證據顯示 3 種品牌汽車耗油程度不全相同

七、根據一份國人讀報偏好之報告指出，最常看 A 報的比率為 p_1=0.25，B 報的比率為 p_2=0.2，C 報的比率為 p_3=0.15，D 報的比率為 p_4=0.15，而其他報的比率為 p_5=0.25。下列是一份關於民眾看報的問卷資料：

最常看報紙	A 報	B 報	C 報	D 報	其他報
人數	225	215	160	125	275

在顯著水準 α=0.1，利用上述問卷資料以及卡方檢定（chi-squared test）來驗證上述報告是否可靠，即檢定：

H_0：p_1=0.25、p_2=0.2、p_3=0.15、p_4=0.15、p_5=0.25 對 H_1：並非 p_1=0.25、p_2=0.2、p_3=0.15、p_4=0.15、p_5=0.25。（10 分）

【解題關鍵】
《考題難易》：★
《解題關鍵》：卡方適合度檢定, 基本題

【擬答】

$$\begin{cases} H_0: \quad P_1 = 0.25, P_2 = 0.2, P_3 = 0.15, P_4 = 0.15, P_5 = 0.25 \\ H_1: \text{並非} P_1 = 0.25, P_2 = 0.2, P_3 = 0.15, P_4 = 0.15, P_5 = 0.25 \end{cases}$$

	A 報	B 報	C 報	D 報	其他報
o_i	225	215	160	125	275
e_i	250	200	150	150	250

$$\alpha = 0.1 \Rightarrow C = \{\chi^2 | \chi^2 > \chi^2_{0.1}(4) = 7.779434\}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(225-250)^2}{250} + ... + \frac{(275-250)^2}{250} = 10.958 \in C \Rightarrow \mathrm{Re}\, Ho$$

結論：有證據顯示並非 $P_1=0.25$，$P_2=0.2$，$P_3=0.15$，$P_4=0.15$，$P_5=0.25$