

## 109 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：土木工程

科 目：測量學

一、請試述偶然誤差和系統誤差的差異性，又儀器誤差、讀數誤差、縱角指標差、水準尺尺長誤差、瞄準誤差各可歸類為何種誤差？並請說明如何減低或消除偶然誤差或系統誤差對測量成果的影響。(25 分)

**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：偶然誤差、系統誤差。重點提要：誤差特性、資料處理方式。

**【命中特區】**

書名：測量學 上課教材(2019 年版)

作者：賴明

章節出處：第一章 測量概論 之 第 3 節 測量誤差、精度與數據處理。

**【擬答】：**

(一)請試述偶然誤差和系統誤差的差異性

1. 偶然誤差：本質是相消差

(1) 出現誤差之情況有正有負，其正、負誤差出現之機率是相等。

(2) 較小之誤差出現的機率較高，大誤差出現之機率較低。

(3) 出現大誤差的次數較少，出現小誤差的次數較多。

(4) 具常態分佈的特性，其曲線為常態分佈曲線。

2. 系統誤差：本質是累積差

(1) 發生誤差大小相同，具有同方向性，亦即，同為正或是同為負。

(2) 會隨觀測次數累積而增大，故亦稱為累積誤差。

(二)儀器誤差、讀數誤差、縱角指標差、水準尺尺長誤差、瞄準誤差之誤差種類

1. 儀器誤差：可歸類為系統誤差

2. 讀數誤差：可歸類為偶然誤差

3. 縱角指標差：可歸類為系統誤差

4. 水準尺尺長誤差：可歸類為系統誤差

5. 瞄準誤差：可歸類為偶然誤差

(三)減低或消除偶然誤差或系統誤差的方法

1. 減低偶然誤差的方法：採用重複觀測的方式，以減低偶然誤差的影響。

增加同一觀測量之觀測次數，計算最或是值及其標準差（中誤差或標準偏差），可減小偶然誤差。例如：某一角度或長度或高程，如觀測一次或一測回，得標準差 $\pm\sigma_1$ ；重複觀測

N 次或 N 測回，經由誤差傳播定律之分析，得知其標準差降為 $\pm\frac{\sigma_1}{\sqrt{N}}$

2. 減低或消除系統誤差的方法

(1) 於測量前：應小心校正儀器，以消除系統誤差。

例如：水準儀的定樁法(視準軸校正)，經緯儀與全測站儀的一次縱轉法、二次縱轉法等校正方法。

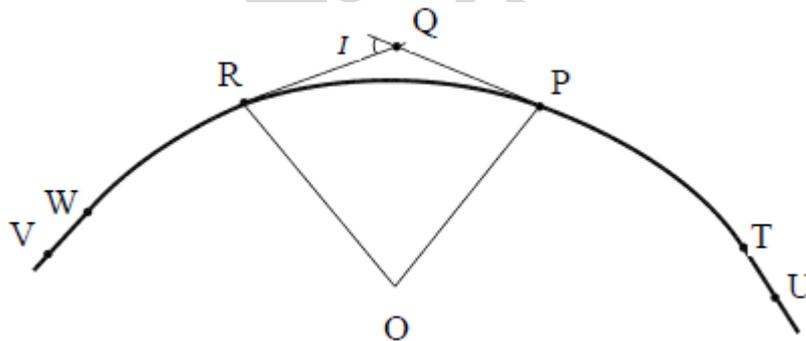
(2) 於測量中：採用適當的觀測方法，以消除系統誤差。例如：

## 公職王歷屆試題 (109 高考三等考試)

- ① 經緯儀與全測站儀觀測：採正倒鏡觀測取平均，可消除水平角觀測之橫軸誤差、視準軸誤差、視準軸偏心誤差；以及縱角觀測之指標差。
  - ② 水準儀觀測：採前視距離=後視距離，可消除視準軸誤差與兩差。
  - ③ 經緯儀、全測站觀測：採用對向觀測，以消除兩差(地球曲率差與大氣折光差)。
  - ④ GPS 觀測：採用同步觀測的方式(一次差、二次差、三次差)，以消除時鐘誤差。採用雙頻觀測的方式，以消除電離層誤差。
- (3) 於測量後：以數學模式計算閉合差，再改正觀測量。例如：
- ① 閉合導線、附和導線：角度與縱橫距之平差改正。
  - ② 閉合水準、附和水準、單線水準：後視、前視或高程差之平差改正。
  - ③ 直接量距：量距改正。
  - ④ 電子測距：長度之歸化改正。

二、克羅梭曲線 (clothoid curve) 上，某一點的曲率半徑  $r$  和從曲線起點 (和直線段接壤處) 到該點的曲線長  $l$  之乘積為一個常數  $C$  的平方，即  $r \times l = C^2$ ，它常做為緩和曲線使用。今一條公路 (示意圖如下)，在圓弧曲線 PR 兩端各設置一條克羅梭曲線做為緩和曲線，兩條克羅梭曲線 TP 和 RW 的參數  $C$  分別為 600 公尺和 450 公尺，T 點為其中一條克羅梭曲線的起點，其里程數為  $120^k + 330$ ，而圓弧曲線的切線長  $\overline{PQ} = \overline{QR}$  等於 288.68 公尺，圓弧曲線兩切線的交角  $I$  為  $60^\circ$ ， $O$  為圓心， $UT$  和  $WV$  為直線段，其中  $U$  點的里程數為  $120^k + 100$ 。試求圓弧曲線半徑、 $TP$  和  $RW$  克羅梭曲線長度， $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $W$  四點的里程數。

(註：所有長度計算至公分，公分以下四捨五入) (25 分)



### 【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》關鍵字：克羅梭曲線、圓弧曲線 (單曲線)。  
重點提要：兩曲線銜接點的半徑相同。

### 【命中特區】

書名：測量學 上課教材(2019 年版)

作者：賴明

章節出處：第七章第 2 節路線測量之二、單曲線之組成及計算方法。

### 【擬答】：

(一) 計算圓弧曲線半徑  $R_O$

切線長  $T' = \overline{PQ} = \overline{QR} = 288.68m$ ，圓弧曲線交角  $I = 60^\circ$

$$\therefore T' = R_O \times \tan \frac{I}{2}, 288.68 = R_O \times \tan \frac{60^\circ}{2}, R_O = \frac{288.68}{\tan 30^\circ} = 500.00m = \text{圓弧曲線半徑}$$

(二)計算 TP 和 RW 克羅梭曲線長度

$$\because r \times l = C^2, l = \frac{C^2}{r} \quad \text{又, 克羅梭曲線的 P,R 點銜接圓弧曲線} \quad \therefore l = \frac{C^2}{R_0}$$

$$1. \text{TP 克羅梭曲線長度 } l_1 : l_1 = \frac{C_1^2}{R_0} = \frac{600^2}{500} = 720.00m$$

$$2. \text{RW 克羅梭曲線長度 } l_2 : l_2 = \frac{C_2^2}{R_0} = \frac{450^2}{500} = 405.00m$$

(三)計算 P、Q、R、W 四點的里程數

$$\because \text{T 點的里程數為 } 120^k + 330, \text{U 點的里程數為 } 120k + 100$$

$\therefore$  曲線的里程數是由右向左遞增

$$1. \text{P 點里程數: P 點里程數} = \text{T 點里程數} + l_1 = 120^k + 330 + 720.00 = 121^k + 050$$

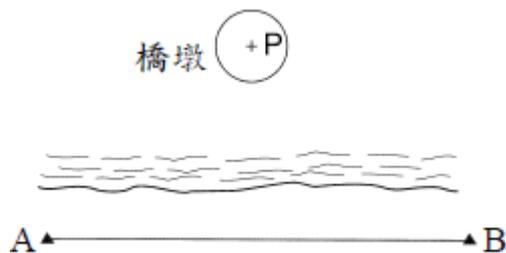
$$2. \text{Q 點里程數: Q 點里程數} = \text{P 點里程數} + \text{切線長} = 121^k + 050 + 288.68 = 121^k + 338.68$$

$$3. \text{R 點里程數: 圓弧曲線長度} = R_0 \times I = 500.00 \times \frac{\pi}{3} = 523.60m$$

$$\text{R 點里程數} = \text{P 點里程數} + \text{圓弧曲線長度} = 121^k + 050 + 523.60 = 121^k + 573.60$$

$$4. \text{W 點里程數: W 點里程數} = \text{R 點里程數} + l_2 = 121^k + 573.60 + 405 = 121^k + 978.60$$

三、如圖所示，A、B 為已知平面座標的控制點、P 點為欲測設的橋墩中心點、其設計的平面座標已知。今已全測站儀由 A、B 兩點欲定出 P 點的平面位置，請從算、施測方法等說明如何放樣 P 點？



**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：放樣。重點提要：光線法、前方交會法。

**【命中特區】**

書名：測量學 上課教材(2019 年版)

作者：賴明

章節出處：第一章 測量概論之第 4 節 測量基本計算與原理之二、測量的基本原理

**【擬答】：**

假設：A,B,P 點的平面坐標為  $(E_A, N_A)$ ， $(E_B, N_B)$ ， $(E_P, N_P)$

(一)計算分析

1. 由 A,B 二點坐標，得方位角  $\phi_{AB}$  或  $\phi_{BA}$

$$\begin{cases} \Delta E_{AB} = E_B - E_A \\ \Delta N_{AB} = N_B - N_A \end{cases} \quad \theta = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta E_{AB}}{\Delta N_{AB}} \right|, \text{再依象限決定方位角 } \phi_{AB}, \phi_{BA} = \phi_{AB} + 180^\circ$$

$\Delta E_{AB}$	$\Delta N_{AB}$	象限	$\phi_{AB}$
+	+	I	$\phi_{AB} = \theta$
+	-	II	$\phi_{AB} = 180^\circ - \theta$
-	-	III	$\phi_{AB} = 180^\circ + \theta$
-	+	IV	$\phi_{AB} = 360^\circ - \theta$

2. 由 A,P 二點坐標, 得方位角  $\phi_{AP}$ , 距離  $\overline{AP}$

$$\begin{cases} \Delta E_{AP} = E_P - E_A \\ \Delta N_{AP} = N_P - N_A \end{cases} \quad \overline{AP} = \sqrt{\Delta E_{AP}^2 + \Delta N_{AP}^2}, \theta_1 = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta E_{AP}}{\Delta N_{AP}} \right|$$

$\Delta E_{AP}$	$\Delta N_{AP}$	象限	$\phi_{AP}$
+	+	I	$\phi_{AP} = \theta_1$
+	-	II	$\phi_{AP} = 180^\circ - \theta_1$
-	-	III	$\phi_{AP} = 180^\circ + \theta_1$
-	+	IV	$\phi_{AP} = 360^\circ - \theta_1$

3. 由 B,P 二點坐標, 得方位角  $\phi_{BP}$ , 距離  $\overline{BP}$

$$\begin{cases} \Delta E_{BP} = E_P - E_B \\ \Delta N_{BP} = N_P - N_B \end{cases} \quad \overline{BP} = \sqrt{\Delta E_{BP}^2 + \Delta N_{BP}^2}, \theta_2 = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta E_{BP}}{\Delta N_{BP}} \right|$$

$\Delta E_{BP}$	$\Delta N_{BP}$	象限	$\phi_{BP}$
+	+	I	$\phi_{BP} = \theta_2$
+	-	II	$\phi_{BP} = 180^\circ - \theta_2$
-	-	III	$\phi_{BP} = 180^\circ + \theta_2$
-	+	IV	$\phi_{BP} = 360^\circ - \theta_2$

4. 計算  $\angle BAP$  (外角),  $\angle ABP$  (內角), 如右圖

$$\text{外角 } \angle BAP = 360^\circ - (\phi_{AB} - \phi_{AP})$$

$$\text{內角 } \angle ABP = \phi_{BP} - \phi_{BA}$$

(二) 放樣的施測方法

1. 如果有一台全測站儀, 則採用光線法放樣

(1) 於 A 點整置全測站儀, 定心定平, 照準 B 點, 度盤歸零, 以定向。

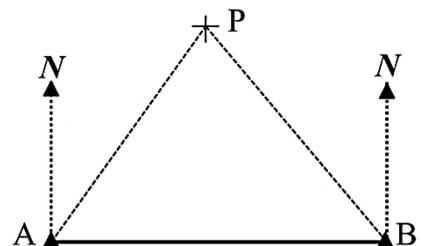
(2) 順時針旋轉  $\angle BAP$  (外角), 在視線方向, 取標桿, 量距離  $\overline{AP}$ , 定得  $P_1$  點。

(3) 於 B 點整置全測站儀, 定心定平, 照準 A 點, 度盤歸零, 以定向。

(4) 順時針旋轉  $\angle ABP$  (內角), 在視線方向, 取標桿, 量距離  $\overline{BP}$ , 定得  $P_2$  點。

(5) 查核: 如  $\overline{P_1P_2}$  在規範容許值之內, 則取  $P_1, P_2$  二點的中點, 定得 P 點。

如  $\overline{P_1P_2}$  不在規範容許值之內, 則重測, 亦即, 重複進行(1)至(4)。



## 公職王歷屆試題 (109 高考三等考試)

2. 如果同時擁有二台全測站儀，則採用前方交會法放樣

(1) 於 A 點整置一台全測站儀，定心定平，照準 B 點，度盤歸零，以定向。

順時針旋轉  $\angle BAP$  (外角)，在視線方向  $\overrightarrow{AP}$ ，取標桿。

(2) 於 B 點整置另一台全測站儀，定心定平，照準 A 點，度盤歸零，以定向。

順時針旋轉  $\angle ABP$  (內角)，在視線方向  $\overrightarrow{BP}$ ，取標桿。

(3) 如標桿同時在視線方向  $\overrightarrow{AP}$  與  $\overrightarrow{BP}$  上，則標桿點位即為 P 點。

四、何謂地形測量?並請從儀器設備和定位方法申論 3D 雷射掃描儀使用於地形測量的可行性。(25 分)

### 【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：地形測量、3D 雷射掃描儀。重點提要：儀器設備和定位方法。

### 【命中特區】

書名：測量學 上課教材(2019 年版)

作者：賴明

章節出處：第八章 地籍測量 之 三、光達

### 【擬答】：

#### (一)地形測量

測定地表面上，地物相關位置（點位坐標），以及地面高低起伏狀態，按規定之比例尺及圖例，縮繪製作成圖的作業，或製作數值地形模形 *DTM* 的作業，稱為地形測量。

地形測量為依適當的測量方法，測量地形上地貌之位置（點位坐標）、距離及高程等，以及標註地物之位置、形狀、大小，以便繪製成地形圖供各項工程參考之用。

#### (二)3D 雷射掃描儀使用於地形測量的可行性分析

3D 雷射掃描儀可適用於地形測量，其可行性，茲分析如下：

##### 1. 由儀器設備層面

(1) 3D 雷射掃描儀之基本組成元件：雷射掃描系統、GPS 及慣性導航系統 (*INS*)。

(2) 3D 雷射掃描儀之操作方法：透過雷射掃描儀向地面發出雷射光，對地物進行掃描與記錄三維坐標，並記錄飛行載具航線。

(3) 3D 雷射掃描儀能快速獲取密集的点雲資料，記錄大量的空間點位三維資訊。

因此，3D 雷射掃描儀可適用於地形測量。

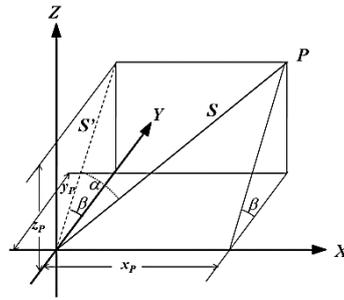
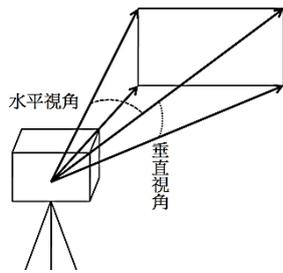
##### 2. 由定位方法層面

(1) 其定位方法為光線法：以 3D 雷射掃描儀為中心的坐標系來定義儀器坐標系。根據雷射掃描儀對於被測物體所取得之量度資訊，來計算出被測物體的三維坐標。再經由坐標轉換的方式，將儀器坐標系的坐標，轉換至法定座標(TWD97 與 TWVD2001)。

因此，3D 雷射掃描儀可適用於地形測量。

(2) 3D 雷射掃描儀定義的儀器坐標系，是以雷射發射中心為坐標原點，根據右手定則定義：雷射掃描儀右方為 X 軸，掃描方向(景深)為 Y 軸，雷射掃描儀上方為 Z 軸。

(3) 掃描原理：為一個測角和測距的量測系統，由距離和角度觀測值，計算推求每點的儀器坐標系的坐標。茲以橫掃式的掃瞄方式為例，說明如下：



- ① 掃描方式是先固定垂直反射稜鏡，使 3D 雷射掃描儀由左至右進行水平方向上的掃描。然後改變垂直反射稜鏡角度，亦由左至右進行水平掃描。
- ② 橫掃式之 3D 雷射掃描儀觀測值包括：水平掃描角  $\alpha$ ，垂直掃描角  $\beta$ ，3D 雷射掃描儀到掃描點  $P$  的斜距  $S$ ，由其幾何關係，定義點位  $P$  在掃描坐標系的坐標如下：

$$S' = S \times \cos \alpha$$

$$x_p = S \times \sin \alpha$$

$$y_p = S' \times \cos \beta = S \times \cos \alpha \times \cos \beta$$

$$z_p = S' \times \sin \beta = S \times \cos \alpha \times \sin \beta$$

志光×保成×學儒  
WinWay

# 15大環狀學習

為您快速敲開高普大門



## 服務架構

全國第1  
輔考資源  
最齊全

面授學習

親臨名師風采  
學習成效加倍

數位學習

課程隨選隨看  
名師任你欽點

在家學習

在家輕鬆補課  
學習更不受限

WIFI補課

免排隊免預約  
學習更有效率

函授學習

在家雲端上課  
學習便利有效



師資多元  
旁聽制度  
筆記借閱  
隨堂班導  
補課系統



平時測驗  
申論批改  
全國模考  
落點分析  
班級讀書會



考取經驗傳承  
時事專題講座  
考生關懷講座  
考取自修教室  
手機APP系統