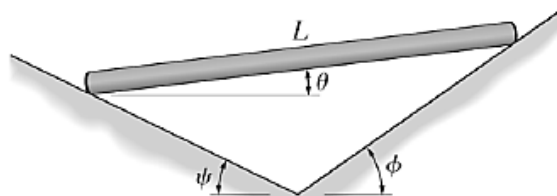


109 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：土木工程

科 目：工程力學(包括材料力學)

一、如圖示，一長度為 $L = 2m$ ，重量為 $W = 50 N$ 之均勻桿件靜置於光滑斜面上，已知左斜面傾斜角為 $\psi = 30^\circ$ ，右斜面傾斜角為 $\phi = 45^\circ$ ，不計桿件之斷面大小，求平衡時桿件之傾斜角 θ 為何？(25 分)



考題難易：★★

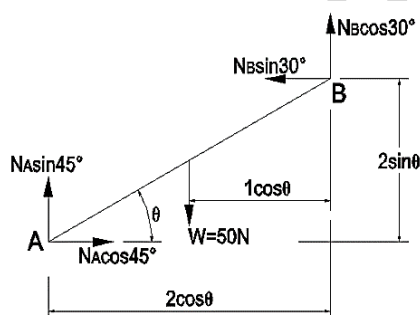
破題關鍵：

1. 接觸面正交力與接觸面垂直，重點在正向力的方向的確立。
2. 取 AB 桿件的自由體以靜力平衡條件解平衡時之角度，有三個未知數(A 點正向力為 N_A ，B 點正向力為 N_B ， θ)所以需使用到三個獨立平衡條件。

【擬答】：

設 A 點正向力為 N_A ，B 點正向力為 N_B

AB 桿自由體



$$\sum M_B = 0$$

$$\Rightarrow N_A \cos 45^\circ \times 2 \sin \theta - N_A \sin 45^\circ \times 2 \cos \theta - 50 \cos \theta = 0 \dots (1)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_A \cos 45^\circ - N_B \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow N_B = \sqrt{2} N_A \dots (2)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_A \sin 45^\circ + N_B \cos 30^\circ - 50 = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} N_A + \sqrt{3} N_B = 100 \dots (3)$$

$$\text{由(2)(3)得 } \sqrt{3} N_B + N_B = 100 \Rightarrow N_B = 36.6 \text{ N}$$

$$N_B \text{ 代入(2)得 } N_A = 25.9 \text{ N}$$

$$N_A, N_B \text{ 代入(1) } \Rightarrow 36.6 (\sin \theta - \cos \theta) - 50 \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow \tan \theta = 86.6 / 36.6$$

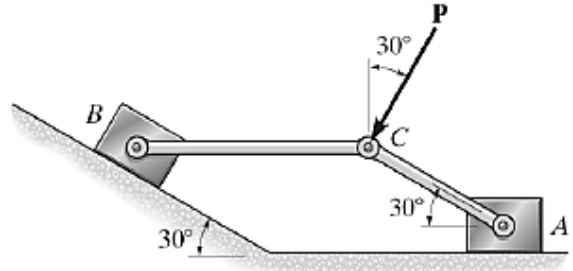
$$\Rightarrow \theta = 67.1^\circ$$

答： $\theta = 67.1^\circ$

二、如圖示，質量為 $10kg$ 之塊狀物 A 至於水平面上，質量為 $5kg$ 之塊狀物體 B 置於傾斜角為 30° 之斜面上，以不計重量之二桿件 AC 與 BC 連接，所有連接點均為無摩擦力之鉸接，BC 桿件為

公職王歷屆試題 (109 高考三等考試)

水平，AC 桿件與水平方向夾角為 30° ，兩塊狀物與接觸面之靜摩擦係數均為 $\mu_s = 0.5$ 。今施加一與垂直方向夾角為 30° 之力 P 於 C 點，求兩塊物均不滑動之最大力 P 為何？(25 分)



考題難易：★★★
 破題關鍵：
 1. AC 及 BC 桿為二力桿，可由 C 點節點法求出二桿之桿件力。
 2. 摩擦力與運動方向反向，此題 A 物體向右移動摩擦力向左；B 物體向斜坡上方移動摩擦力向斜坡下方。
 3. A 物體與 B 物體不會由靜止同時移動，會有一物體在 P 力較小時先達到滑動的條件，因此須分別計算二物體達到初始滑動所需之 P 力，由二者取小者為控制之最大 P 力。

【擬答】：

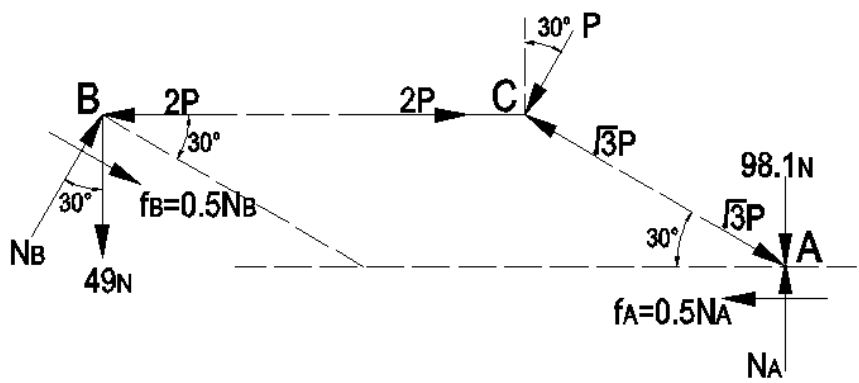
A 物體與 B 物體之重量

$$W_A = 10 \times 9.81 = 98.1 \text{ N}, W_B = 5 \times 9.81 = 49 \text{ N}$$

由 C 節點平衡求出 AC 及 BC 桿之桿內力

$$S_{CA} = \sqrt{3}P (\text{壓力}), S_{CB} = 2P (\text{壓力})$$

各點受力情形如圖所示



A 點滑動所需之 P 力

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -0.5N_A + \sqrt{3}P \cos 30^\circ = 0 \dots (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_A - 98.1 - \sqrt{3}P \sin 30^\circ \dots (2)$$

$$(2) \times 0.5 + (1) \Rightarrow \frac{3}{2}P - 49 - \frac{\sqrt{3}}{4}P = 0 \Rightarrow P = 45.9 \text{ N}$$

B 點滑動所需之 P 力

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 0.5N_B \cos 30^\circ + N_B \sin 30^\circ - 2P = 0 \dots (3)$$

公職王歷屆試題 (109 高考三等考試)

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow N_B \cos 30^\circ - 98.1 - 0.5 N_B \sin 30^\circ \Rightarrow N_B = 79.54 \text{ N}$$

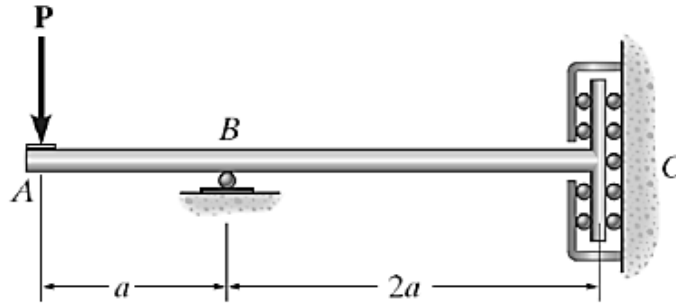
$$N_B \text{ 代入(3)得 } 0.5(79.54) \cos 30^\circ + (79.54) \sin 30^\circ - 2P = 0$$

$$\Rightarrow P = 37.1 \text{ N}$$

所以兩物體均不滑動之最大 P 力為 37.1 N

答：兩物體均不滑動之最大 P 力為 37.1 N

三、如圖示，AC 梁長度為 $3a$ ，撓曲剛度 EI 為定值，B 點為滾接支承，C 端結構僅允許垂直位移，其軸向位移及轉角均為零，於 A 點承受一集中力 P 作用，求 A 端之轉角及位移。(25 分)



考題難易：★★★

破題關鍵：

1. C 端支承允許垂直位移因此 C 端無垂直反力，轉角為零因此轉動有束制有彎矩反力。
2. 同時要求 A 點轉角及位移，以單位載重法求解較有利。

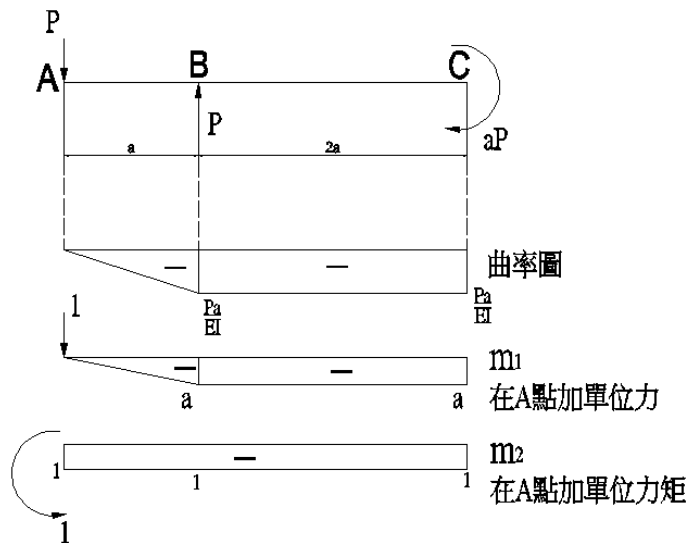
【擬答】：

B, C 點反力

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_b - P = 0 \Rightarrow R_b = P(\uparrow)$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow P(3a) - M_C - R_b(2a) = 0 \Rightarrow M_C = Pa(\curvearrowright)$$

AC 梁曲率圖及 A 點加載虛單位力及虛單位力矩之彎矩圖如圖所示



以單位力法求 A 點轉角及位移

A 點位移

$$\Delta_A = \left(-\frac{1}{2} \times a \times \frac{Pa}{EI}\right) \left(-\frac{2}{3}a\right) + \left(-\frac{Pa}{EI} \times 2a\right) (-a) = \frac{7Pa^3}{3EI} (\downarrow)$$

公職王歷屆試題 (109 高考三等考試)

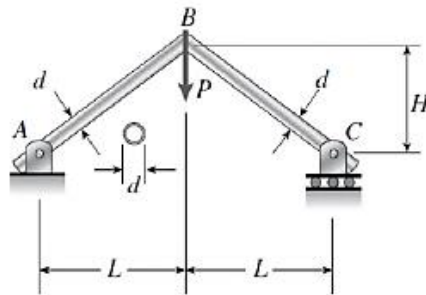
A 點轉角

$$\theta_A = \left(-\frac{1}{2} \times a \times \frac{Pa}{EI}\right)(-1) + \left(-\frac{Pa}{EI} \times 2a\right)(-1) = \frac{5Pa^2}{2EI} (\curvearrowright)$$

答：A 點轉角 $\theta_A = \frac{5Pa^2}{2EI} (\curvearrowright)$

A 點位移 $\Delta_A = \frac{7Pa^3}{3EI} (\downarrow)$

四、如圖示，剛架 ABC 係由兩根相同且均勻之圓管於 B 點焊接而成，A 端為鉸支承，C 端為滾支承。已知圓管斷面之面積為 $A = 22620 \text{ mm}^2$ ，二次面積矩為 $I = 92.74 \times 10^6 \text{ mm}^4$ ，外徑為 $d = 100 \text{ mm}$ ，於 B 點施加垂直力 $P = 10 \text{ kN}$ ，若 $L = H = 2.8 \text{ m}$ ，求剛架內最大拉應力與最大壓應力分別是多少？(25 分)



考題難易：★★★

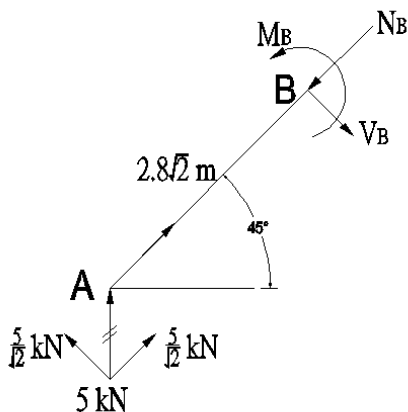
破題關鍵：

1. 非直線梁在梁內會有軸力產生，因此計算正交應力不可漏掉軸向應力。
2. 斷面最大彎矩正交應力發生在離中性軸最遠的纖維上。
3. 單位換算 $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$

【擬答】：

A 點支承為 $R_A = 5 \text{ kN}(\uparrow)$

由 AB 段自由體如圖計算 B 斷面彎矩及軸力 M_B, N_B



$$M_B = 5 \times 2.8 = 14 \text{ kN} \cdot \text{m} (\curvearrowright)$$

$$N_B = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3.54 \text{ kN} (\text{壓力})$$

斷面最外緣距中性軸距離： $y_t = y_b = 50 \text{ mm}$

最大拉應力 σ_{max}^+

$$\sigma_{max}^+ = \frac{M_B y_b}{I} - \frac{N_B}{A}$$

$$= \frac{14 \times 10^6 \times 50}{92.74 \times 10^6} - \frac{3.54 \times 10^3}{22620} = 7.39 \text{ N/mm}^2 = 7.39 \text{ MPa}$$

最大壓應力 σ_{max}^-

$$\sigma_{max}^- = -\frac{M_B y_b}{I} - \frac{N_B}{A}$$

$$= -\frac{14 \times 10^6 \times 50}{92.74 \times 10^6} - \frac{3.54 \times 10^3}{22620} = -7.7 \text{ N/mm}^2 = -7.7 \text{ MPa}$$

答：最大拉應力 $\sigma_{max}^+ = 7.39 \text{ MPa}$

最大壓應力 $\sigma_{max}^- = -7.7 \text{ MPa}$

志光 保成 學儒 **快速考取** 全方位智慧服務系統



線上.線下 給您 **最強大的支援**

手機APP系統
考情.開課.預約補課.試題輕鬆掌握

能力指標檢測系統
線上測驗同時診斷你章節強弱

線上模擬考 平時測驗
定期檢視學習成效修正學習方向

線上考前重點下載
考前大補帖,重點一點通

歷屆試題.解題典藏
最完整各類國考試題及解題題庫

國考加分學習資訊網
最新考情.時事精闢分析,即時加分

問題解惑 試題演練

實力分析 即時資訊

YouTube 公職王影音頻道
考題剖析、考前重點等加值內容線上看

數位/在家補課系統
課程可重複觀看解決學習疑問

名師申論批改
授課名師批閱提升寫作能力

時事專題講座
最新修法時事彙整即時補充重點

筆記借閱
重點科目筆記借閱有效複習上課進度

落點分析
由上榜各科成績分析設定個人得分值

WIFI教室/自修教室
最舒暢的閱讀空間,亦可線上自助補課