

109 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：機械工程

科 目：機械設計

一、以三槽的 V 型皮帶輪傳動 9 kW, 1750 rpm 馬達動力至工業泵, 驅動皮帶輪節圓直徑 $d_1=200$ mm, 使用三條 V 型皮帶, 其分配到相同的張力, 被動皮帶輪之節圓直徑 $d_2=300$ mm, 皮帶輪中心距離 $C=1200$ mm, 若皮帶緊邊張力(F_1)與鬆邊張力(F_2)之關係:

$$\frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} = \exp(0.513\phi)$$

其中 $F_c(N)=0.1675\left(\frac{N}{m^2/s^2}\right) \times v^2$ 為皮帶離心力, 求:(每小題 5 分, 共 25 分)

(一)皮帶節線之線速度 v ?

(二)小皮帶輪之皮帶包覆角 (wrap angle) ϕ (radian)?

(三)每條皮帶之緊邊張力 $F_1(N)$?

(四)傳動此 9 kW 動力不打滑, 所需之初始張力 (initial tension) $F_i(N)$?

(五)若輪內的皮帶受到等效彎曲張力 $F_b(N)=65(N \cdot m)/d$, 其中 $d(m)$ 為皮帶輪節圓直徑, 求各條皮帶受到之等效最大張力?

(以上數值及物理量隨後括號內為其單位。)

【解題關鍵】

《考題難易》★★★

《破題關鍵》本題為 V 型皮帶轉動的連鎖考題, 解題過程需小心, 才能取得各小題分數。

【擬答】

$$(一) v = \frac{\pi DN}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 200 \times 1750}{60 \times 1000} = 18.33(m/s)$$

$$\begin{aligned} (二) \text{開口帶小輪包角 } \phi &= \pi - 2 \sin^{-1}\left(\frac{d_2 - d_1}{2C}\right) \\ &= \pi - 2 \sin^{-1}\left(\frac{300 - 200}{2 \times 1200}\right) \\ &= \pi - 2 \times 0.042 \\ &= 3.058(rad) \end{aligned}$$

(三)離心力 $F_c=0.1675 \times 18.33^2=56.29(N)$

$$\frac{F_1 - 56.29}{F_2 - 56.29} = e^{0.513 \times 3.058} = 4.8$$

$$\text{得 } F_2 = \frac{F_1}{4.8} + 44.56 \text{ -----(1)}$$

每條皮帶傳動功率為 $\frac{9}{3} = 3(KW) = 3000(W)$

$$3000 = (F_1 - F_2) \times V \text{ -----(2)}$$

(1)代入(2)

$$3000 = \left[F_1 - \left(\frac{F_1}{4.8}\right) + 44.56\right] \times 18.33$$

$$208.2 = 0.79F_1$$

$$\text{緊邊張力 } F_1 = 263.57(N), \text{ 鬆邊張力 } F_2 = \frac{263.57}{4.8} = 99.5(N)$$

$$(四) 3000 = 2 \times F_i \times 0.513 \times 18.33$$

每條皮帶的初始張力 $F_i = 159.5(N)$

$$(五) \text{彎曲張力 } F_b = \frac{65}{0.2} = 325(N)$$

$$\text{等效最大張力} = F_1 + F_c + F_b = 263.57 + 56.29 + 325 = 644.86(N)$$

公
職
王

公職王歷屆試題 (109 年高等考試)

二、一個滾珠軸承的工作內容有三項，第 1 項占工作時間比例為 0.3，其轉速為 3000 rpm，等效徑向負荷為 3000 N，第 2 項占工作時間比例為 0.2，其轉速為 2000 rpm，等效徑向負荷為 4000 N，第 3 項占時間比例為 0.5，其轉速為 1000 rpm，等效徑向負荷為 5000 N，其壽命負荷方程式為 $F^3 L = C_{10}^3 \times 10^6$ ，欲使此軸承工作壽命總小時數為 6 萬小時，求：

(一) 前述三項工作的總壽命轉動次數 (rev) ? (10 分)

(二) 三項工作負荷對軸承壽命作用的等效負荷 ? (10 分)

(三) 選擇的軸承的型錄額定負荷 (catalog load rating) 或動容量 (dynamic capacity) C_{10} 需為多少 ? (5 分)

【解題關鍵】

《考題難易》★★★

《破題關鍵》本題為組合負載軸承壽命的計算過程稍複雜。

【擬答】

$$(一) N_1 = 60000 \times 0.3 \times 3000 \times 60 = 3.24 \times 10^9 \text{ (轉)}$$

$$N_2 = 60000 \times 0.2 \times 2000 \times 60 = 1.44 \times 10^9 \text{ (轉)}$$

$$N_3 = 60000 \times 0.5 \times 1000 \times 60 = 1.8 \times 10^9 \text{ (轉)}$$

$$\text{總壽命轉動次數} = (3.24 + 1.44 + 1.8) \times 10^9 = 6.48 \times 10^9 \text{ (轉)}_{\#}$$

(二)

$$\alpha_1 = \frac{3.24 \times 10^9}{6.48 \times 10^9} = 0.5$$

$$\alpha_2 = \frac{1.44 \times 10^9}{6.48 \times 10^9} = 0.23$$

$$\alpha_3 = \frac{1.8 \times 10^9}{6.48 \times 10^9} = 0.27$$

$$\frac{10^6 \times C_{10}^3}{N_c} = \alpha_1 P_1^3 + \alpha_2 P_2^3 + \alpha_3 P_3^3$$

$$\frac{10^6 \times C_{10}^3}{6.48 \times 10^9} = 0.5 \times 3000^3 + 0.23 \times 4000^3 + 0.27 \times 5000^3$$

$$C^3 = 4.01 \times 10^{14}$$

$$\text{額定負荷 } C = 73776 \text{ (N)}_{\#}$$

$$(二) \text{ 由 } F^3 L = C_{10}^3 \times 10^6$$

$$F^3 \times 6.48 \times 10^9 = 4.01 \times 10^{14} \times 10^6$$

$$F^3 = 6.19 \times 10^{10}$$

$$\text{等效負荷 } F = 3955.76 \text{ (N)}_{\#}$$

公職王歷屆試題 (109 年高等考試)

三、某機械元件之臨界危險點應力狀態為 $\sigma_x=200 \text{ MPa}$, $\sigma_y=100 \text{ MPa}$, $\sigma_z=-200 \text{ MPa}$, $\tau_{xy}=0 \text{ MPa}$,

$\tau_{xz}=0 \text{ MPa}$, $\tau_{yz}=-60 \text{ MPa}$, 求：

(一)該點之三個方向的主應力？(12 分)

(二)該點之馮密西斯 (von Mises) 應力？(8 分)

(三)其使用材料的降伏強度為 $S_y=715 \text{ MPa}$, 求安全係數？(5 分)

【解題關鍵】

《考題難易》★★★★

《破題關鍵》本題為三維應力的靜態破壞理論，其主應力計算若沒發現已知特殊狀況，則計算非常複雜。

【擬答】

主應力之方程式(三維應力模式)

$$\sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)\sigma - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0$$

此一元三次的多項式之三個根即為三主應力

$$\sigma^3 - (200 + 100 - 200)\sigma^2 + (20000 - 40000 - 20000 - 0 - 0 - 3600)\sigma - (-4000000 + 0 - 720000 - 0 - 0) = 0$$

$$\sigma^3 - 100\sigma^2 - 43600\sigma + 4720000 = 0$$

，由計算機得三根為

$$\sigma_1 = 200 \text{ MPa}, \sigma_2 = 111.55 \text{ MPa} \text{ 及 } \sigma_3 = -211.55 \text{ MPa}$$

$$\text{馮密西斯應力 } S = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

$$S = \sqrt{\frac{(200 - 111.55)^2 + [111.55 - (-211.55)]^2 + [(-211.55) - 200]^2}{2}}$$

$$S = \sqrt{\frac{28159}{2}}$$

$$S = 375.22 \text{ (MPa)} \#$$

$$\text{安全係數 } FS = \frac{715}{375.22} = 1.91 \#$$

註:本題所給之應力狀況，其三軸主應力可由 $\sigma_x=\sigma_1=200 \text{ MPa}$ 及 y-z 平面主應力

$$\sigma_{2,3} = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{yz}^2} \text{ 得 } \sigma_2 = 111.55 \text{ MPa} \text{ 及 } \sigma_3 = -211.55 \text{ MPa}$$

公職王歷屆試題 (109 年高等考試)

四、以螺栓鎖緊組合元件，螺栓剛度 (stiffness) $k_b = 11.5\text{N/m}$ ，元件接頭剛度 $k_m = 24\text{N/m}$ ，以預力 $F_i = 60\text{kN}$ 上緊螺栓，在元件接頭部產生了上緊的壓力，其值與螺栓上緊預力相等。當平行於螺栓軸向的週期性拉力從 $P_{\min} = 30\text{kN}$ 至 $P_{\max} = 70\text{kN}$ 覆作用於此接頭時，元件總成與螺栓有相同之伸長量，螺栓受力有效面積 $A_t = 245\text{mm}^2$ ，求：(每小題 5 分，共 25 分)

(一) 元件接頭所受到合力之平均值？

(二) 元件接頭所受合力之振幅值 (amplitude of resultant force) ？

(三) 螺栓所承受正向應力之平均值 σ_m ？

(四) 螺栓所承受正向應力之應力振幅 σ_a (stress amplitude) ？

(五) 螺栓材料的最小認證極限強度為 $S_{ut} = 600\text{MPa}$ ，忍耐限為 $S_e = 162\text{MPa}$ ，根據古德門 (Goodman)

理論： $\frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{n_f}$ ，求螺栓之綜合安全係數 n_f ？

【解題關鍵】

《考題難易》★★★

《破題關鍵》本題為螺栓鎖緊之計算，需注意預力 F_i 對元件及螺栓的影響。

【擬答】

(一) 元件接頭所受到合力的平均值 $\frac{24}{11.5+24} \times \left(\frac{30+70}{2} \right) - 60 = -26.2(\text{kN}, \text{壓力})$

(二) 元件接頭所受到合力的振幅值 $\frac{24}{11.5+24} \times \left(\frac{70-30}{2} \right) = 13.52(\text{kN})$

(三) 螺栓所承受平均正向力 $\frac{11.5}{11.5+24} \times \left(\frac{30+70}{2} \right) + 60 = 76.2(\text{kN}, \text{拉力})$

$$\sigma_m = \frac{76.2 \times 10^3}{245} = 311(\text{MPa})$$

(四) 螺栓所承受正向力振幅值 $\frac{11.5}{11.5+24} \times \left(\frac{70-30}{2} \right) = 6.48(\text{kN})$

$$\sigma_a = \frac{6.48 \times 10^3}{245} = 26.44(\text{MPa})$$

(五) $\frac{311}{600} + \frac{26.44}{162} = \frac{1}{n_f}$

$$n_f = 1.467\#$$