

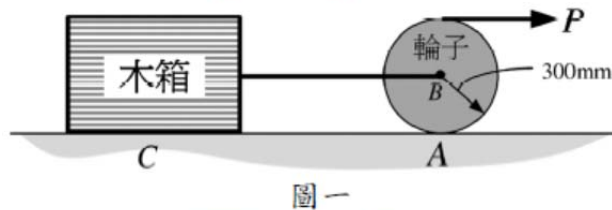
109 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：土木工程

科 目：靜力學與材料力學

- 一、圖一中，木箱及輪子的質量分別為 80 kg 及 30 kg。設木箱與地面的最大靜摩擦係數為 $\mu_{sc} = 0.25$ ，輪子與地面的最大靜摩擦係數為 $\mu_{sa} = 0.5$ ，求產生臨界運動之最小力 $P = ?$ 又，設木箱與地面的最大靜摩擦係數 μ_{sc} 還是 0.25，若臨界運動時，欲使木箱及輪子皆為滑動，則輪子與地面的最大靜摩擦係數為 $\mu_{sa} = ?$ (25 分)

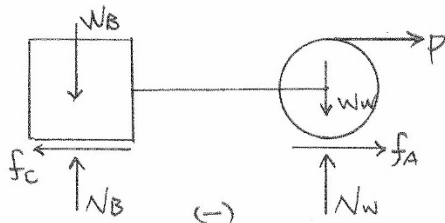


《考題難易》★★★

《破題關鍵》

1. 摩擦力與運動方向反向，所以輪子受 P 力作用時有順時轉動的趨勢，因此 A 點向 C 點方向移動故摩擦力與 P 力方向相同。
2. 臨界運動之最小力考慮只有輪子滾動。

【擬答】

(一) 產生臨界運動之最小力 P 

$$N_B = 80 \times 9.81 = 784.8 \text{ N}$$

$$N_W = 30 \times 9.81 = 294.3 \text{ N}$$

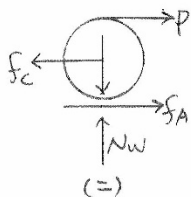
輪子滾動

$$f_A = 294.3 \times 0.5 = 147.2 \text{ N}$$

$$f_C = 784.8 \times 0.25 = 196.2 \text{ N}$$

由圖一的力平衡

$$P + f_A - f_C = 0 \Rightarrow P = f_C - f_A \Rightarrow P = 49 \text{ N}$$

(二) 臨界運動時，欲使木箱及輪子皆為滑動，則輪子與地面的最大靜摩擦係數為 μ_{sa} 

由圖二的力平衡

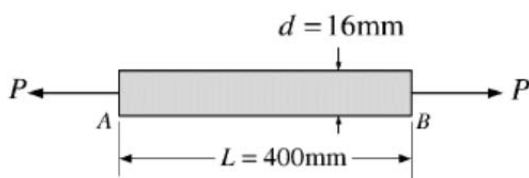
$$P \times 600 = f_C \times 300 \Rightarrow P = 98.1 \text{ N}$$

$$P = 196.2 - \mu_{sa} \times 294.3 \Rightarrow 98.1 = 196.2 - \mu_{sa} \times 294.3 \Rightarrow \mu_{sa} = 0.33$$

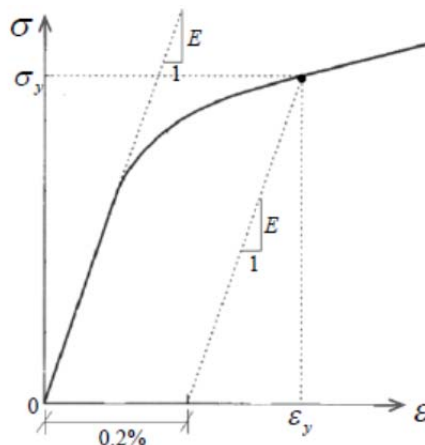
二、圖二(a)所示之實心圓桿 AB，其長 $L = 400\text{mm}$ ，直徑 $d = 16\text{mm}$ 。圓桿 AB 受到拉力 $P = 60\text{ kN}$ 作用，

若實心圓桿 AB 之應力應變關係為： $\sigma = \frac{124000\varepsilon}{1+300\varepsilon}$ 當 $0 \leq \varepsilon \leq 0.03$ (σ 的單位為 MPa)

若圓桿 AB 之楊氏模數 $E=124\text{GPa}$ ，求 0.2% 偏差降伏應力 (offset yield stress) σ_y (參考示意圖二(b))；當拉力 $P = 60\text{ kN}$ 作用時，圓桿 AB 之伸長量 $\delta = ?$ 又，卸載後，圓桿 AB 之永久伸長量 $\delta_p = ?$ (25 分)



圖二(a)



示意圖二(b)

《考題難易》★★★★

《破題關鍵》

1. 以虎克定律 $\sigma = E\varepsilon$ 求出 σ_y 及 ε_y 的關係式，再依題意的 σ 與 ε 方程式求出 ε_y 。
2. 要求永久伸長量須先求出殘餘應變 ε_r ， ε_r 由 $\sigma = P/A$ 求得應變 ε 扣除彈性回復應變 ε_t 得之。

【擬答】

(一) 0.2% 偏差降伏應力 (offset yield stress) σ_y

$$\sigma_y = E(\varepsilon_y - 0.002) = 124000(\varepsilon_y - 0.002) = 124000\varepsilon_y - 248$$

$$\therefore \frac{124000\varepsilon_y}{1+300\varepsilon_y} = 124000\varepsilon_y - 248$$

$$\Rightarrow \varepsilon_y = 0.01277 \Rightarrow \sigma_y = \frac{124000 \times 0.01277}{1+300 \times 0.01277} = 238\text{MPa}$$

(二) 拉力 $P = 60\text{ kN}$ 作用時，圓桿 AB 之伸長量 δ ，卸載後，圓桿 AB 之永久伸長量 δ_p

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{60 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 16^2} = 298.4\text{MPa}$$

σ 求得拉力 $P = 60\text{ kN}$ 作用時之應變 ε

$$\sigma = \frac{124000\varepsilon}{1+300\varepsilon} = 298.4$$

$$\Rightarrow 298.4(1+300\varepsilon) = 124000\varepsilon$$

$$\Rightarrow 298.4 + 89520\varepsilon = 124000\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 0.00865$$

拉力 $P = 60\text{ kN}$ 作用時，圓桿 AB 之伸長量 δ

$$\delta = \varepsilon \cdot L = \varepsilon \times 400 = 3.5\text{mm}$$

彈性回復應變 ε_t

$$\varepsilon_t = \frac{298.4}{E} = \frac{298.4}{124000} = 0.00241$$

殘餘應變 ε_r

$$\varepsilon_r = 0.00865 - 0.00241 = 0.00624$$

永久伸長量 δ_p

$$\therefore \delta_p = 0.00624 \times 400 = 2.5\text{mm}$$

志光.志聖.學儒 土木技師/公職.國營土木工程/土木研究所

土木人快速上榜

面授/視訊/在家補課
雲端函授 多元輔考

3

9-10月 奪榜題庫班

歷屆試題授課
強化答題架構

4

11月 考前總複習

命題焦點+重要觀念
加強複習及提示

1

11月 基礎先修班

重點導論及
理論架構學習

2

12-8月 完整正規班

詳細建構觀念+
深度論點闡述

※土木技師課程為例

**土木技師
最新詳解**

豐富資源

**點對點
一次過關 保拿錄
一次成功 100%**

上榜技巧

專業團隊

獨家『大滿貫課程』一次報名
公職⇌證照⇌研究所 一次搞定

考取學員大力推薦

金榜.王○銘
應屆考取
高考土木工程+土木技師

推薦志聖除了師資優秀外，真的事後的複習與補課的方式，讓我覺得超便利。

金榜.王○鈞
高普考土木工程
雙料金榜

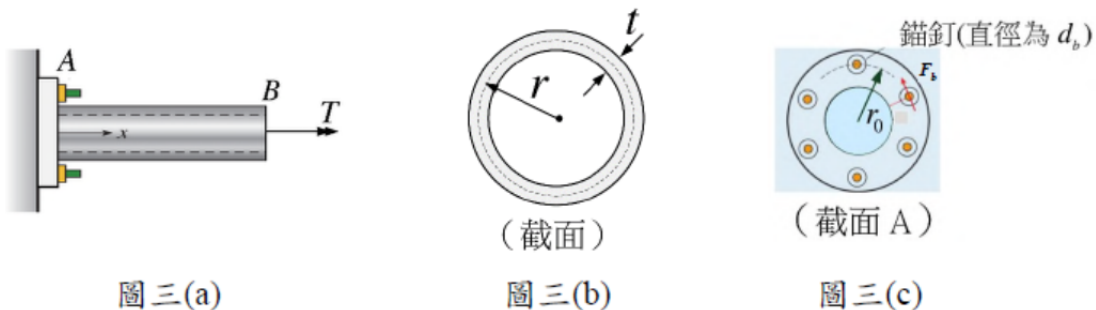
補習班系統性的重點加上授課老師精闢的講解，讓我更容易吸收如願金榜題名。

材料力學公式
線上立即看

最新考情&優惠
LINE 好友洽詢




三、圖三(a)所示之薄壁管 AB 受扭矩 T 作用，薄壁管 AB 的長 $L = 0.5 \text{ m}$ ，其截面為厚度 $t = 5 \text{ mm}$ ，半徑 $r = 50 \text{ mm}$ 之薄壁圓管，如圖三(b)所示。已知薄壁圓管 AB 之剪應力 $\tau = 60 \text{ MPa}$ ，剪力模數 $G = 30 \text{ GPa}$ ，求：扭矩 T 及 B 點之扭轉角 ϕ_B （單位以度表之）。又，若薄壁圓管的底座（截面 A）是用 6 根直徑為 d_b 之錨釘拴緊，錨釘的位置距截面圓心為 $r_0 = 70 \text{ mm}$ 處，如圖三(c)所示，若每根錨釘之允許剪應力 $(\tau_b)_{allow} = 48 \text{ MPa}$ ，求每根錨釘之最小直徑 d_b 。（25 分）



《考題難易》★★

《破題關鍵》

1. 薄壁管扭轉斷面性質及剪應力公式應用。
2. 求每根錨釘之最小直徑時，以 6 根錨釘剪力對圓心的合扭矩等於扭矩 T ，求出每根錨釘承受之剪力 F_s 。

【擬答】

(-) 扭矩 T 及 B 點之扭轉角 ϕ_B

$$\tau = \frac{T}{2A_m t} \Rightarrow T = 2\tau A_m t$$

$$A_m = \pi r^2 = \pi \times 50^2 = 7853.98 \text{ mm}^2$$

$$T = 2 \times 60 \times 7853.98 \times 5 \times 10^{-3}$$

$$T = 4712.4 \text{ NM}$$

$$\phi_B = \frac{TL}{GJ_E}$$

$$J_E = \frac{4Am^2t}{Lm} = \frac{4 \times (7853.98)^2 \times 5}{2 \times \pi \times 50} \Rightarrow J_E = 3926989 \text{ mm}^4$$

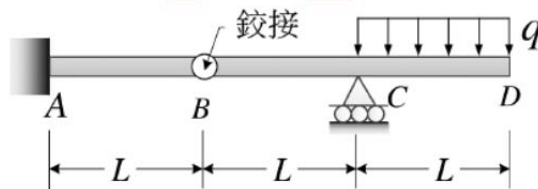
$$\phi_B = \frac{4714.4 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^3}{30 \times 10^3 \times 3926989} = 0.002 = 1.15^\circ$$

(二) 每根錨釘之最小直徑 d_b

$$6 \times F_s \times 70 = 4712.4 \times 10^3 \Rightarrow F_s = 11220 \text{ N}$$

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \tau_{\text{avg}} = \frac{4F_s}{3A} = 48 \text{ MPa} \Rightarrow A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{4 \times F_s}{3 \times 48} \Rightarrow d = 19.9 \text{ mm}$$

四、圖四之梁 AB 及梁 BCD 於 B 點用鉸接連接，於 CD 段受到均布載重作用，梁 AB 及梁 BCD 之撓曲剛度皆為 EI ，求 B 點的撓度 δ_B 、C 點旋轉角 θ_C 、D 點撓度 δ_D 及 D 點旋轉角 θ_D 。(請標示方向)(25 分)



圖四

《考題難易》★★★★

《破題關鍵》

1. 要求的變位較多以單位力法求解會較簡單不易出錯。
2. 亦可以基本變位公式拆解原結構求得。

【擬答】

取 BCD 自由體求 C 點反力 C_y

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow C_y \times L - qL \times \frac{3}{2}L = 0 \Rightarrow C_y = \frac{3}{2}qL(\uparrow)$$

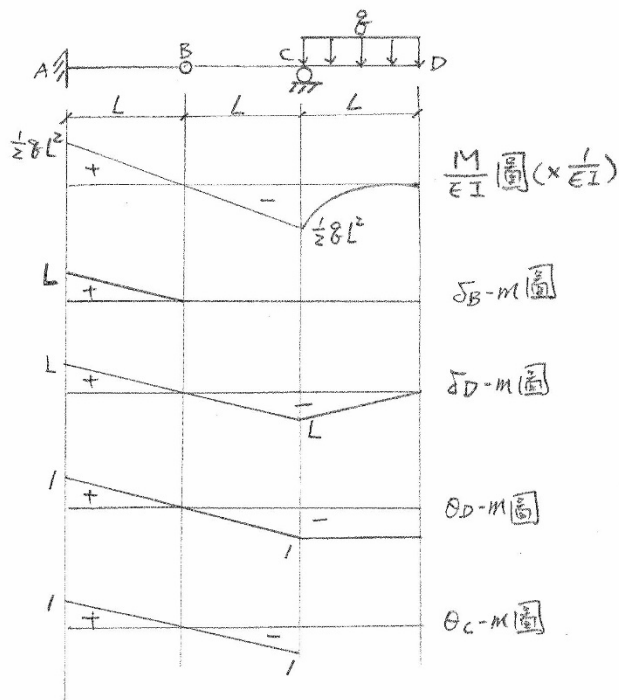
$$B \text{ 點剪力 } V_B = \frac{1}{2}qL(\downarrow)$$

以整體結構得 A 點反力 A_y 及 M_A

$$A_y = \frac{1}{2}qL(\downarrow)$$

$$M_A = qL \times \frac{5}{2}L - \frac{1}{2}qL \times 2L = \frac{1}{2}qL^2(\sim)$$

曲率圖及在 B, C, D 點分別加上單位虛載重得的單位載重虛彎矩圖，如圖



以單位載重法 $\Delta = \int \frac{Mm}{EI} dx$ 求各變形量

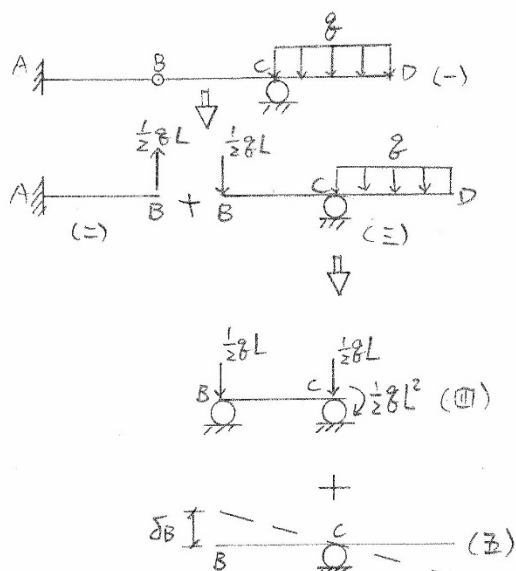
$$\delta_B = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} qL^2 \times L \times \frac{2}{3} L \right) = \frac{qL^4}{6EI} (\uparrow)$$

$$\theta_C = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} qL^2 \times L \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} qL^2 \times L \times \frac{2}{3} \right) = \frac{qL^3}{3EI} (\sim)$$

$$\delta_D = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{4} qL^3 \times \frac{2}{3} L \times 2 + \frac{1}{6} qL^3 \times \frac{3}{4} L \right) = \frac{11qL^4}{24EI} (\downarrow)$$

$$\theta_D = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{4} qL^3 \times \frac{2}{3} \times 2 + \frac{1}{6} qL^3 \times 1 \right) = \frac{qL^3}{2EI} (\sim)$$

另解(以基本變位公式解)



原結構拆解為圖二加上圖三

圖三再拆解為圖四加上圖五

由圖一懸臂梁自由端受集中力得 δ_B

$$\delta_B = \frac{qL^4}{6EI} (\uparrow)$$

由圖四簡支梁在 C 點受力矩作用得 θ'

$$\theta'_c = \frac{\frac{1}{2}qL^2 \cdot L}{3EI} = \frac{qL^3}{6EI} (\sim)$$

由圖五簡支梁得 θ''_c

$$\theta''_c = \frac{\delta_B}{L} = \frac{qL^3}{6EI} (\sim)$$

$$\theta_c = \theta'_c + \theta''_c = \frac{qL^3}{3EI} (\sim)$$

由圖三外伸梁在 C 點鎖定再解鎖步驟得 δ_D, θ_D

$$\delta_D = \frac{qL^4}{8EI} + \theta_{cL} = \frac{qL^4}{8EI} + \frac{qL^4}{3EI} = \frac{11qL^4}{24EI} (\downarrow)$$

$$\theta_D = \frac{qL^3}{6EI} + \frac{qL^3}{3EI} = \frac{qL^3}{2EI} (\sim)$$

志光.學儒.保成

公職工科+國營事業

1+1 更有力

準備公職的同時，可報考國營事業考試，善用重疊考科，一次準備就上榜！

**110年上榜路徑大公開！一起準備最聰明，
一年超過8次上榜機會，等你工頂！**

初等考 1月 ●最容易上手的公職考試	關務特考 4月 ●考科少於同職等考試	鐵路特考 6月 ●佐級錄取率最高	高普考 7月 ●一次準備，四次上榜機會	調查局特考 8月 ●三等月薪76,000起
地方特考 12月 ●考科同高普考	自來水評價人員 不定期舉辦 ●只考選擇題	台電考試 不定期舉辦 ●考科少、好準備 ●110年預計5月考試	中油僱員 不定期舉辦 ●只考2科，多為選擇題	國營事業職員級 不定期舉辦 ●國營退休潮，缺額多，限工科報考競爭者少

錄取率高

109年

工科錄取率

最高達**19.42%**

電力工程	電子工程	機械工程	資訊工程
高考 19.42%	高考 9.04%	高考 18.27%	高考 12.92%
普考 17.33%	普考 9.39%	普考 13.70%	普考 10.47%