

## 109 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試  
類 科：機械工程  
科 目：流體力學

一、有一個二維不可壓縮流場，其速度勢能 (velocity potential) 函數為  $\phi = \left(\frac{5}{3}\right)x^3 - 5xy^2$ ，試問：

(一)此流場在  $x$  方向之速度  $u(x, y)$  及  $y$  方向速度  $v(x, y)$  為何？(5 分)

(二)此流場是否符合質量守恆定律？(5 分)

(三)求此流場之流線函數 (stream function)  $\psi(x, y)$ ？(15 分)

**【解題關鍵】**

《考題難易》★★。

《破題關鍵》速度位勢(位勢函數)、流線函數之應用。

《使用學說》流體流動之微分解析。

**【擬答】**

$$(一) u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = 5x^2 - 5y^2, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -10xy。$$

$$(二) \nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \text{故符合質量守恆定律。}$$

$$(三) u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 5x^2 - 5y^2 \cdots \textcircled{1}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -10xy \Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} = 10xy \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{積分}\textcircled{1}\text{式可得 } \psi(x, y) = 5x^2y - \frac{5}{3}y^3 + f(x)$$

$$\text{將上式對 } x \text{ 微分可得 } \frac{\partial \psi}{\partial x} = 10xy + f'(x) \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{比較}\textcircled{2}\textcircled{3}\text{可得 } f'(x) = 0 \Rightarrow f(x) = \text{const.} \text{ (常數)}$$

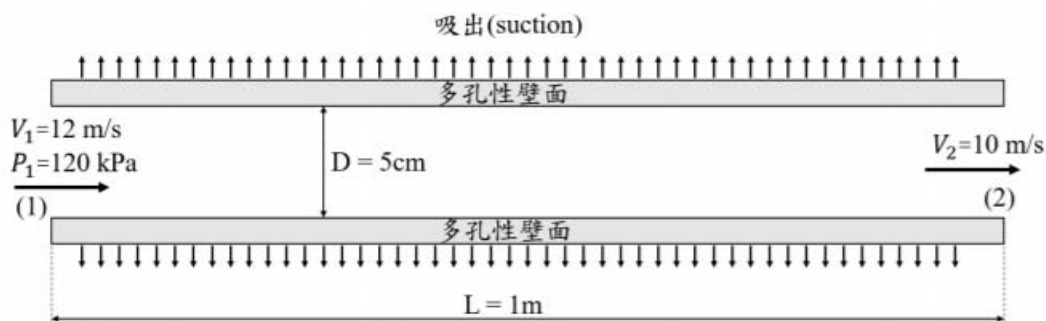
$$\text{故 } \psi(x, y) = 5x^2y - \frac{5}{3}y^3 + \text{const.}。$$

公職王歷屆試題 (109 地方特考)

二、有一汽油 (密度  $\rho=680 \text{ kg/m}^3$ , 動力黏度  $\mu=10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ ) 流經一個具多孔性壁面 (porous wall) 之水平圓管, 其內徑為 5 cm, 長度為 1 m。汽油進口速度為 12 m/s, 壓力為 120 kPa, 如下圖所示。由於壁面具多孔性, 汽油會延著圓管徑向之方向吸出 (suction), 造成汽油出口速度降為 10 m/s。

(一)若流場為無摩擦, 試計算汽油之出口壓力 (kPa) ? (20 分)

(二)若已知汽油在軸向之單位長度摩擦損失為 10 kPa/m, 試計算汽油之出口壓力 (kPa) ? (5 分)



【解題關鍵】

《考題難易》★★★★。

《破題關鍵》線性動量方程式之應用。

《使用學說》控制體積之積分形式。

【擬答】

(一)取入口及出口間之控制體積, 若流場無摩擦, 則由水平(軸)方向之線性動量方程式可得

$$\sum F = \dot{m}(V_{out} - V_{in}) \Rightarrow P_1 A_1 - P_2 A_2 = \dot{m}_2 V_2 - \dot{m}_1 V_1$$

其中①  $P_1 = 120 \times 10^3 \text{ (Pa)}$

②  $A_1 = A_2 = \frac{\pi D^2}{4} = 0.002 \text{ (m}^2\text{)}$

③  $\dot{m}_1 = \rho A_1 V_1 = 16.32 \text{ (kg/s)}, \dot{m}_2 = \rho A_2 V_2 = 13.6 \text{ (kg/s)}$

$\therefore P_2 = 149.92 \text{ (kPa)}$

(二)取入口及出口間之控制體積, 若流場在軸向有摩擦損失, 則由水平(軸)方向之線性動量方程式可得

$$\sum F = \dot{m}(V_{out} - V_{in}) \Rightarrow P_1 A_1 - P_2 A_2 + P_f A_f = \dot{m}_2 V_2 - \dot{m}_1 V_1$$

其中  $P_f = 10 \times 10^3 \text{ (Pa)}, A_f = \pi D L = 0.157 \text{ (m}^2\text{)}$

$\therefore P_2 = 934.92 \text{ (kPa)}$

志光.學儒.保成

# 公職工科+國營事業

## 1+1 更有力

準備公職的同時，可報考國營事業考試，善用重疊考科，一次準備就上榜！

110年上榜路徑大公開！一起準備最聰明，一年超過8次上榜機會，等你工頂！

<b>初等考</b> 1月 ●最容易上手的公職考試	<b>關務特考</b> 4月 ●考科少於同職等考試	<b>鐵路特考</b> 6月 ●佐級錄取率最高	<b>高普考</b> 7月 ●一次準備，四次上榜機會	<b>調查局特考</b> 8月 ●三等月薪76,000起
<b>地方特考</b> 12月 ●考科同高普考	<b>自來水評價人員</b> 不定期舉辦 ●只考選擇題	<b>台電考試</b> 不定期舉辦 ●考科少、好準備 ●110年預計5月考試	<b>中油僱員</b> 不定期舉辦 ●只考2科，多為選擇題	<b>國營事業職員級</b> 不定期舉辦 ●國營退休潮，缺額多，限工科報考競爭者少

**錄取率高**

109年 工科錄取率最高達 **19.42%**

電力工程	電子工程	機械工程	資訊工程
高考 19.42%	高考 9.04%	高考 18.27%	高考 12.92%
普考 17.33%	普考 9.39%	普考 13.70%	普考 10.47%

三、(一)試述說明何謂紊流之閉合問題 (turbulence closure problem) ? (5分)

(二)有一個紊流之外流場，流體之自由流 (free stream) 速度為  $U$ ，流經一個鈍型物體。若假設壁面剪應力 ( $\tau_w$ ) 為：(1)流體密度  $\rho$ (2)自由流速度  $U$  (3)邊界層厚度  $\delta$ (4)紊流擾動速度  $u'$  及(5)壓力梯度  $dP/dx$  之函數。試以  $\rho$ 、 $U$  及  $\delta$  為重複變數，藉由因次分析與柏金漢  $\pi$  定理，詳細推導出  $\tau_w$  與  $U$ 、 $u'$ 、 $\rho$ 、 $\delta$  及  $dP/dx$  的無因次關係式。(20分)

**【解題關鍵】**

《考題難易》★★★★。

《破題關鍵》紊流理論、柏金漢  $\pi$  定理之應用。

《使用學說》紊流理論、因次分析。

**【擬答】**

(1)三維之紊流連續與動量方程式共有四個方程式，但卻含有十個未知數，無法直接以四個方程式來求解流場。在學理上，若所涉及的未知變數多於已知方程式數目，此稱為閉合問題。

(2)①  $\tau_w = f\left(\rho, U, \delta, u', \frac{dP}{dx}\right)$ ，其中各變數之因次如下：

$$\tau_w \sim [ML^{-1}T^{-2}], \rho \sim [ML^{-3}], U \sim [LT^{-1}], \delta \sim [L],$$

$$u' \sim [LT^{-1}], \frac{dP}{dx} \sim [ML^{-2}T^{-2}]$$

故有因次變數之個數  $k=6$ 。

②基本因次之個數  $r=3(M、L、T)$ 。

③選擇  $\rho、U、\delta$  為重複變數。

④  $k-r=6-3=3 \Rightarrow \pi_1 = \Phi(\pi_2, \pi_3)$ 。

⑤利用柏金漢  $\pi$  定理可得：

$$(I) \pi_1 = \rho^a U^b \delta^c \tau_w \Rightarrow M^0 L^0 T^0 = (ML^{-3})^a (LT^{-1})^b (L)^c (ML^{-1}T^{-2})$$

由因次均一性可得  $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases}$ ，故  $\pi_1 = \frac{\tau_w}{\rho U^2}$

(II)  $\pi_2 = \rho^a U^b \delta^c u' \Rightarrow M^0 L^0 T^0 = (ML^{-3})^a (LT^{-1})^b (L)^c (LT^{-1})$

由因次均一性可得  $\begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}$ ，故  $\pi_2 = \frac{u'}{U}$

(III)  $\pi_3 = \rho^a U^b \delta^c \frac{dP}{dx} \Rightarrow M^0 L^0 T^0 = (ML^{-3})^a (LT^{-1})^b (L)^c (ML^{-2}T^{-2})$

由因次均一性可得  $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$ ，故  $\pi_3 = \frac{\delta}{\rho U^2} \frac{dP}{dx}$

⑥ 無因次關係式為  $\frac{\tau_w}{\rho U^2} = \phi \left( \frac{u'}{U}, \frac{\delta}{\rho U^2} \frac{dP}{dx} \right)$ 。

志光.學儒.保成

高普考 地方特考 **工頂題庫班** 最強 **3** 階段課程

歸納歷屆經典考題，一步一步強化你的實力，就是要你上榜



**易錯題型觀念解析**

運用全國大數據系統，挑選歷年學生作答時易錯題型，加強觀念解析



**強化解題技巧**

教你解題關鍵，以題目方式授課，帶你加強應考實力



**增加答題速度**

讓你在有限的答題時間快速審題、破題，增加取分機會

**我是工科人，我工頂啦！**

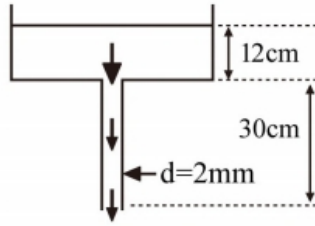
由於考試的題目非常靈活，參加題庫班，除了勤做考古題外，大量實作解說，很快速地強化我的考前記憶，每做一道題目馬上能判斷是在哪一章節，然後再逕行解題。

一年考取 109 普考 電子工程 曾○維



公職王歷屆試題 (109 地方特考)

- 四、有一液體其密度  $\rho$  為  $948 \text{ kg/m}^3$ 。為量測其動力黏度  $\mu$  ( $\text{kg/m}\cdot\text{s}$ )，將其倒入一個大容器內，流體深度為  $12 \text{ cm}$ ，容器垂直下方連接一條內徑  $2 \text{ mm}$ ，長度  $30 \text{ cm}$  之圓管，如下圖所示。若測得之流體之體積流率為  $1.9 \text{ cm}^3 / \text{s}$ ，
- (一)利用流體一維能量方程式，估算此流體之動力黏度  $\mu$  ( $\text{kg/m}\cdot\text{s}$ )? (20 分)
- (二)此流體之流場為層流或紊流? (5 分)



- 註：1. 流體在管內流動之達西摩擦因子  $f$  可由下式計算 (其中  $Re$  為雷諾數)：層流： $f = 64/Re$ ，紊流： $f = 0.316/Re^{0.25}$ ，
2. 重力加速度  $g = 9.81 \text{ m}^2 / \text{s}$

【解題關鍵】

《考題難易》★★★。

《破題關鍵》圓管層流及紊流之應用。

《使用學說》不可壓縮之黏性內流場。

【擬答】

取容器液面為點 1 及底部圓管出口為點 2 代入能量方程式中可得

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L$$

其中 (1)  $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$

(2)  $z_1 - z_2 = 0.42 \text{ (m)}$

(3)  $V_1 = 0$ ， $V_2 = \frac{Q}{A_2} = 0.605 \text{ (m/s)}$

$\therefore h_L = 0.4013 \text{ (m)}$ ，故  $h_L = f \frac{L V_2^2}{d 2g} \Rightarrow f = 0.1434$

假設此流場為圓管層流，故  $f = \frac{64}{Re} = \frac{64\mu}{\rho V_2 d} \Rightarrow \mu = 0.00257 \text{ (kg/m}\cdot\text{s)}$

驗證： $Re = \frac{\rho V_2 d}{\mu} = 446.33 < 2100$ ，故為圓管層流。