

109 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等別：三等考試

類科：統計

科目：統計學

參考值： $z_{0.01} = 2.33$ ， $z_{0.05} = 1.645$ ， $z_{0.1} = 1.28$ ， $x_{2,0.05}^2 = 5.99$ ， $x_{3,0.05}^2 = 7.81$
 $x_{4,0.05}^2 = 9.49$ ， $x_{5,0.05}^2 = 11.07$ ， $x_{2,0.1}^2 = 4.61$ ， $F_{6,18,0.025} = 3.22$ ， $F_{6,18,0.05} = 2.66$ ，
 $F_{5,18,0.025} = 3.38$ ， $F_{5,18,0.05} = 2.77$

一、假設金牌輪胎的使用壽命（單位：月）服從韋伯（Weibull）分配，機率密度函數為

$$f(x) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, x \geq 0$$

其中 $\lambda = 120$ 是比例參數（scale parameter）， $k = 5$ 是形狀參數（shape parameter）。廠商擬訂出一個保固期限 T （單位：月），使得僅有約 0.05% 的輪胎之壽命低於 T 。利用伽瑪（Gamma）函數的定義與性質：

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx,$$

$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$ 與 $\Gamma(0.2) = 4.59$ ，回答以下問題：（每小題 10 分，共 20 分）

(一) 試問金牌輪胎之平均壽命為幾個月？

(二) 試問保固期限 T 應該訂為多少？

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》韋伯（Weibull）分配少考，但可以利用積分也可求得答案

3. 《命中特區》吳迪著統計學 P5-52 至 P5-59

【擬答】

$$(一) f(x) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, k \geq 0$$

$\lambda = 120, k = 5$ 代入得

$$f(x) = \frac{5}{120} \left(\frac{x}{120}\right)^4 e^{-\left(\frac{x}{120}\right)^5}, x \geq 0$$

$$E(X) = \int_0^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x \frac{5}{120} \left(\frac{x}{120}\right)^4 e^{-\left(\frac{x}{120}\right)^5} dx$$

$$\text{令 } u = \left(\frac{x}{120}\right)^5 \Rightarrow du = \frac{5x^4}{120^5} dx = \frac{5}{120} \left(\frac{x}{120}\right)^4 dx$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow E(x) &= \int_0^{\infty} 120u^{\frac{1}{5}} e^{-u} du \\ &= 120\Gamma\left(\frac{6}{5}\right) = 120 \times \frac{1}{5}\Gamma\left(\frac{1}{5}\right) = 24 \times 4.59 \\ &= 110.16 \end{aligned}$$

$$\text{另解：} X \sim W\left(\alpha = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^k, \beta = k\right)$$

$$\Rightarrow E(x) = \alpha^{-\frac{1}{\beta}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$= \lambda \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = 120\Gamma\left(\frac{6}{5}\right) = 110.16$$

(二) 求 $P(X < T) = 0.05\%$

$$\Rightarrow \int_0^T \frac{5}{120} \left(\frac{x}{120}\right)^4 e^{-\left(\frac{x}{120}\right)^5} dx = 0.0005$$

$$\Rightarrow \int_0^{\left(\frac{T}{120}\right)^5} e^{-u} du = 0.0005$$

$$\Rightarrow -e^{-u} \Big|_0^{\left(\frac{T}{120}\right)^5} = 0.0005$$

$$\Rightarrow 1 - e^{-\left(\frac{T}{120}\right)^5} = 0.0005$$

$$\Rightarrow T = 21.87, \text{ 訂保固期為 21 個月}$$

志光 × 保成 × 學儒

109 高普考錄取成績 No. 1

囊括 **33** 狀元 **37** 榜眼 **27** 探花

| | | | | | | | | |
|----------------|----------------|-------------------|----------------|-------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 高考 勞工行政 狀元 姚○瑜 | 普考 農業行政 狀元 黃○君 | 高考 工業設計 榜眼 張○斌 | 普考 勞工行政 榜眼 謝○湘 | 高考 財務會計 狀元 陳○玄 | 普考 會計 狀元 黃○君 | 高考 一般行政 榜眼 謝○湘 | 普考 電子工程 榜眼 洪○啟 | 高考 經濟行政 探花 謝○賢 |
| 高考 債務行政 狀元 李○榮 | 普考 法律行政 狀元 余○誠 | 高考 公務社會工作師 榜眼 許○容 | 普考 農業技術 榜眼 沈○啟 | 高考 農林行政 狀元 李○豐 | 普考 一般行政 狀元 黃○軒 | 高考 績效審計 榜眼 劉○理 | 普考 財政行政 榜眼 曹○ | 高考 教育行政 探花 謝○澤 |
| 高考 戶政 狀元 李○豐 | 普考 社會行政 狀元 梁○翰 | 高考 植物病蟲害防治 榜眼 鍾○璇 | 普考 一般民政 榜眼 謝○ | 高考 農業技術 狀元 黃○智 | 普考 新 聞 狀元 林○敏 | 高考 農業行政 榜眼 李○猷 | 普考 一般民政 榜眼 謝○ | 高考 一般民政 探花 洪○嵐 |
| 高考 財經行政 狀元 林○秀 | 普考 法律行政 狀元 余○誠 | 高考 一般民政 榜眼 謝○ | 普考 農業行政 榜眼 李○猷 | 高考 一般行政 狀元 張○ | 普考 法律行政 狀元 余○誠 | 高考 一般民政 榜眼 謝○ | 普考 農業行政 榜眼 李○猷 | 高考 農林行政 探花 石○文 |
| 高考 社會行政 狀元 梁○翰 | 普考 經建行政 狀元 鄭○賢 | 高考 教育行政 榜眼 廖○維 | 普考 文化行政 榜眼 林○棟 | 高考 公務社會工作師 狀元 陳○亞 | 普考 觀光行政 狀元 黃○華 | 高考 航運行政 榜眼 廖○維 | 普考 經建行政 榜眼 蔡○ | 普考 經建行政 探花 王○ |
| 高考 一般行政 狀元 張○ | 普考 教育行政 狀元 黃○華 | 高考 人事行政 榜眼 張○ | 普考 戶政 榜眼 謝○ | 高考 動物技術 狀元 陳○成 | 普考 人學行政 狀元 陳○軒 | 高考 測量製圖 榜眼 李○玲 | 普考 經建行政 榜眼 蔡○ | 普考 交通技術 探花 謝○ |
| 高考 法 制 狀元 莊○佑 | 普考 教育行政 狀元 黃○華 | 高考 體育行政 榜眼 廖○維 | 高考 法律行政 榜眼 謝○ | 高考 交通行政 狀元 陳○成 | 普考 社會行政 狀元 黃○君 | 高考 體育行政 榜眼 廖○維 | 普考 戶政 榜眼 謝○ | 普考 統計 探花 陳○廷 |
| 高考 交通行政 狀元 陳○成 | 普考 經建行政 狀元 鄭○賢 | 高考 觀光行政 榜眼 廖○維 | 高考 法律行政 榜眼 謝○ | 高考 交通行政 狀元 陳○成 | 普考 交通行政 狀元 陳○成 | 高考 觀光行政 榜眼 廖○維 | 普考 戶政 榜眼 謝○ | 普考 金融保險 探花 陳○ |
| 高考 經建行政 狀元 蔡○ | 普考 社會行政 狀元 黃○君 | 高考 交通技術 榜眼 倪○ | 高考 法律行政 榜眼 謝○ | 高考 經建行政 狀元 蔡○ | 普考 社會行政 狀元 黃○君 | 高考 交通技術 榜眼 倪○ | 普考 戶政 榜眼 謝○ | 普考 交通技術 探花 謝○ |
| 高考 農林行政 狀元 洪○ | 普考 交通行政 狀元 陳○成 | 普考 一般行政 榜眼 謝○ | 高考 法律行政 榜眼 謝○ | 高考 農林行政 狀元 洪○ | 普考 交通行政 狀元 陳○成 | 普考 一般行政 榜眼 謝○ | 普考 戶政 榜眼 謝○ | 普考 社會行政 探花 謝○ |
| 高考 農林行政 狀元 洪○ | 普考 交通行政 狀元 陳○成 | 普考 一般行政 榜眼 謝○ | 高考 法律行政 榜眼 謝○ | 高考 農林行政 狀元 洪○ | 普考 交通行政 狀元 陳○成 | 普考 一般行政 榜眼 謝○ | 普考 戶政 榜眼 謝○ | 普考 社會行政 探花 謝○ |
| 高考 教育行政 狀元 謝○ | 普考 文化行政 榜眼 張○ | 普考 人事行政 榜眼 張○ | 高考 法律行政 榜眼 謝○ | 高考 教育行政 狀元 謝○ | 普考 文化行政 榜眼 張○ | 普考 人事行政 榜眼 張○ | 普考 戶政 榜眼 謝○ | 普考 社會行政 探花 謝○ |
| 高考 交通行政 狀元 陳○成 | 普考 動物技術 榜眼 黃○ | 普考 財政行政 榜眼 朱○ | 高考 法律行政 榜眼 謝○ | 高考 交通行政 狀元 陳○成 | 普考 動物技術 榜眼 黃○ | 普考 財政行政 榜眼 朱○ | 普考 戶政 榜眼 謝○ | 普考 社會行政 探花 謝○ |

下一位上榜就是你!

■因版面有限無法一一列出，詳盡榜單請上公職王查詢■

二、某部門調查員工每人上個月上網購物消費金額。假設共有 100 名員工，上月平均網購消費為 3000 元，標準差 500 元。

- (一)若網購消費金額之分配近似常態，試問上個月網購介於 2500 元至 3500 元的員工大約幾人？ (10 分)
- (二)若網購消費金額之分配近似常態，試問上個月網購高於 4000 元的員工大約幾人？ (5 分)
- (三)若網購消費金額之分配為右偏，而你上個月網購消費金額為 3000 元，試問多數員工的網購消費金額比你高或低？為什麼？ (5 分)

1. 《考題難易》★
2. 《破題關鍵》常態分配為常考題型，基本題
3. 《命中特區》吳迪著統計學 P5-42 至 P5-51

【擬答】

(一) $X \sim N(3000, 500^2)$

$$P(2500 \leq X \leq 3500)$$

$$= P\left(\frac{2500 - 3000}{500} \leq Z \leq \frac{3500 - 3000}{500}\right)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 1) = 0.6826$$

$$\Rightarrow 100 \times 0.6826 = 68.26 \quad \text{約 68 人}$$

(二) $P(X > 4000) = P(Z > \frac{4000 - 3000}{500})$

$$= P(Z > 2) = 0.0228$$

$$\Rightarrow 100 \times 0.0228 = 2.28 \quad \text{約 2 人}$$

(三)圖形為右偏，代表 $M_0 < M_e < \mu$

即多數員工的網購消費金額比 3000 元低

公職王歷屆試題 (109 地方特考)

三、林主任想分析其部門承接業務之件次是否因不同時段而有不同。根據下表業務件次資料，回答以下問題：

| | | |
|---------|-------|-------|
| 11-12am | 1-2pm | 2-3pm |
| 27 | 13 | 24 |

- (一)在 0.1 的顯著水準下，檢定以上三個時段的承接件次是否相同？(10 分)
 (二)執行(一)之檢定時，需對母體作何假設？(5 分)

1. 《考題難易》★
2. 《破題關鍵》卡方適合度檢定
3. 《命中特區》吳迪著統計學 P12-2 至 P12-10

【擬答】

(一)

| | | | |
|-------|---------|-------|-------|
| 時段 | 11-12am | 1-2pm | 2-3pm |
| O_i | 27 | 13 | 24 |
| e_i | 21.33 | 21.33 | 21.33 |

- [H_0 ：三個時段承接件次相同
 H_1 ：三個時段承接件次不同

$\alpha = 0.1$

$C = \{\chi^2 | \chi^2 > \chi_{0.1}^2(2) = 4.61\}$

檢定統計量

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(27 - 21.33)^2}{21.33} + \frac{(13 - 21.33)^2}{21.33} + \frac{(24 - 21.33)^2}{21.33} = 5.09 \in C \Rightarrow \text{ReHo}$$

結論：有證據顯示三個時段承接件次不同

(二) 1. 資料為名義變項

2. n 夠大時 $\sum \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i}$ 才會趨近於卡方分配，即 $e_i \geq 5$

3. 當自由度 $df = 1$ 時須做連續性校正
 (參考：林惠玲、陳正倉，2008 年 9 月)

志光 × 保成 × 學儒

法緒·憲法·公民·行政法·行政學·政治學·財政學
地方自治·公共管理·會計(含中會)·經濟學

測 驗 易 點 通

全國首創

O!ops 你又踩雷了嗎?

答題測驗就像玩踩地雷，總是在賭一把運氣？
已經錯過的題目，總是一錯再錯？

常考題型

知識強化

同樣的出題範圍一考再考，卻還是選不出答案，測驗題不能硬背，唯有讓老師帶你一觀出題知識的原貌，弄清題目在考什麼，才是唯一正解。

易錯題型

觀念釐清

彙整全國最大公職王線上網站測驗中，考生最高頻率答錯的試題，針對試題透徹分析出最易混淆的考點，加強授課、觀念釐清。

一點就通!

■ 完整課程資訊詳洽全國志光·保成·學儒門市 ■

公職王歷屆試題 (109 地方特考)

四、W 車輛測試中心擬研究 ABCDEF 六個不同品牌的汽車是否耗油程度有所差別。今隨機抽取此六個品牌的汽車各四輛，分別測試其使用一公升汽油所行駛之公里數，得到各品牌四輛車的平均行駛距離分別為 4.6、5.3、4.4、4.7、4.8 與 6.2 公里，誤差平方和 (sum of squares for error) 為 2.25。

(一)試做出此實驗之變異數分析表。(10 分)

(二)在 0.05 的顯著水準之下，檢定不同品牌汽車的耗油程度有無差別。(5 分)

1. 《考題難易》★
2. 《破題關鍵》單因子變異數分析，基本題
3. 《命中特區》吳迪著統計學 P9-4 至 P9-11

【擬答】

$$(一) \bar{X}_{..} = \frac{4.6+5.3+4.4+4.7+4.8+6.2}{6} = 5$$

$$SSTR = \sum n_i (\bar{X}_i - \bar{X}_{..})^2 = 4(4.6 - 5)^2 + 4(5.3 - 5)^2 + \dots + 4(6.2 - 5)^2 = 8.72$$

$$SSE = 2.25$$

$$SST = SSTR + SSE = 10.97$$

ANOVA 表

| 來源 | SS | df | MS | F 值 |
|-----|-------|----|-------|----------|
| 組間 | 8.72 | 5 | 1.744 | F=13.952 |
| 組內 | 2.25 | 18 | 0.125 | |
| 總變異 | 10.97 | 23 | | |

$$(二) \begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu_6 \\ H_1: \mu_i \text{ 不全相同}, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$c = \{F | F > F_{0.05}(5, 18) = 2.77\}$$

$$F = 13.952 \in C \Rightarrow Re H_0$$

結論：有證據顯示不同品牌汽車的耗油程度有差別

志光 × 保成 × 學儒

快速上榜

下一個上榜就是你!! 考取見證

一年考取 **鄭○賢** 109 普考經建行政 **狀元**
109 高考經建行政 **探花**

參加奪榜/特訓班的優勢是在考前幾個月逼自己進入備戰狀態，密集且快速的把前面上課的內容完整複習，並且每天固定要在表定時間內寫完題目，加上眾人聚在一起凝聚出考前衝刺的氛圍，讓自己更能專注、不懈怠。

5個月考取 **王○哲** 109 高普考財稅行政 **雙料金榜**

學習要先從定義開始，了解定義然後熟悉解題流程，有問題就問老師。選擇題最少要寫近3年，考試時細心看題目別掉入陷阱，申論是上榜關鍵，平時多練題庫上場才不會慌，過程論述要清楚，分數自然會高。

7個月考取 **翁○樺** 109 高普考會計 **雙料金榜**

我報名的是年度班，且選擇面授課程。後期選擇參加奪榜班，利用補習班的資源多練習題目跟加強申論題寫作。前期我會強迫自己準時補習班報到，後期就是白天去奪榜班念書跟刷題，晚上繼續到補習班趕進度。

7個月考取 **顏○凡** 109 高普考財稅行政 **雙料金榜**

當我開始補習時，距離考試已經只剩下7個月，我大部分科目都是照著老師的教導方式準備，只要穩穩跟著進度，不管是學習或之後複習，都會輕鬆很多。規劃好自己的讀書計畫，順順地準備下來，你一定可以得到成果。

公職王歷屆試題 (109 地方特考)

五、鄭主任使用線上適性化平台來訓練其部屬的軟體操作能力，該平台依學習者能力，適性調整每個人在線上接受訓練之時間，當能力達到精熟程度時，該訓練即停止。以下是 10 名部屬在訓練前之能力評估分數 (0~200 分，分數越高代表能力越強)，以及達到精熟程度所需要之練習時間 (分鐘)。(每小題 10 分，共 30 分)

| | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|
| 能力 | 181 | 33 | 13 | 34 | 47 | 11 | 20 | 91 | 74 | 164 |
| 時間 | 50 | 135 | 165 | 138 | 122 | 184 | 155 | 80 | 88 | 52 |

(一)試求出「能力」(y)對「時間」(x)之線性迴歸方程式，並計算判定係數 (coefficient of determination)。

(二)試說明對「能力」作何種轉換 (指數轉換： $z = e^y$ ，或自然對數轉換： $z = \log_e y$)，可以使轉換後之變數與「時間」之線性相關程度提高？先畫出原始資料中「能力」對「時間」之散布圖 (scatter plot)，並計算二者之相關係數，再與轉換後之散布圖與相關係數做比較。

(三)以轉換後之變數對「時間」作線性迴歸，得出迴歸方程式及判定係數，並說明該判定係數之意義。

1. 《考題難易》★
2. 《破題關鍵》相關與迴歸分析，基本題
3. 《命中特區》吳迪著統計學 P10-3 至 P10-42

【擬答】

$$\rightarrow \Sigma X = 1169, \Sigma X^2 = 156607$$

$$\Sigma Y = 668, \Sigma Y^2 = 78558, \Sigma XY = 53520$$

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$$

$$1. \hat{\beta}_1 = \frac{SS_{XY}}{SS_X} = \frac{\Sigma XY - \frac{(\Sigma X)(\Sigma Y)}{n}}{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}}$$

$$= \frac{53520 - \frac{1169 \times 668}{10}}{156607 - \frac{1169^2}{10}} = -1.2315$$

$$2. \hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} = \frac{668}{10} - (-1.2315) \times \frac{1169}{10} = 210.76235$$

$$\Rightarrow \hat{Y} = 210.76235 - 1.2315X$$

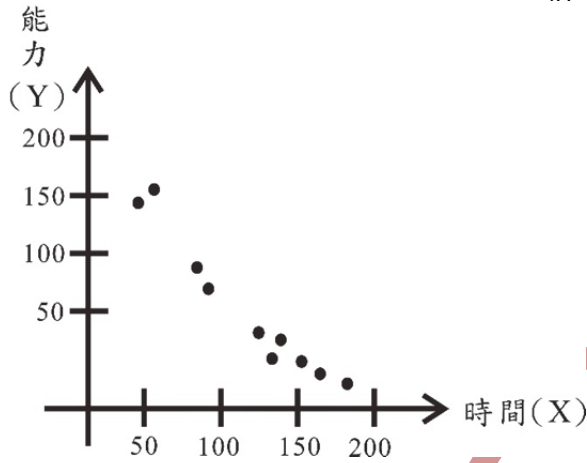
$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} = \frac{\Sigma XY - \frac{(\Sigma X)(\Sigma Y)}{n}}{\sqrt{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}} \sqrt{\Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma Y)^2}{n}}}$$

$$= \frac{53520 - \frac{1169 \times 668}{10}}{\sqrt{156607 - \frac{1169^2}{10}} \sqrt{78558 - \frac{668^2}{10}}} = -0.9442$$

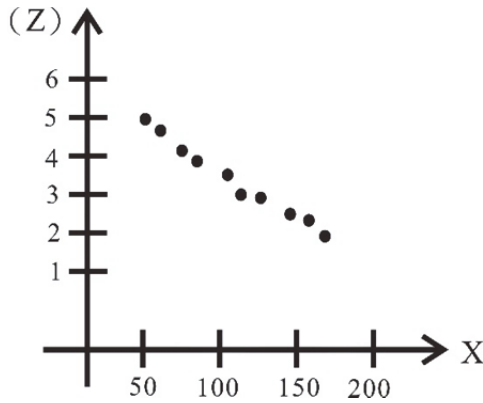
$$\Rightarrow \text{判定係數 } R^2 = (-0.9442)^2 = 0.8915$$

(二)原始資料

$$r_{xy} = -0.9442$$



| | | | | | | | | | | |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Y | 181 | 33 | 13 | 34 | 47 | 11 | 20 | 91 | 74 | 164 |
| Z = lnY | 5.2 | 3.5 | 2.6 | 3.5 | 3.9 | 2.4 | 3.0 | 4.5 | 4.3 | 5.1 |
| X | 50 | 135 | 165 | 138 | 122 | 184 | 155 | 80 | 88 | 52 |



$$\Sigma X = 1169, \Sigma X^2 = 156607$$

$$\Sigma Z = 38, \Sigma Z^2 = 153.02, \Sigma xz = 4030.5$$

$$r_{xz} = \frac{S_{xz}}{S_x S_z} = \frac{\Sigma xz - \frac{(\Sigma x)(\Sigma z)}{n}}{\sqrt{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}} \sqrt{\Sigma z^2 - \frac{(\Sigma z)^2}{n}}}$$

$$= \frac{4030.5 - \frac{1169 \times 38}{10}}{\sqrt{156607 - \frac{1169^2}{10}} \sqrt{153.02 - \frac{38^2}{10}}} = -0.9928$$

轉換後相關程度較高

$$\hat{Z} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$$

$$1. \hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xz}}{SS_x} = \frac{\Sigma XZ - \frac{(\Sigma X)(\Sigma Z)}{n}}{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}}$$

$$= \frac{4030.5 - \frac{1169 \times 38}{10}}{156607 - \frac{1169^2}{10}} = -0.0206$$

$$2. \hat{\beta}_0 = \bar{Z} - \hat{\beta}_1 \bar{X} = \frac{38}{10} - (-0.0206) \times \frac{1169}{10} = 6.20814$$

$$\Rightarrow \hat{Z} = 6.20814 - 0.0206X$$

判定係數 $R^2 = (-0.9928)^2 = 0.9857$ 即此迴歸線解釋總變異的比例為 98.57%