

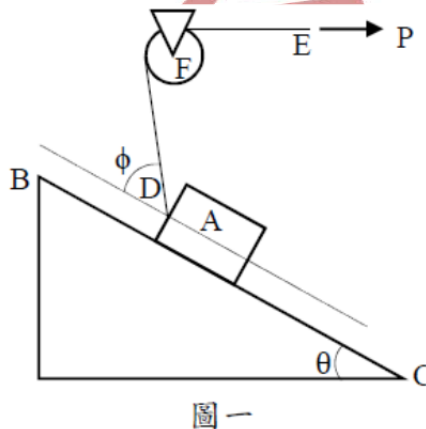
## 109 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：四等考試

類科別：土木工程

科 目：靜力學概要與材料力學概要

- 一、如下圖一所示，有一物塊 A 質量為 10kg，置放在斜面 BC 上，接觸面的最大靜摩擦係數為  $\mu_s=0.2$ 。斜面與水平面的夾角為  $\theta=30^\circ$ ，物塊上緣的中央處 D 有一繩索 DE 繞過一個圓盤的定滑輪 F，定滑輪在 F 點為鉸支承(hinge support)。繩索在 E 處有一水平力 P 作用，且繩索在 D 處與斜面的夾角  $\phi=45^\circ$ 。忽略定滑輪的質量，並且繩索與滑輪沒有存在任何摩擦。
- 本題用到三角函數值  $\sin 30^\circ=0.5$ ， $\cos 30^\circ=0.866$ ， $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=0.7071$ ， $\sin 15^\circ=0.2588$ ， $\cos 15^\circ=0.9659$ 。據此回答以下問題：
- (一)若要物塊 A 處於靜止狀態，請問此時水平力 P 最少要為多大？(15 分)
- (二)接(一)小題，在最小水平力 P 之下，鉸支承 F 的反力為何？請標示出反力的水平分量與垂直分量。(15 分)



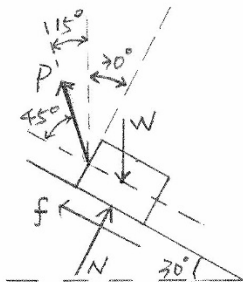
《考題難易》★★★

《破題關鍵》(1)同一繩索的拉力在每一點皆相同。

(2)物塊 A 有向 C 點滑動趨勢，所以摩擦力向 B 點方向。

【擬答】

- (一)物塊 A 處於靜止狀態，此時水平力 P 的大小  
物塊 A 的自由體如圖



$$N = W \cos 30^\circ = 10 \times 9.81 \times 0.866 = 84.9546 \text{ N}$$

$$f = N \cdot \mu_s = 1.991 \text{ N}$$

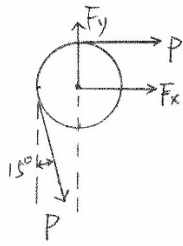
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P \cos 45^\circ + f - W \sin 30^\circ = 0$$

$$\Rightarrow P \times 0.7071 + 1.991 - 98.1 \times 0.5 = 0$$

$$\Rightarrow P = 45.339 \text{ N}$$

公職王歷屆試題 (109年 地方特考)

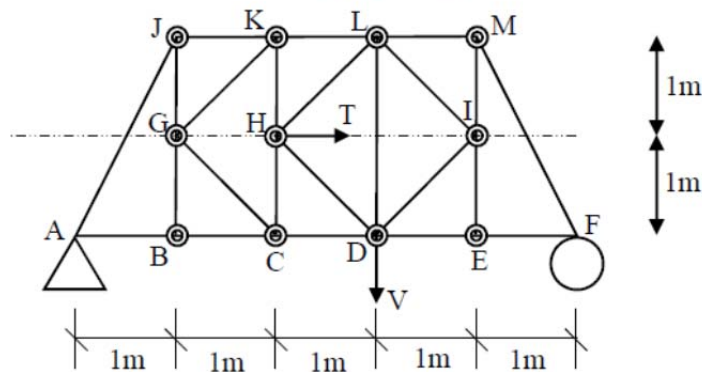
(二)在最小水平力 P 之下，鉸支承 F 的反力  
滑輪自由體如圖



$$F_x + P + P \sin 15^\circ = 0 \Rightarrow F_x = -57.073N = 57.073N(\leftarrow)$$

$$F_y - P \cos 15^\circ = 0 \Rightarrow F_y = 43.7929N(\uparrow)$$

二、如圖二所示，有一桁架系統，桿件之間都以插銷(pin)連接。桁架在 A 處為鉸支承(hinge support)，在 F 處為滾支承(roller support)。在 H 節點處有一水平力  $T=15N$ ，在節點 D 處有一垂直向下的力  $V=10N$ 。桿件 AB、BC、CD、DE、EF、JK、KL、LM、GJ、BG、HK、CH、EI、IM 長度均為 1m。且角 IEF、LMI、DEI、CDL、HKL、GJK、GBC 與 ABG 均為直角。下圖中⊙為各節點上之插銷，△為 A 處的鉸支承，而○為 F 處的滾支承。若有需要可以使用  $\sqrt{2} = 1.41412$ ， $\sqrt{5} = 2.2361$  據此請求出桿件 CD 內所受到的軸力大小，並標示其為張力或是壓力(25 分)



圖二

《考題難易》★。

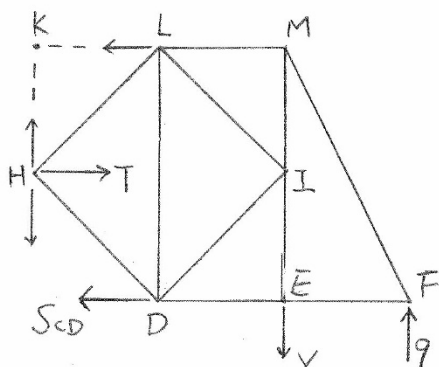
《破題關鍵》以斷面法求  $S_{CD}$ 。

【擬答】

以整體桁架求 F 點反力，設反力向上

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F_y \times 5 + 10 \times 3 + 15 \times 1 = 0 \Rightarrow F_y = 9N(\uparrow)$$

取自由體如圖



對K點力矩合為零

$$\sum M_K = 0$$

$$S_{cd} \times 2 - 15 \times 1 + 10 \times 2 - 9 \times 3 = 0 \Rightarrow S_{cd} = 11N(\text{拉力})$$

志光.志聖.學儒 土木技師/公職.國營土木工程/土木研究所

# 土木人快速上榜

面授/視訊/在家補課  
雲端函授 多元輔考

**3** 9-10月奪榜題庫班

歷屆試題授課  
強化答題架構

**4** 11月考前總複習

命題焦點+重要觀念  
加強複習及提示

**1** 11月基礎先修班

重點導論及  
理論架構學習

**2** 12-8月完整正規班

詳細建構觀念+  
深度論點闡述

※土木技師課程為例



土木技師  
最新詳解

豐富資源



上榜技巧



專業團隊

獨家『大滿貫課程』一次報名  
公職◎證照◎研究所 一次搞定

**考取學員大力推薦**



金榜.王○銘  
應屆考取  
高考土木工程+土木技師

推薦志聖除了師資優秀外，真的事後的複習與補課的方式，讓我覺得超便利。



金榜.王○鈞  
高普考土木工程  
雙料金榜

補習班系統性的重點加上授課老師精闢的講解，讓我更容易吸收如願金榜題名。

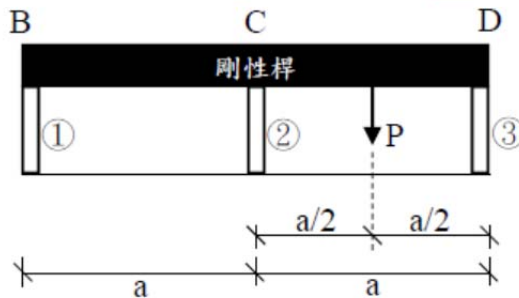
材料力學公式  
線上立即看



最新考情&優惠  
LINE 好友洽詢



三、如圖三所示，有一剛性桿 (rigid bar) BCD，與三根一樣的彈性短柱 (①柱、②柱與③柱)相黏結。三根短柱垂直立於地面上，高度為L，軸向剛度 (axial rigidity) 為EA (E為彈性模數，A為斷面積)。剛性桿在CD的中央處受到一垂直向下的側向載重P。求③柱斷面上所受到的軸力為多少，並且標示其軸力為壓力或是張力。(25分)



圖三

《考題難易》★★★★。

《破題關鍵》(1)屬於靜不定軸力桿件題型。

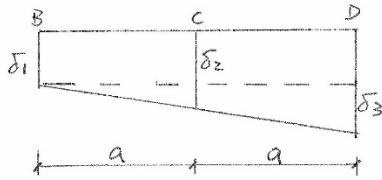
(2)各柱變形量之間的關係式提供變位和諧條件。

【擬答】

設各柱軸力為壓力

$$S_1 = \frac{\delta_1 AE}{L}, S_2 = \frac{\delta_2 AE}{L}, S_3 = \frac{\delta_3 AE}{L}$$

變形圖如圖所示



由圖可得

$$\frac{\delta_2 - \delta_1}{a} = \frac{\delta_3 - \delta_1}{2a} \Rightarrow 2\delta_2 - 2\delta_1 = \delta_3 - \delta_1 \Rightarrow 2\delta_2 - \delta_3 = \delta_1 \Rightarrow 2S_2 - S_3 = S_1 \dots (1)$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = P \dots (2)$$

$$\sum M_1 = 0 \Rightarrow P \times \frac{3}{2}a - S_2 \times a - S_3 \times 2a = 0 \Rightarrow 3P - 2S_2 - 4S_3 = 0 \dots (3)$$

$$(1)(2) \Rightarrow 2S_2 - S_3 + S_2 + S_3 = P \Rightarrow 3S_2 = P \Rightarrow S_2 = \frac{P}{3}$$

代入(3)

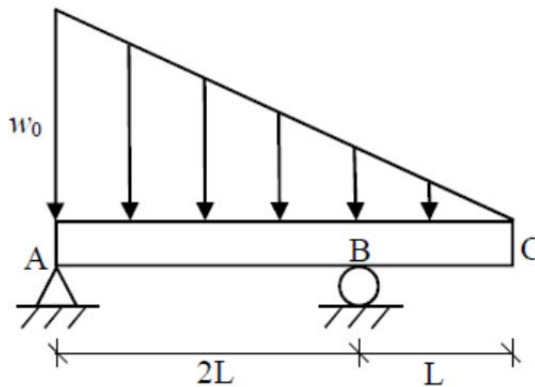
$$\Rightarrow 3P - 2 \times \frac{P}{3} - 4S_3 = 0 \Rightarrow S_3 = \frac{7}{12}P (\text{壓力})$$

四、有一外伸梁 (overhanging beam) ABC 如圖四所示，AB 長度為  $2L$ ，BC 長度為  $L$ 。在梁上受到一三角形的垂直向下的分布載重，三角形分布載重的最大荷重密度在 A 處，大小為  $w_0$ 。梁在 A 處受到鉸支承，在 B 處受到滾支承。梁的彈性模數為  $E$ ，對斷面中性軸 (neutral axis) 的

轉動慣量為  $I$ 。若有需要可以使用  $\sqrt{2} = 1.41412$ ，據此回答以下問題：

(一) 請問最大彎矩值出現在何處？彎矩值為多少？(10 分)

(二) 若梁的斷面為矩形斷面，梁高為  $h$ ，梁寬為  $b$ ，則梁的最大彎矩應力為多少？(10 分)



圖四

《考題難易》★★★。

《破題關鍵》最大彎矩值發生在剪力為零，B 點的剪力有通過零值為可能的發生位置。

【擬答】

設支承反力  $A_y(\uparrow)$ ， $B_y(\uparrow)$

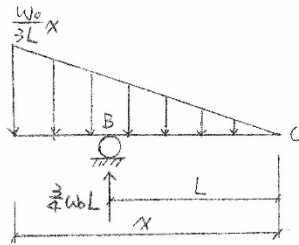
$$W = \frac{1}{2} \times w_0 \times 3L = \frac{3}{2}w_0L$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow A_y \times 2L - \frac{3}{2}w_0L \times L = 0 \Rightarrow A_y = \frac{3}{4}w_0L(\uparrow)$$

$$B_y = \frac{3}{2}W_0L - \frac{3}{4}W_0L = \frac{3}{4}W_0L(\uparrow)$$

(一) 最大彎矩值出現位置在剪力為零

由下圖求得最大彎矩值出現位置



$$\frac{1}{3} \times \frac{w_0}{3L} \times x \times x = \frac{3}{4} w_0 L \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}} L$$

$$M_{\max} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} w_0 \times \frac{3\sqrt{2}}{2} L \times \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} L - \frac{3}{4} w_0 L \left( \frac{3\sqrt{2}}{2} L - L \right) = -0.3107 w_0 L^2$$

$$M_B = \frac{w_0}{6} L \times \frac{L}{3} = \frac{w_0 L^2}{18} = 0.0555 w_0 L^2$$

最大彎矩值出現距 C 點  $\frac{3}{\sqrt{2}} L$  處

(二) 梁的最大彎矩應力

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{S} = \frac{0.3107 w_0 L^2}{\frac{1}{6} b h^2} = \frac{1.864 w_0 L^2}{b h^2}$$

公  
職  
王