

109 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：測量製圖

科 目：測量學

一、某兩個精確已知水準點其高程值分別為 $H_A=120.328\text{m}$ ， $H_B=120.917\text{m}$ ，此時以一水準儀觀測該兩點水準標尺，讀 A 點讀數為 1.203 m ，B 點讀數為 0.618 m ，並已知水準儀至 A 點距離為 80m ，至 B 點距離為 45m ，請計算該水準儀之視準軸誤差（以弧秒表示）。(25 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★：簡單
2. 《解題關鍵》關鍵字：水準儀之視準軸誤差。重點提要：弧長公式之應用。

【擬答】

假設：1. 水準儀之視準軸誤差為 α ，且視準軸偏下

2. 觀測 A 點讀數為後視 b ，觀測 B 點讀數為前視 f ，高程差為 Δh ， $\Delta h=b-f$

已知： $H_A=120.328\text{ m}$ ， $H_B=120.917\text{ m}$ ； $b=1.203\text{ m}$ ， $f=0.618\text{ m}$

1. 正確的高程差 $\Delta h_o = H_B - H_A = 120.917 - 120.328 = 0.589\text{m}$

2. 假設：正確の後視 $b'=b+80\alpha$ ，正確的前視 $f'=f+45\alpha$

正確的高程差 $\Delta h = b' - f' = (b+80\alpha) - (f+45\alpha) = (b-f) + 35\alpha$

$b-f=1.203-0.618=0.585$ ， $\Delta h=0.585+35\alpha$

3. $\therefore \Delta h = \Delta h_o \quad \therefore 0.585+35\alpha=0.589$ ， $35\alpha=0.004$ ， $\alpha=0.0001143$

$$\alpha'' = \alpha \cdot \rho'' = \frac{0.004}{35} \times 206265'' = 23.6''$$

水準儀之視準軸誤差為 $\alpha''=23.6''$ （偏下）

【命中特區】書名：測量學上課教材(2019 年版)

作者：賴明 章節出處：第三章水準測量之八、水準儀的校正與整置

二、某人於海拔約為 1500m 處量得兩點間之水平距離為 2.350km ，則經過海平面歸化改正後，該兩點之水平距離應為何？需說明計算時之假設條件。(25 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★：簡單
2. 《解題關鍵》關鍵字：海平面歸化改正。

【擬答】

(一)經過海平面歸化改正後，計算兩點之水平距離

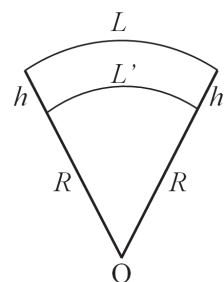
已知：海拔 $h=1500\text{ m}=1.5\text{ km}$ ，

兩點間之水平距離 $L=2.350\text{ km}=2350\text{ m}$

假設：在高程 h 的距離 L ，海平面歸化改正後的距離 L' 。

$$\therefore \frac{L'}{R} = \frac{L}{R+h} \quad \therefore L' = L \times \frac{R}{R+h}$$

$$L' = 2350 \times \frac{6371}{6371+1.5} = 2349.4\text{m}$$



(二)計算時之假設條件

1. 假設條件 1：地球半徑 $R = 6371\text{km}$

2. 假設條件 2：為簡化計算，使用弧長公式，水平距離（弦長）假設為弧長。

因為，在地球表面上，相距 10 公里的任意二點，其 弧長-弦長=1mm。當水平距離=2.350 km 時，其”弧長-弦長”之值更是微小，可以忽略不計，因此，弦長可假設為弧長。

3. 假設條件 3：以「大地水準面」作為化算的基準面。

理論上，距離應該投影到「參考橢球面」。但因「參考橢球面」與「大地水準面」之差值，也就是「大地起伏 N 」，其值並不大。臺灣地區的大地起伏約為 18 至 28 公尺，與地球半徑 6371 公里相比較，大地起伏是很小的，因而可以「大地水準面」作為化算的基準面。在正高系統，也是以「大地水準面」作為基準面。因此，高程與距離有相同的基準面。

【命中特區】書名：測量學上課教材(2019 年版)

作者：賴明 章節出處：第二章距離測量之四、卷尺長度的檢定與量距的改正

志光.學儒.保成

高普考
地方特考

工頂題庫班

最強 3 階段課程

歸納歷屆經典考題，一步一步強化你的實力，就是要你上榜



易錯題型觀念解析

運用全國大數據系統，挑選歷年學生作答時易錯題型，加強觀念解析



強化解題技巧

教你解題關鍵，以題目方式授課，帶你加強應考實力



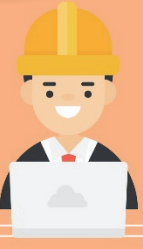
增加答題速度

讓你在有限的答題時間快速審題、破題，增加取分機會

我是工科人，我工頂啦！

由於考試的題目非常靈活，參加題庫班，除了勤做考古題外，大量實作解說，很快速地強化我的考前記憶，每做一道題目馬上能判斷是在哪一章節，然後再逕行解題。

一年考取 109 普考 電子工程 曾○維



三、某一直角三角形，其互相垂直之兩邊長觀測值分別為 $3.00\text{m} \pm 0.02\text{m}$ 以及 $4.00\text{m} \pm 0.02\text{m}$ ，且觀測過程彼此獨立不相關，請計算該三角形其周長 S 與面積 A 之標準差 (σ_S 、 σ_A) 以及其相關係數 (ρ_{SA}) 各為何？(25 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★★：非常困難

2. 《解題關鍵》關鍵字：誤差傳播定律之應用。重點提要：矩陣運算，相關係數。

【擬答】

已知：邊長 $a = 3.00\text{m} \pm 0.02\text{m}$ ，邊長 $b = 4.00\text{m} \pm 0.02\text{m}$

假設：斜邊長 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ （由畢氏定理），中誤差 $\sigma_a = \sigma_b = \pm 0.02\text{m} = \sigma_o$

周長 $S = a + b + c = a + b + \sqrt{a^2 + b^2}$ ，面積 $A = \frac{1}{2}ab$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \left(a + b + \sqrt{a^2 + b^2} \right) = 1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1 + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \left(a + b + \sqrt{a^2 + b^2} \right) = 1 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$$

$$\frac{\partial A}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{1}{2}ab \right) = \frac{b}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{1}{2}ab \right) = \frac{a}{2} = \frac{3}{2}$$

亦即， $dS = \frac{\partial S}{\partial a} \cdot da + \frac{\partial S}{\partial b} \cdot db = \frac{8}{5} \cdot da + \frac{9}{5} \cdot db$ ， $dA = \frac{\partial A}{\partial a} \cdot da + \frac{\partial A}{\partial b} \cdot db = 2 \cdot da + \frac{3}{2} \cdot db$

$\therefore$ 兩邊長觀測過程彼此獨立不相關， $\sigma_{ba} = 0 = \sigma_{ab} \therefore \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & \sigma_{ab} \\ \sigma_{ba} & \sigma_b^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \sigma_b^2 \end{bmatrix}$

由多變量函數之誤差傳播定律，S 與 A 之變方-協變方矩陣為：

$$\begin{bmatrix} \sigma_S^2 & \sigma_{SA} \\ \sigma_{AS} & \sigma_A^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial a} & \frac{\partial S}{\partial b} \\ \frac{\partial A}{\partial a} & \frac{\partial A}{\partial b} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \sigma_b^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial a} & \frac{\partial S}{\partial b} \\ \frac{\partial A}{\partial a} & \frac{\partial A}{\partial b} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{8}{5} & \frac{9}{5} \\ 2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_o^2 & 0 \\ 0 & \sigma_o^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{8}{5} & \frac{9}{5} \\ 2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}^T$$

$$= \sigma_o^2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{8}{5} & \frac{9}{5} \\ 2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{8}{5} & 2 \\ \frac{9}{5} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \sigma_o^2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{8}{5} & \frac{9}{5} \\ 2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{8}{5} & 2 \\ \frac{9}{5} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \sigma_o^2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{64}{25} + \frac{81}{25} & \frac{16}{5} + \frac{27}{10} \\ \frac{16}{5} + \frac{27}{10} & 4 + \frac{9}{4} \end{bmatrix}$$

亦即， $\begin{bmatrix} \sigma_S^2 & \sigma_{SA} \\ \sigma_{AS} & \sigma_A^2 \end{bmatrix} = \sigma_o^2 \cdot \begin{bmatrix} 5.8 & 5.9 \\ 5.9 & 6.25 \end{bmatrix}$ ， $\sigma_S^2 = 5.8\sigma_o^2$ ， $\sigma_A^2 = 6.25\sigma_o^2$ ， $\sigma_{AS} = \sigma_{SA} = 5.9\sigma_o^2$

$$\sigma_S = \pm \sigma_o \cdot \sqrt{5.8} = \pm 0.02 \times \sqrt{5.8} = \pm 0.048m$$

$$\sigma_A = \pm \sigma_o \cdot \sqrt{6.25} = \pm 0.02 \times \sqrt{6.25} = \pm 0.050m^2$$

$$\text{相關係數 } \rho_{SA} = \frac{\sigma_{SA}}{\sqrt{\sigma_S^2 \cdot \sigma_A^2}} = \frac{5.9\sigma_o^2}{\sqrt{5.8\sigma_o^2 \times 6.25\sigma_o^2}} = \frac{5.9}{\sqrt{5.8 \times 6.25}} = 0.98$$

$\therefore \sigma_S = \pm 0.048m$ ， $\sigma_A = \pm 0.050m^2$ ，相關係數 $\rho_{SA} = 0.98$

【命中特區】書名：測量平差法上課教材(2019 年版)

作者：賴明 章節出處：第四章多變量函數之誤差傳播

四、已知 A 點與 B 點之 E、N 坐標分別為 (200.300m, 150.380m) 與 (250.328m, 180.080m)，並測得 $\angle BAC$ 為 182.032° ，AC 點距離為 90.320 m，則 C 點之坐標為何？(25 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★：普通
2. 《解題關鍵》關鍵字：坐標計算。重點提要：光線法。

【擬答】

已知： $A(E_A, N_A) = (200.300m, 150.380m)$, $B(E_B, N_B) = (250.328m, 180.080m)$

$$\angle BAC = 182.032^\circ = 182^\circ 01' 55.2'' , \overline{AC} = 90.320m$$

1. 由 A, B 兩點坐標，得方位角 ϕ_{AB}

$$\Delta E_{AB} = E_B - E_A = 250.328 - 200.300 = 50.028m > 0$$

$$\Delta N_{AB} = N_B - N_A = 180.080 - 150.380 = 29.700m > 0 , \text{第 I 象限}$$

$$\phi_{AB} = \tan^{-1} \frac{\Delta E_{AB}}{\Delta N_{AB}} = \tan^{-1} \frac{50.028}{29.700} = 59^\circ 18' 13.6''$$

2. 假設 $\angle BAC$ 為順時針方向的旋轉角，可得 C_1 點坐標

$$\phi_{AC} = \phi_{AB} + \angle BAC = 59^\circ 18' 13.6'' + 182^\circ 01' 55.2'' = 241^\circ 20' 08.8''$$

$$E_{C_1} = E_A + \overline{AC} \cdot \sin \phi_{AC} = 200.300 + 90.320 \times \sin 241^\circ 20' 08.8'' = 121.049m$$

$$N_{C_1} = N_A + \overline{AC} \cdot \cos \phi_{AC} = 150.380 + 90.320 \times \cos 241^\circ 20' 08.8'' = 107.056m$$

3. 假設 $\angle BAC$ 為逆時針方向的旋轉角，可得 C_2 點坐標

$$\therefore \phi_{AC} + \angle BAC - 360^\circ = \phi_{AB}$$

$$\therefore \phi_{AC} = \phi_{AB} + 360^\circ - \angle BAC = 59^\circ 18' 13.6'' + 360^\circ - 182^\circ 01' 55.2'' = 237^\circ 16' 18.4''$$

$$E_{C_2} = E_A + \overline{AC} \cdot \sin \phi_{AC} = 200.300 + 90.320 \times \sin 237^\circ 16' 18.4'' = 124.319m$$

$$N_{C_2} = N_A + \overline{AC} \cdot \cos \phi_{AC} = 150.380 + 90.320 \times \cos 237^\circ 16' 18.4'' = 101.548m$$

$\therefore$ C 點坐標可以是 $(121.049m, 107.056m)$ ，或是 $(124.319m, 101.548m)$

【命中特區】書名：測量學上課教材(2019 年版) 作者：賴明

章節出處：第一章平面測量學基礎，第 4 節測量基本計算與原理，二、測量的基本原理

志光.學儒.保成 規劃了豐富完整的課程

精心安排專屬**工科人**的學習規劃，最完整的上榜課程

工科考試所需要的準備，我們通通幫你安排好了

法科
架構班

學校沒教的，我們教給你！
名師精解法科知識，
結合實務例子，助你建構
法科概念。

扎實
正規班

完整堂數規劃，循序漸進學
習，讓您深度修習工科各專
業學科知識。

作文
實戰班

作文再也不是理工人的痛！
透過專業老師的輔導，快速
強化您的寫作架構、邏輯概
念。

主題
題庫班

主題式教學，搭配各類試題
演練，進行考點分析及破題
要點訓練，讓您短時間各科
實力倍增。

精華
總複習

考前重點總複習，精準掌握
重要考點，讓您考前實力突
飛猛進。

時事議題
修法要點

自己沒時間彙整最新資訊
沒關係！
完整時事補充，修法即時解
析，考前重點全面補遺。

考前提要
關懷講座

名師考前最終提點，穩定你
累積許久的實力，讓你的觀
念更加清晰。

全國全真
模擬考

檢視應考實力、訓練臨場反
應、掌握最新考題趨勢，全
程比照考試時程，模擬考場
實戰氛圍，讓您能以平常心
應考！