

109 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試
類 科：土木工程
科 目：結構學

一、圖 1 所示之梁桿件 ABCDE 中，C 點為鉸接點，在圖示載重下，求 A 點、B 點及 D 點的反力並繪此整支梁的剪力圖與彎矩圖。(25 分)

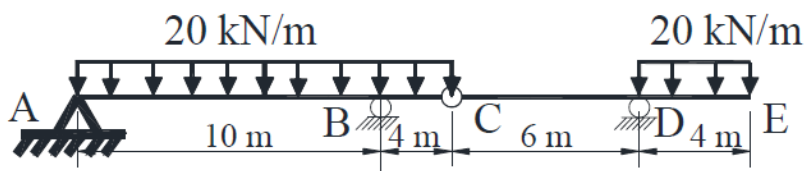


圖 1

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》本題為靜定穩定結構，直接利用平衡方程式即可求得反力與剪力彎矩

【擬答】



求解支承反力

CD

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 6D_y - 20 \cdot 4 \cdot 8 = 0 \Rightarrow D_y = \frac{320}{3} (\uparrow) (kN)$$

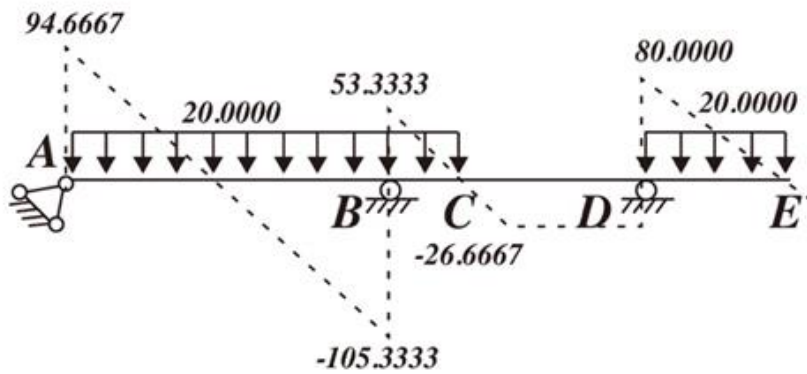
ABC

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 20 \cdot 14 \cdot 7 - 14A_y - 4B_y = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y + D_y - 20 \cdot 18 = 0 (\uparrow) (kN)$$

$$\Rightarrow \left(A_y = \frac{284}{3}, B_y = \frac{476}{3}, D_y = \frac{320}{3} \right) (\uparrow) (kN)$$

V-dia (剪力圖)



求 AB 段剪力： $V(x) = A_y - 20x$

剪力為零處： $V(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{71}{15}$

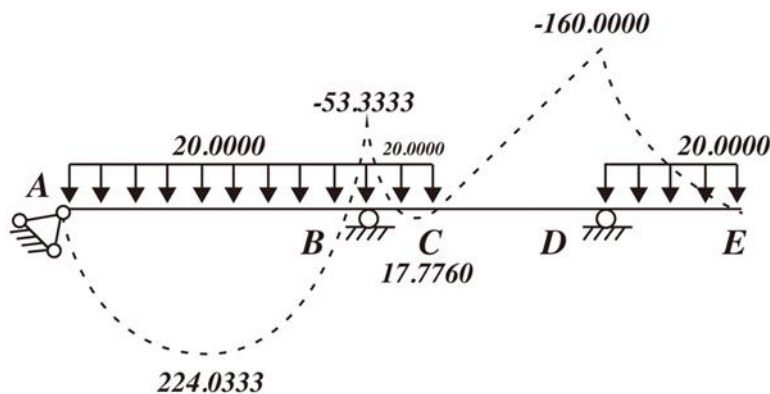
B^- 處剪力： $V_{B^-} = V(10) = A_y - 200 = -\frac{316}{3}$

B^+ 處剪力： $V_{B^+} = V_{B^-} + B_y = -\frac{316}{3} + \frac{476}{3} = \frac{160}{3}$

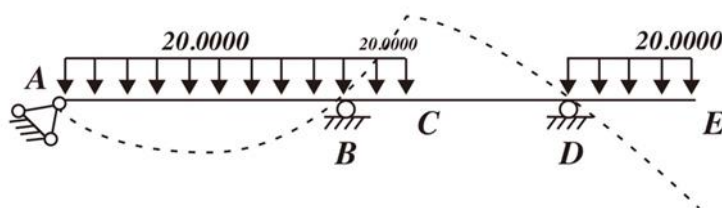
C 處剪力： $V_C = V_{B^+} - 20 \cdot 4 = -\frac{80}{3}$

D^+ 處剪力： $V_{D^+} = -\frac{80}{3} + D_y = 80$

M-dia (彎矩圖) (Note: 本彎矩圖取向下為正，與一般彎矩圖上下顛倒)



〈補充〉變位圖



公職王歷屆試題 (109 地方特考)

二、如圖 2 所示之桁架結構，所有桿件彈性模數 $E = 200 \text{ GPa}$ 與斷面積 $A = 1000 \text{ mm}^2$ ，試以單位力法 (Unit-load method) 求圖示載重下 C 點之垂直變位及水平變位 (以其他方法求解一律不予計分)。(25 分)

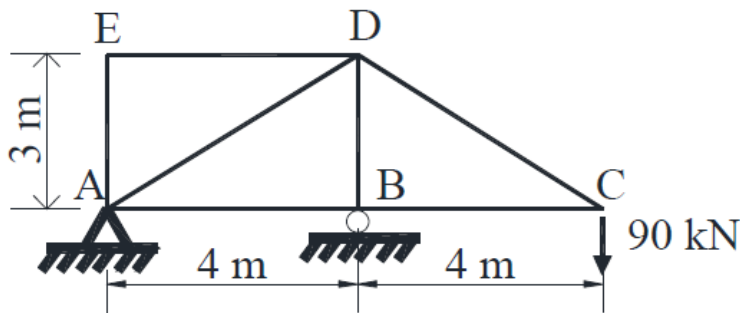


圖 2

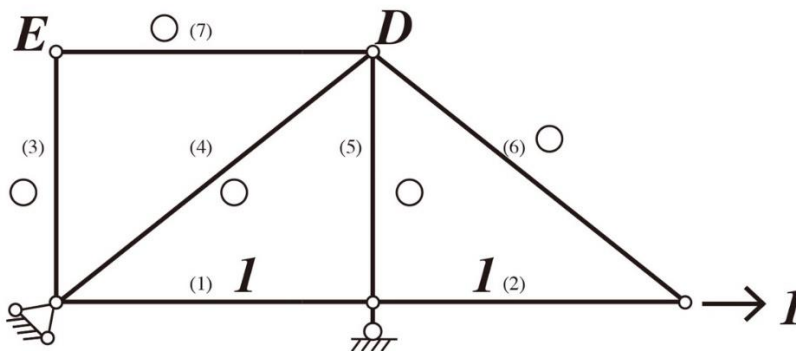
【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》
 - (1) 建議先判斷有無零桿
 - (2) 用單位力法求位移時，水平向與垂直向需被分開計算

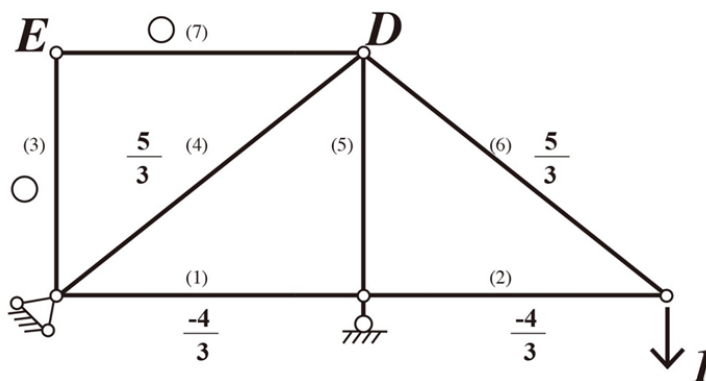
【擬答】

$$E = 200 \text{ GPa}, A = 10^3 \text{ mm}^2 \Rightarrow EA = 200 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} = 2 \cdot 10^8$$

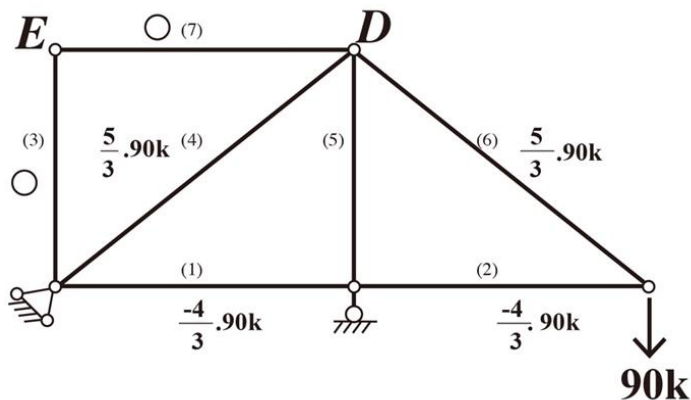
水平虛載重下之內力 n_h (於 C 點加一單位向右集中力)



垂直虛載重下之內力 n_v (於 C 點加一單位向下集中力)



真實載重下之內力 N ，Note： $N = 90k \cdot n_v$



故 C 點水平位移為

$$\Delta_h = \sum \frac{n_h NL}{EA} = \frac{1000}{2 \cdot 10^8} \left(1 \cdot 90 \left(\frac{-4}{3} \right) \cdot 4 + 1 \cdot 90 \left(\frac{-4}{3} \right) \cdot 4 \right) = -\frac{3}{625} = -4.8 \cdot 10^{-3} (m) \text{ (負號代表向左)}$$

C 點垂直位移為

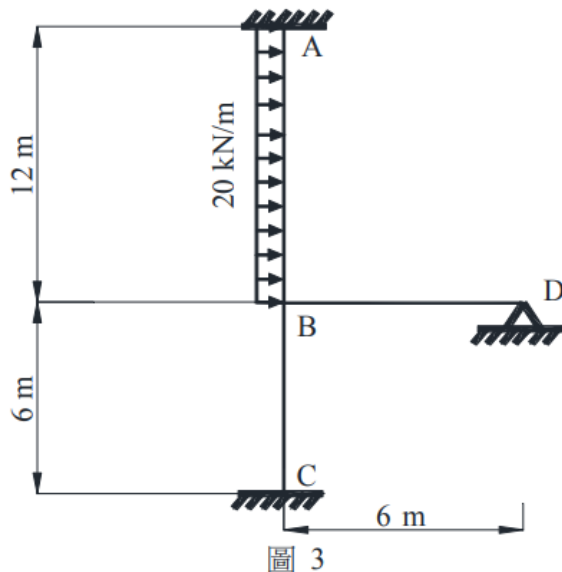
$$\Delta_v = \sum \frac{n_v NL}{EA} = \sum \frac{n_v (90k \cdot n_v) L}{EA} = \frac{90000}{2 \cdot 10^8} \left(4 \left(\frac{-4}{3} \right)^2 + 4 \left(\frac{-4}{3} \right)^2 + 3(-2)^2 + 5 \left(\frac{5}{3} \right)^2 + \left(\frac{5}{3} \right)^2 \right) = 24.3 \cdot 10^{-3} (m)$$

〈向下〉

公
職
王

公職王歷屆試題 (109 地方特考)

三、假設圖 3 之構架中各桿件之 EI 均相同，試以傾角變位法 (Slope Deflection Method) 求解各桿件之桿端彎矩及 D 點的反力 (以其他方法求解一律不予計分)。(25 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》本題若考慮 D 點鉸接修正，則自由度為 1(DOF=1)

【擬答】

[分析]本題若考慮 D 點鉸接修正，則自由度為 1(DOF=1)

1. 變位諧合

$$R_{AB} = R_{BC} = R_{BD} = 0$$

2. 固端彎矩

$$M_{AB}^F = \frac{\omega L^2}{12} = \frac{20(12)^2}{12} = 240$$

$$M_{BA}^F = -\frac{\omega L^2}{12} = -240$$

3. 桿件彎矩

$$M_{AB} = \frac{2EI}{12}(\theta_B) + 240$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{12}(2\theta_B) - 240$$

$$M_{BD} = \frac{3EI}{6}(\theta_B)$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{6}(2\theta_B)$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{6}(\theta_B)$$

公職王歷屆試題 (109 地方特考)

4. 平衡求解

B 點彎矩平衡：

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0 \Rightarrow \frac{2EI}{12}(2\theta_B) - 240 + \frac{2EI}{6}(2\theta_B) + \frac{3EI}{6}(\theta_B) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_B = \frac{160}{EI}$$

5. 代回求各桿端彎矩

$$M_{AB} = \frac{800}{a}, M_{BA} = -\frac{560}{a}, M_{BD} = 80, M_{BC} = 80, M_{BC} = \frac{320}{3}, M_{CB} = \frac{160}{3}$$

〈單位為 $kN \cdot m$ ，順時針為正〉

6. D 點反力 (D_x, D_y)

取 BD 桿：

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BD} - 6D_y = 0 \Rightarrow D_y = \frac{40}{3}(kN) \text{ 〈向上〉}$$

由 BC 與 AB 桿自由體，利用 B 點彎矩平衡求解 D_x

$$D_x = -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{6} + \frac{M_{AB} + M_{BA} - 20 \cdot 12 \cdot 6}{12} = -140(kN) \text{ 〈負號代表向左〉}$$

公
職
王

公職王歷屆試題 (109 地方特考)

四、圖 4 之梁桿件 A 點為固定支承 (Fixed Support)，在圖示載重下 (AB 桿件的中點有集中載重 1000 kN 及 CD 桿件的端點 D 有集中彎矩 200 kN-m)，試以彎矩分配法 (Moment Distribution Method) 求解各桿件之桿端彎矩 及繪此整支梁的剪力圖與彎矩圖，其中 AB 桿件斷面性質為 EI，BC 桿 及 CD 桿件斷面性質為 2EI (以其他方法求解一律不予計分)。(25 分)

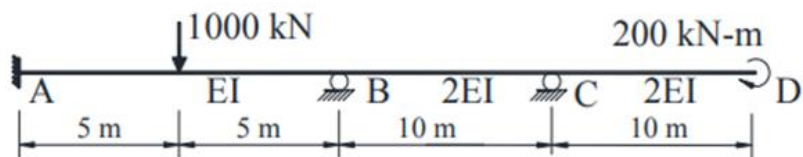


圖 4

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★
2. 《破題關鍵》本題可將 CD 桿拿掉，將集中彎矩移至 C 點，再考慮 C 點鉸接修正，則自由度為 1(DOF=1)

【擬答】

1. DF :

$$k_{AB} = \frac{4EI}{10}, k_{BC} = \frac{3(2EI)}{10}$$

$$DF_{BA} = \frac{k_{AB}}{k_{AB} + k_{BC}} = \frac{2}{5}, DF_{BC} = \frac{3}{5}$$

2. 固端彎矩

$$DF_{AB} = \frac{-PL}{8} = -\frac{10000}{8} = -1250,$$

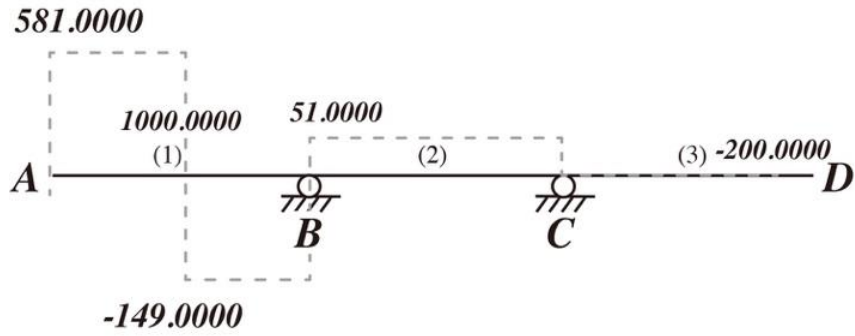
$$M_{BA}^F = 1250$$

$$M_{BC}^H = \frac{1}{2} M_D = 100 \text{ (D 點施加之彎矩 } M_D = M_C = 200, \text{ 傳至 B 點剩一半)}$$

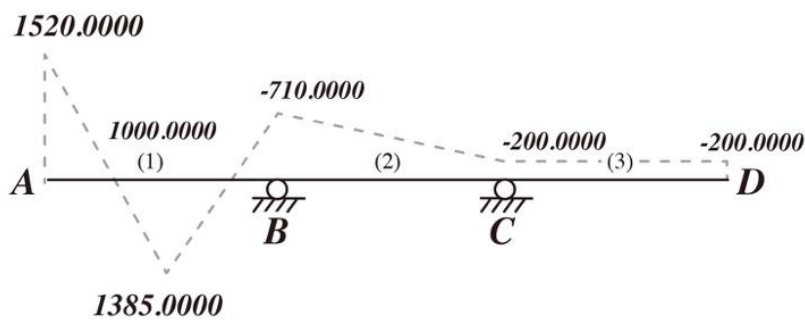
3. 列表求彎矩

| Joint | A | B | |
|----------|-------|-------|--------|
| Member | AB | BA | BC |
| DF | 0 | 0.4 | 0.6 |
| FEM | -1250 | 1250 | 100 |
| Release | 0 | -540 | -810 |
| COM | 270 | | |
| $\sum M$ | -1520 | 710.4 | -709.4 |

各桿端彎矩值如上所示，單位為 kN·m，順時針為正



彎矩圖



志光.志聖.學儒 土木技師/公職.國營土木工程/土木研究所

土木人快速上榜

面授 / 視訊 / 在家補課
雲端函授 多元輔考

- 1 11月基礎先修班
重點導論及
理論架構學習
- 3 9-10月奪榜題庫班
歷屆試題授課
強化答題架構
- 4 11月考前總複習
命題焦點+重要觀念
加強複習及提示
- 2 12-8月完整正規班
詳細建構觀念+
深度論點闡述

※土木技師課程為例

考取學員大力推薦



金榜.王○銘
應屆考取
高考土木工程+土木技師

推薦志聖除了師資優秀外，真的事後的複習與補課的方式，讓我覺得超便利。



金榜.王○鈞
高普考土木工程
雙料金榜

補習班系統性的重點加上授課老師精闢的講解，讓我更容易吸收如願金榜題名。

材料力學公式
線上立即看

最新考情&優惠
LINE 好友洽詢



豐富資源



上榜技巧



專業團隊

獨家『大滿貫課程』 一次報名
公職+證照+研究所 一次搞定