

109 年特種考試地方政府公務人員考試試題

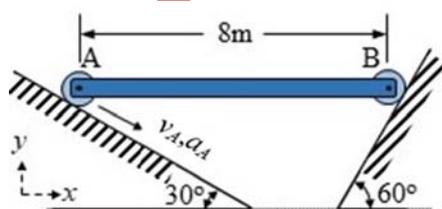
等 別：三等考試

類 科：機械工程

科 目：工程力學(包括靜力學、動力學與材料力學)

一、如圖一所示，桿 AB (桿長 8 m)，其兩端點 A 及 B，均只能沿著傾斜面上上下移動。已知當桿為水平時，端點 A 沿著傾斜面向下的速度 v_A 及加速度 a_A 分別為 2 m/s 及 4 m/s²。試求在此一瞬間：(每小題 5 分，共 20 分)

- (一) B 端點之速度。
- (二) 桿 AB 之角速度。
- (三) B 端點之加速度。
- (四) 桿 AB 之角加速度。

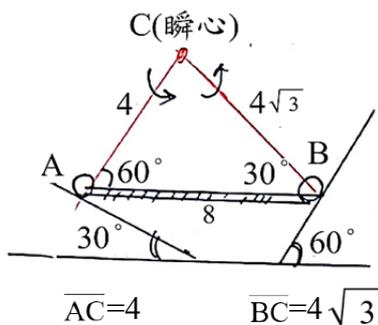


圖一

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★ 簡單
2. 《破題關鍵》剛體平面運動

【擬答】



(一) 1. $V_A = \gamma_{AC} \times \omega_A$

$$2 = 4 \times \omega_A$$

$$\therefore \omega_A = 1/2 \text{ (rad/s)}$$

2. $V_B = \gamma_{BC} \times \omega_B = 4\sqrt{3} \times 1/2 = 2\sqrt{3} \text{ (m/s)}$

$$(\omega_A = \omega_B)$$

(二) 由(一)知 $\omega_A = \omega_B = 1/2 \text{ (rad/s)}$

(三) 1. 先求 $\alpha_A = ?$

$$a_A = \gamma_{AC} \times \alpha_A$$

$$\rightarrow 4 = 4 \times 1$$

2. $a_B = \gamma_{BC} \times \alpha_B$ (其中 $\alpha_A = \alpha_B$)

$$\rightarrow a_B = 4\sqrt{3} \times 1 = 4\sqrt{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

(四) 由(三)知 $\alpha_A = \alpha_B = 1 \text{ (rad/s}^2\text{)}$

志光.學儒.保成

公職工科+國營事業

1+1 更有力

準備公職的同時，可報考國營事業考試，善用重疊考科，一次準備就上榜！

110年上榜路徑大公開！一起準備最聰明，一年超過8次上榜機會，等你工頂！

初等考 1月 ●最容易上手的公職考試	關務特考 4月 ●考科少於同職等考試	鐵路特考 6月 ●佐級錄取率最高	高普考 7月 ●一次準備，四次上榜機會	調查局特考 8月 ●三等月薪76,000起
地方特考 12月 ●考科同高普考	自來水評價人員 不定期舉辦 ●只考選擇題	台電考試 不定期舉辦 ●考科少、好準備 ●110年預計5月考試	中油僱員 不定期舉辦 ●只考2科，多為選擇題	國營事業職員級 不定期舉辦 ●國營退休潮，缺額多，限工科報考競爭者少

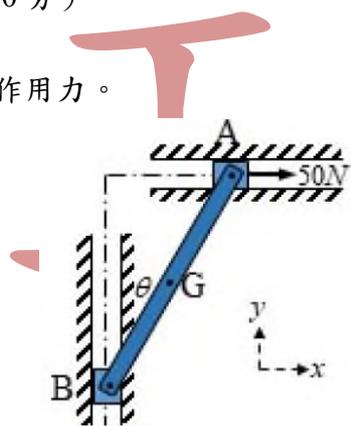
錄取率高 109年 工科錄取率最高達 **19.42%**

電力工程 高考 19.42% 普考 17.33%	電子工程 高考 9.04% 普考 9.39%	機械工程 高考 18.27% 普考 13.70%	資訊工程 高考 12.92% 普考 10.47%
---------------------------------------	-------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------

二、如圖二所示，均勻長桿 AB（桿長 0.6m，質量 10 kg）在垂直面上移動，其兩端 A 及 B 鉸接於滑塊上，分別被限制只能於水平及垂直的滑軌內移動。假設摩擦力以及滑塊之質量均可忽略不計。已知長桿一開始於 $\theta = 30^\circ$ 時保持靜止。若於 A 點之滑塊施以 50 N 的水平力，試求此瞬間：（每小題 10 分，共 20 分）

(一) 桿 AB 的角加速度。

(二) A 及 B 端之滑塊所受之反作用力。

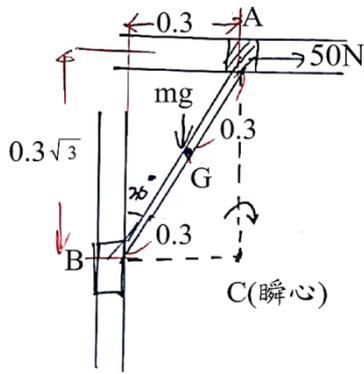


圖二

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★ 普通
2. 《破題關鍵》剛體平面運動

【擬答】



(一) 1. 力矩 M_C (以 C 為轉點)

【註：物理上，力矩符號用 τ ；動力學常用 M 】

$$\Sigma M_C = 50 \cdot (0.3\sqrt{3}) - 10 \times 9.8 \times 0.15 = \left[\frac{1}{3} \times 10 \times (0.6)^2 \right] \times \alpha \dots \dots \textcircled{1} \quad [\text{順時針取正}]$$

【施力矩】 【重力矩】 【轉動慣量】

【註：平行軸定理： $I_C = I_G + md^2 = \frac{1}{12} ml^2 + m(l/2)^2 = \frac{1}{3} ml^2$ (其中 l = 桿長)

2. 由 $\textcircled{1}$ 知 $\alpha = 9.4 \text{ (rad/s}^2\text{)}$

(二) 1. 分析桿 (G)

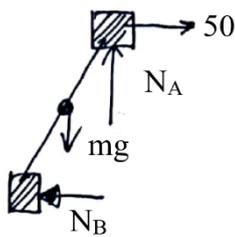
$$\begin{aligned} 0.15\alpha &= a_y \\ &= 1.41 \\ a_x &= \frac{0.3\sqrt{3}}{2}\alpha \\ &= 2.44 \end{aligned}$$

2. 分析桿兩端及本身重力

由牛頓第二定律 $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$$\begin{cases} 50 - N_B = 10 \times a_x \dots X \text{ 方向} \\ N_A - 10 \cdot g = 10 \times a_y \dots Y \text{ 方向} \end{cases}$$

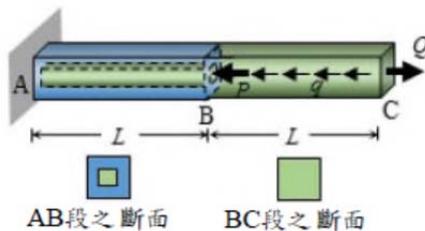
$$\rightarrow \begin{cases} 50 - N_B = 10 \times 2.44 \rightarrow N_B = 25.6 \text{ (N)} \\ N_A = 112.1 \text{ (N)} \end{cases}$$



公
職
王

公職王歷屆試題 (109 地方特考)

三、如圖三所示，斷面為正方形的複合實心桿 ABC，A 端為固定端。AB 段由內外兩種材料緊密套合而成，分別為內材料截面積 $A_i = 2,000 \text{ mm}^2$ 、楊氏模數 $E_i = 150 \text{ GPa}$ ，外材料截面積 $A_o = 4,000 \text{ mm}^2$ 、楊氏模數 $E_o = 100 \text{ GPa}$ 。BC 段截面積 $A_s = 6,000 \text{ mm}^2$ 、楊氏模數 $E_s = 150 \text{ GPa}$ 。若 B 及 C 兩點分別承受集中軸力 P 及 Q 作用，同時 BC 段承受均布軸力 q 。設 $L = 0.3 \text{ m}$ ， $Q = 210 \text{ kN}$ ， $q = 500 \text{ kN/m}$ 時，C 點的位移正好為零。【不考慮挫曲 (buckling)】試求此時：
 (一)作用力 P 。(10 分)
 (二)B 點的位移。(10 分)



圖三

【解題關鍵】

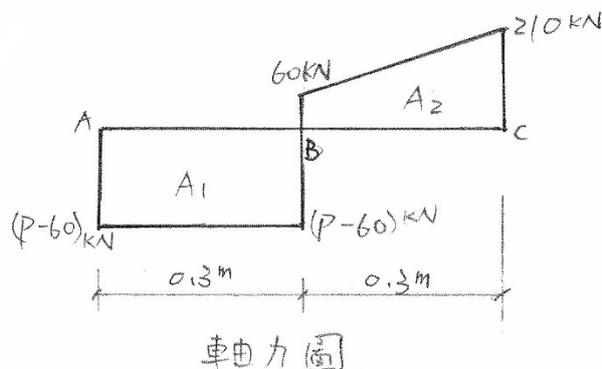
- 《考題難易》★★★★★
- 《破題關鍵》

*利用軸力圖求各桿件變形，較簡潔容易計算。

*C 點位移正好為零，代表 AB 桿與 BC 桿的變形為一壓一拉，且變形量相等。

【擬答】

軸力圖如下圖所示



(一) P 力

AB 段與 BC 段的 AE 值分別為

$$(AE)_{AB} = A_i E_i + A_o E_o = 2000 \times 150 + 4000 \times 100 = 7 \times 10^5 \text{ kN}$$

$$(AE)_{BC} = A_s E_s = 6000 \times 150 = 9 \times 10^5 \text{ kN}$$

軸力圖面積

$$A_1 = (P - 60) \times 0.3 = 0.3P - 18 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$A_2 = (60 + 210) \times 0.3 \times 0.5 = 40.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\Delta_C = \frac{40.5 \times 10^3}{9 \times 10^5} - \frac{(0.3P - 18) \times 10^3}{7 \times 10^5} = 0$$

$$\Rightarrow P = 165 \text{ kN}$$

(二) B 點位移

$$\Delta_B = \frac{(0.3P - 18) \times 10^3}{7 \times 10^5} = \frac{0.3 \times 165 - 18}{7 \times 10^2} = 0.045 \text{ mm} (\leftarrow)$$

公職王歷屆試題 (109 地方特考)

四、如圖四(i)所示，組合梁 ABC，A 為滾支撐，B 為鉸接，C 為固定端，楊氏模數 $E = 200 \text{ GPa}$ 。

斷面為倒 T 形，其尺寸如圖四(ii)所示 (單位為 mm)。

試求：

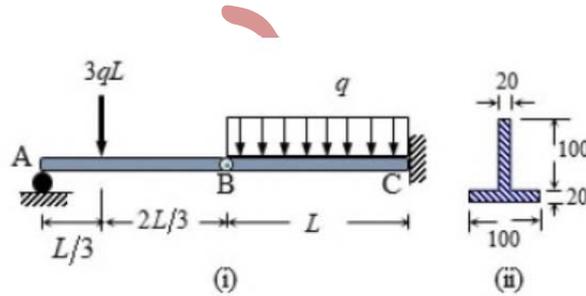
(一) A 及 C 端之反力及反力矩。(5 分)

(二) B 處之撓度。(5 分)

(三) 梁之剪力及彎矩分布圖。(10 分)

(四) 斷面形心位置以及對中性軸之慣性矩 I 。(10 分)

(五) 若 $L = 1 \text{ m}$ ， $q = 10 \text{ kN/m}$ 試求在固定端斷面處之最大彎曲壓應力及最大彎曲拉應力。(10 分)



圖四

【解題關鍵】

1. 《考題難易》 ★★★

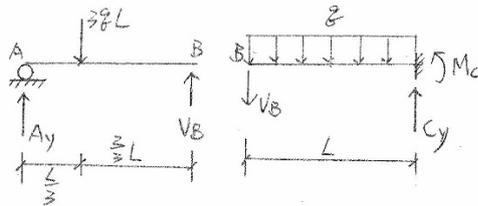
2. 《破題關鍵》

*B 點撓度可拆 BC 段出來，BC 段在 B 點承受剪力 V_B ，全段承受均布載重 q 的懸臂梁，利用懸臂梁基本變位公式，疊加集中力 V_B 和均布載重 q 造成的撓度。

【擬答】

(一) A 及 C 端支反力及反力矩

AB 段自由體，設 A 點反力 $A_y(\uparrow)$ ，B 點剪力 $V_B(\uparrow)$



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow A_y \times L - 3qL \times \frac{2}{3}L = 0 \Rightarrow A_y = 2qL(\uparrow)$$

$$A_y + V_B = 3qL \Rightarrow V_B = qL(\uparrow)$$

整體梁，設 C 點反力 $C_y(\uparrow)$ ，反力矩 $M_c(\curvearrowright)$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + C_y - 3qL - qL = 0 \Rightarrow 2qL + C_y - 4qL = 0$$

$$\Rightarrow C_y = 2qL(\uparrow)$$

$$\sum M_c = 0 \Rightarrow A_y \times 2L - 3qL \times \frac{5}{3}L - \frac{1}{2}qL^2 - M_c = 0$$

$$\Rightarrow M_c = -\frac{3}{2}qL^2 = \frac{3}{2}qL^2(\curvearrowleft)$$

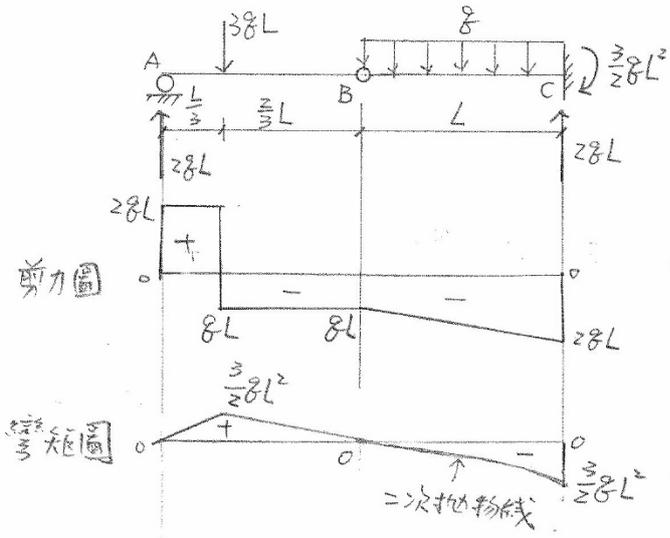
(二) B 處之撓度

由 BC 段自由體，在 B 點承受集中力 $V_B(\downarrow)$ 作用，及 BC 段均布力 q 作用的懸臂梁。

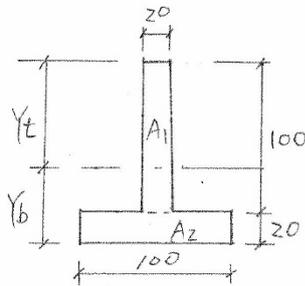
由懸臂梁基本變形公式得 δ_B

$$\delta_B = \frac{V_B L^3}{3EI} + \frac{qL^4}{8EI} = \frac{qL^4}{3EI} + \frac{qL^4}{8EI} = \frac{11}{24}qL^4(\downarrow)$$

(三) 梁之剪力及彎矩分布圖



(四) 斷面形心位置以及對中性軸之慣性矩 I
 設形心位置如圖



$$A_1 = A_2 = 100 \times 20 = 2000 \text{ mm}^2$$

$$Y_b = \frac{2000 \times 10 + 2000 \times 70}{2 \times 2000} \Rightarrow Y_b = 40 \text{ mm}$$

$$Y_t = 120 - 40 = 80 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1}{3} \times 20 \times 80^3 + \frac{1}{3} \times 100 \times 40^3 - \frac{1}{3} \times (100 - 20) \times (40 - 20)^3$$

$$\Rightarrow I = 5.333 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

(五) 若 $L = 1 \text{ m}$, $q = 10 \text{ kN/m}$ 固定端斷面處之最大彎曲壓應力及最大彎曲拉應力

$$M_c = \frac{3}{2} q L^2 = \frac{3}{2} \times 10 \times 1^2 = 15 \text{ kN} \cdot \text{m} (\sim)$$

最大彎曲壓應力在斷面的下面最外緣纖維處
 最大彎曲壓應力 σ_c

$$\sigma_c = \frac{M_c \times Y_b}{I} = \frac{15 \times 10^3 \times 10^3 \times 40}{5.333 \times 10^6} = 112.5 \text{ N/mm}^2 = 112.5 \text{ MPa}$$

最大彎曲拉應力在斷面的上面最外緣纖維處
 最大彎曲拉壓力 σ_t

$$\sigma_t = \frac{M_c \times Y_t}{I} = \frac{15 \times 10^6 \times 80}{5.333 \times 10^6} = 225 \text{ MPa}$$

志光.學儒.保成 規劃了豐富完整的課程

精心安排專屬**工科人**的學習規劃，最完整的上榜課程

工科考試所需要的準備，我們通通幫你安排好了

法科 架構班

學校沒教的，我們教給你！
名師精解法科知識，
結合實務例子，助你建構
法科概念。

扎實 正規班

完整堂數規劃，循序漸進學
習，讓您深度修習工科各專
業學科知識。

作文 實戰班

作文再也不是理工人的痛！
透過專業老師的輔導，快速
強化您的寫作架構、邏輯概
念。

主題 題庫班

主題式教學，搭配各類試題
演練，進行考點分析及破題
要點訓練，讓您短時間各科
實力倍增。

精華 總複習

考前重點總複習，精準掌握
重要考點，讓您考前實力突
飛猛進。

時事議題 修法要點

自己沒時間彙整最新資訊
沒關係！
完整時事補充，修法即時解
析，考前重點全面補遺。

考前提要 關懷講座

名師考前最終提點，穩定你
累積許久的實力，讓你的觀
念更加清晰。

全國全真 模擬考

檢視應考實力、訓練臨場反
應、掌握最新考題趨勢，全
程比照考試時程，模擬考場
實戰氛圍，讓您能以平常心
應考！

職 王