

110 年公務人員普通考試試題

等 別：普通考試
類科別：統計
科 目：統計學概要

吳迪老師解題

參考值：

$$z_{0.006}=2.51, z_{0.01}=2.33, z_{0.025}=1.96, z_{0.05}=1.65, z_{0.1}=1.28,$$

$$t_{0.025,8}=2.31, t_{0.025,9}=2.26, t_{0.05,8}=1.86, t_{0.05,9}=1.83,$$

$$\chi^2_{3,0.025}=9.35, \chi^2_{4,0.025}=11.14, \chi^2_{5,0.025}=12.83, \chi^2_{3,0.05}=7.81, \chi^2_{4,0.05}=9.49, \chi^2_{5,0.05}=11.07$$

$$\chi^2_{3,0.1}=6.25, \chi^2_{4,0.1}=7.78, \chi^2_{5,0.1}=9.24$$

一、X 族人之平均身高為 160 公分，標準差為 10 公分。某製造商欲生產一款長度為 200 公分之床墊。假設床墊之長度必須比身長多出至少 15 公分方能讓使用者感覺舒適。

(一)若不知 X 族人身高之分配為何，試問約有多少比例族人使用此床墊感覺舒適?(10 分)

(二)若 X 族人之身高服從常態分配，試問感覺舒適之比例為何?(10 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》常態分配與柴比雪夫不等式的比較, 常考題

【擬答】

(一)母體非常態，利用 Chebyshev's Inequality

$$p(x - \mu \geq a) \leq \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + a^2}$$

$$\Rightarrow p(x > 185) = p(x - 160 > 25)$$

$$< \frac{10^2}{10^2 + 25^2} = 0.1379$$

$$\text{所求 } p(x \leq 185) = 1 - p(x > 185)$$

$$\geq 1 - 0.1379 = 0.8621 = 86.21\%$$

即至少有 86.21% 族人使用此床墊感覺舒適

(二) $X \sim N(\mu=160, \sigma^2=100)$

$$\Rightarrow p(x \leq 185) = p\left(z \leq \frac{185-160}{10}\right)$$

$$= p(z \leq 2.5) = 0.994 = 99.4\%$$

即約有 99.4% 族人使用此床墊感覺舒適

公職王歷屆試題 (110 普考)

二、甲公司有 4 名員工，月薪分別為 4 萬、6 萬、8 萬、8 萬。經由簡單計算已經求出母體平均數(μ) 為 6.5 萬，母體變異數(σ^2)為 2.75 萬。今擬以抽後不放回的方式抽取 2 名員工，得樣本平均數 \bar{X}_2 。將 \bar{X}_2 的平均數與變異數分別記為 $\mu_{\bar{X}_2}$ 與 $(\sigma_{\bar{X}_2})^2$ 。

(一)試寫出 \bar{X}_2 之機率分配，並依此計算 $\mu_{\bar{X}_2}$ 與 $(\sigma_{\bar{X}_2})^2$ 。(10 分)

(二)假設母體個數為 N，以抽後不放回的方式抽取 n 個值，將樣本平均數之變異數記為 $(\sigma_{\bar{X}_2})^2$ 。在考量有限母體修正係數之下，試寫出 $(\sigma_{\bar{X}_2})^2$ 與 σ^2 之關係式。(5 分)

(三)當樣本數 n 遠小於母體數 N 時，試問(二)中之修正係數近似何值?(5 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★
2. 《破題關鍵》樣本平均數的抽樣分配, 基本題

【擬答】

(一)

(x_1, x_2)	$\bar{X}_2 = \frac{x_1 + x_2}{2}$
(4,6)	5
(4,8)	6
(4,8)	6
(6,8)	7
(6,8)	7
(8,8)	8

\bar{X}_2 之機率分配為

\bar{X}_2	5	6	7	8
$f(\bar{X}_2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

1.

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{X}_2} &= E(\bar{X}_2) = \sum \bar{X}_2 f(\bar{X}_2) \\ &= 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{3} + 7 \times \frac{1}{3} + 8 \times \frac{1}{6} = \frac{13}{2} \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} E(\bar{X}_2^2) &= \sum \bar{X}_2^2 f(\bar{X}_2) \\ &= 5^2 \times \frac{1}{6} + 6^2 \times \frac{1}{3} + 7^2 \times \frac{1}{3} + 8^2 \times \frac{1}{6} = \frac{259}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sigma_{\bar{X}_2})^2 &= V_{ar}(\bar{X}_2) = E(\bar{X}_2^2) - [E(\bar{X}_2)]^2 \\ &= \frac{259}{6} - \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{11}{12} \end{aligned}$$

$$(二) (\sigma_{\bar{X}_n})^2 = \frac{\sigma^2}{n} \times \frac{N-n}{N-1}$$

(三)當 n 遠小於 N

$$\Rightarrow \text{修正係數 } \frac{N-n}{N-1} \text{ 近似於 } 1$$

三、甲乙丙為三名職棒左打者，下表為去年此三名打者面對左投手與右投手時之表現。

	打數(左投)	安打數(左投)	打數(右投)	安打數(右投)
甲	224	63	532	116
乙	245	49	567	238
丙	231	35	525	147

棒球打擊率之計算公式如下:打擊率=安打數/打數

(一)試分別計算甲乙丙於左投時之打擊率的 95%信賴區間，並依此兩兩比較(甲、乙)、(乙、丙)、(甲、丙)面對左投手時之打擊率是否不同?(10分)

(二)在顯著水準 0.1 下，試檢定甲打者面對左投與右投時，打擊率是否不同?(10分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》樣本比例P的估計與檢定, 常考題

【擬答】

(一)

$$\text{設甲打擊率為 } P_1 \Rightarrow \hat{P}_1 = \frac{63}{224}$$

$$\text{乙打擊率為 } P_2 \Rightarrow \hat{P}_2 = \frac{49}{245}$$

$$\text{丙打擊率為 } P_3 \Rightarrow \hat{P}_3 = \frac{35}{231}$$

因為大樣本，利用Z分配，且 $\hat{p} \rightarrow P$

$$\Rightarrow \text{樞紐量 } Z = \frac{\hat{P} - P}{\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}} \sim N(0,1)$$

$$\Rightarrow P(-Z_{0.025} \leq \frac{\hat{P} - P}{\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}} \leq Z_{0.025}) = 0.95$$

\Rightarrow p信賴度95%之信賴區間為

$$(\hat{p} - Z_{0.025} \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}, \hat{p} + Z_{0.025} \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}})$$

P_1 之信賴區間為

$$\left(\frac{63}{224} \pm 1.96 \sqrt{\frac{\frac{63}{224} \times \frac{161}{224}}{224}} \right)$$

$$\Rightarrow (0.2224, 0.2830)$$

P_2 之信賴區間為

$$\left(\frac{49}{245} \pm 1.96 \sqrt{\frac{\frac{49}{245} \times \frac{196}{245}}{245}} \right)$$

$$\Rightarrow (0.1499, 0.2501)$$

P_3 之信賴區間為

$$\left(\frac{35}{231} \pm 1.96 \sqrt{\frac{\frac{35}{231} \times \frac{196}{231}}{231}} \right)$$

$$\Rightarrow (0.1053, 0.1976)$$

- (1) (甲,乙) 信賴區間有重疊, 所以甲,乙打擊率沒有不同
- (2) (乙,丙) 信賴區間有重疊, 所以乙,丙打擊率沒有不同
- (3) (甲,丙) 信賴區間沒有重疊, 所以甲, 丙打擊率不同

(二) 設 P_1 為甲打者面對左投之打擊率
 P_2 為甲打者面對右投之打擊率

$$\begin{cases} H_0: P_1 = P_2 \\ H_1: P_1 \neq P_2 \end{cases}$$

$$\hat{P}_1 = \frac{63}{224}, \hat{P}_2 = \frac{116}{532}$$

$$\text{合併比例 } \hat{P} = \frac{63+116}{224+532} = \frac{179}{756}$$

因為 n_1, n_2 為大樣本, 利用 Z 檢定
 $\alpha = 0.1$

$$\text{拒絕域 } C = \{z | z > 1.65\}$$

檢定統計量

$$\begin{aligned} Z &= \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n_1} + \frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n_2}}} \\ &= \frac{\left(\frac{63}{224} - \frac{116}{532}\right) - 0}{\sqrt{\frac{\frac{179}{756} \times \frac{577}{756}}{224} + \frac{\frac{179}{756} \times \frac{577}{756}}{532}}} \end{aligned}$$

$$= 1.867 \in C \Rightarrow R_e H_0$$

結論: 有證據顯示甲打者面對左投與右投時打擊率不同

公
職
王

公職王歷屆試題 (110 普考)

四、A 辦事處使用抽號機供訪客抽取號碼，並使用叫號機呼叫訪客前往櫃檯接受服務。根據過去一週抽號機與叫號機之紀錄，製作訪客到訪之等候時間(分鐘)與人次如下：

等候時間	(0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 30)
人次	147	65	22	9	7

(一)試求平均等候時間(5 分)

(二)在顯著水準 0.1 下，試檢定等候時間是否服從指數分配。(期望值為 λ 的指數分配之機率密度函數為 $f(x)=(1/\lambda)e^{-x/\lambda}, x \geq 0$; 累積機率分配函數為 $F(x)=1-e^{-x/\lambda}, x \geq 0$ 。)(10 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》無母數適合度檢定, 常考題

【擬答】

(一)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k m_i f_i}{n}$$

$$= \frac{2.5 \times 147 + 7.5 \times 65 + \dots + 25 \times 7}{147 + 65 + \dots + 7} = 5.85$$

(二)

$X \sim \exp(\lambda)$, 且 $E(X) = \lambda$

$\Rightarrow \hat{\lambda}$ 之 MLE = \bar{X}

$$\therefore f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} = \frac{1}{5.85} e^{-\frac{x}{5.85}}$$

$$= 0.17 e^{-0.17x}, X > 0$$

$$P(0 < x < 5) = \int_0^5 0.17 e^{-0.17x} dx$$

$$= -e^{-0.17x} \Big|_0^5 = 0.573$$

$$P(5 \leq X < 10) = \int_5^{10} 0.17 e^{-0.17x} dx$$

$$= -e^{-0.17x} \Big|_5^{10} = 0.245$$

$$P(10 \leq X < 15) = \int_{10}^{15} 0.17 e^{-0.17x} dx$$

$$= -e^{-0.17x} \Big|_{10}^{15} = 0.105$$

$$P(15 \leq X < 20) = \int_{15}^{20} 0.17 e^{-0.17x} dx$$

$$= -e^{-0.17x} \Big|_{15}^{20} = 0.045$$

$$P(20 \leq X < 30) = 1 - 0.573 - 0.245 - 0.105 - 0.045$$

$$= 0.032$$

	(0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,30)
O_i	147	65	22	9	7
P_i	0.573	0.245	0.105	0.045	0.032
e_i	143.25	61.25	26.25	11.25	8

$\alpha = 0.1$

$$C = \{\chi^2 | \chi^2 > \chi^2_{0.1}(3) = 6.25\}$$

檢定統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i}$$

$$= \frac{(147 - 143.25)^2}{143.25} + \dots + \frac{(7 - 8)^2}{8}$$

$$= 1.59 \notin C \Rightarrow \text{not } R_e H_0$$

結論：沒有證據顯示等候時間不服從指數分配。

五、賈先生欲購買一輛油電混合二手車。他蒐集一組隨機樣本，其中車齡(年)與價格(萬元)之資料如下：

X: 車齡	8	3	6	5	5	2	8	10	9	8
Y: 價格	55	145	82	68	100	140	35	40	65	70

已經算出 $S_{xx} = \sum(x - \bar{x})^2 = 62.4$, $S_{yy} = \sum(y - \bar{y})^2 = 12948$, $\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y}) = -808$ 。

- (一) 在顯著水準 0.05 下，試檢定車齡與價格之相關係數是否為負值。(5 分)
- (二) 考慮以價格為依變數、車齡為因變數之線性回歸模型。試求出回歸方程式，並於顯著水準 0.05 下，試檢定斜率係數是否負值。(10 分)
- (三) 試比較(一)(二)之檢定統計量之異同。(5 分)
- (四) 試求出判定係數，並說明其意義。(5 分)

【解題關鍵】

- 《考題難易》★
- 《破題關鍵》相關與迴歸分析的檢定，常考題

【擬答】

(一)

$$r_{xy} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X - \bar{X})^2} \sqrt{\sum(Y - \bar{Y})^2}}$$

$$= \frac{-808}{\sqrt{62.4} \sqrt{12948}} = -0.8989$$

$$\begin{cases} H_0 : \rho \geq 0 \\ H_1 : \rho < 0 \end{cases}$$

$$d = 0.05$$

$$\text{拒絕域 } C = \{t \mid t < -1.86\}$$

檢定統計量

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{-0.8989\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-(-0.8989)^2}}$$

$$= -5.80 \in C \Rightarrow R_e H_0$$

結論：有證據顯示車齡與價格之相關係數為負值。

$$(二) \hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$$

1.

$$\hat{\beta} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2} = \frac{-808}{62.4} = -12.95$$

2.

公職王歷屆試題 (110 普考)

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} = \frac{800}{10} - (-12.95) \times \frac{64}{10}$$

$$= 162.88$$

$$\hat{Y} = 162.88 - 12.95X$$

$$\begin{cases} H_0: \beta \geq 0 \\ H_1: \beta < 0 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域 } C = \{t | t < -1.86\}$$

檢定統計量

$$t = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\sqrt{\frac{MSE}{SS_x}}} = -5.80 \in C \Rightarrow R_e H_0$$

統計量：有證據顯示斜率係數為負值。

(三)

$$\begin{aligned} t &= \frac{\hat{\beta} - \beta}{\sqrt{\frac{MSE}{SS_x}}} = \frac{r \frac{S_y}{S_x}}{\sqrt{\frac{SSE}{(n-2)SS_x}}} \\ &= \frac{r \frac{S_y}{S_x}}{\sqrt{\frac{(1-r^2)SS_y}{(n-2)SS_x}}} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \sim t_{(n-2)} \end{aligned}$$

∴ 兩者檢定統計量相同

(四)

$$R^2 = (-0.8989)^2 = 0.8080 = 80.8\%$$

即此迴歸估計式解釋依變項的變異數比例為80.8%

公

職

王

志光 學儒 保成

公職工科+國營事業

1+1 更有力 準備公職的同時，可報考國營事業考試，善用重疊考科，一次準備就能多次上榜！

上榜路徑大公開！一年內超過8次上榜機會！

初等考 1月 ● 最容易上手的公職考試	關務特考 4月 ● 考科少於同職等考試	鐵路特考 6月 <small>(110年因疫情延至9月)</small> ● 佐級錄取率最高	高普考 7月 <small>(110年因疫情延至10月)</small> ● 主流考試，缺額眾多	調查局特考 8月 <small>(110年因疫情延至10月)</small> ● 三等月薪76,000起
地方特考 12月 ● 考科同高普考	自來水評價人員 不定期舉辦 ● 只考選擇題	台電考試 不定期舉辦 ● 考科少、好準備	中油僱員 不定期舉辦 ● 只考2科，多為選擇題	國營事業職員級 不定期舉辦 ● 國營退休潮，缺額多，工科類科競爭者少

錄取率高

109年 工科錄取率最高達 **19.42%**

電力工程

高考 19.42%
普考 17.33%

電子工程

高考 9.04%
普考 9.39%

機械工程

高考 18.27%
普考 13.70%

資訊工程

高考 12.92%
普考 10.47%

志光 學儒 保成

工科人專屬學習規劃

精心安排完整豐富的上榜課程

工科考試所需要的資源，我們通通幫你準備好了

法科架構班 學校沒教的，我們教給你！名師精解法科知識，結合實務例子，助你建構法科概念。

主題題庫班 主題式教學，搭配各類試題演練，進行考點分析及破題要點訓練，讓您短時間各科實力倍增。

考前提要關懷講座 名師考前最終提點，穩定你累積許久的實力，讓你的觀念更加清晰。



扎實正規班 完整堂數規劃，循序漸進學習，讓您深度修習工科各專業學科知識。

全國全真模擬考 檢視應考實力、訓練臨場反應、掌握最新考題趨勢，全程比照考試時程，模擬考場實戰氛圍，讓您能以平常心應考！

作文實戰班 作文再也不是理工人的痛！透過專業老師的輔導，快速強化您的寫作架構、邏輯概念。

精華總複習 考前重點總複習，精準掌握重要考點，讓您考前實力突飛猛進。

工科全科班 公職+國營完善循環課程規劃，All in One課程一次到位，奠定穩固基礎、強化上榜實力。

109普考 電子工程
曾○維
一年考取

我是工科人，我工頂啦！

由於考試的題目非常靈活，參加題庫班，除了勤做考古題外，大量實作解說，很快速地強化我的考前記憶，每做一道題目馬上能判斷是在哪一章節，然後再進行解題。

■ 完整課程資訊詳洽全國志光·學儒·保成門市 ■