

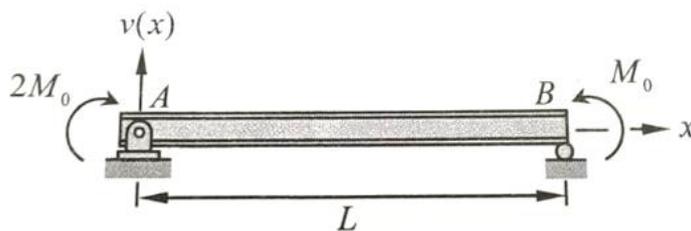
# 110 年公務人員普通考試試題

考試別：普通考試  
 等 別：四等考試  
 類科別：機械工程  
 科 目：機械力學概要

黃易老師

一、如圖所示，一支均勻瘦長的簡支梁(simply supported beam)  $AB$  於端點  $A$ 、 $B$  承受彎矩荷載。梁的長度為  $L$ ，楊氏係數為  $E$ ，斷面慣性矩為  $I$ 。

- (一)請繪製梁  $AB$  的剪力分布圖及彎矩分布圖。(13 分)
- (二)請推導該梁的撓度曲線(deflection curve)表示式  $v(x)$ (12 分)

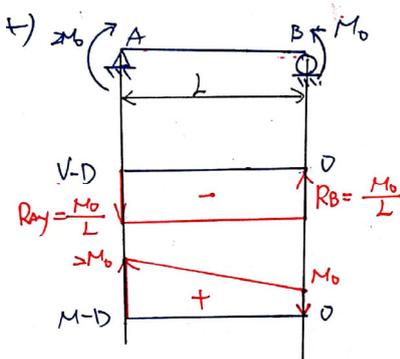


**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》：★★。
2. 《破題關鍵》：材料力學的樑之撓度。
  - (1)求  $A$ 、 $B$  支點的反力。
  - (2)畫出剪力圖與彎矩圖。
  - (3)撓度曲線方程式。邊界條件，在  $x = 0$  與  $x = L$  處的撓度為 0。

**【擬答】**

(一)



$$\sum M_A = 0 \quad (+)$$

$$M_0 + R_B \times L - 2M_0 = 0$$

$$\therefore R_B = \frac{M_0}{L} \quad (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (+)$$

$$R_A + R_B = 0$$

$$\therefore R_A = -\frac{M_0}{L} \quad (\downarrow)$$

(二)

$$\therefore M_x = -\left(\frac{M_o}{L}\right)x + 2M_o - M_o$$

$$= -\left(\frac{M_o}{L}\right)x + M_o$$

$$\therefore EIY'' = -\left(\frac{M_o}{L}\right)x + M_o$$

$$EIY' = -\frac{1}{2}\left(\frac{M_o}{L}\right)x^2 + M_oX + C_1$$

$$EIY = -\frac{1}{6}\left(\frac{M_o}{L}\right)x^3 + \frac{1}{2}M_oX^2 + C_1X + C_2$$

由BC:

$$(1)y(0)=0 \Rightarrow C_2=0$$

$$(2)y(2)=0 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{3}M_oL$$

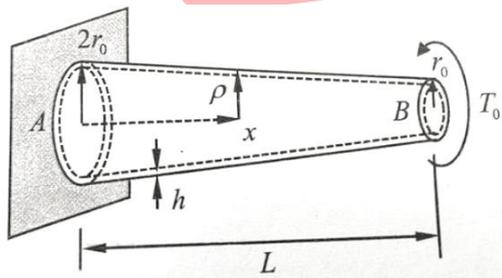
$$\therefore EIY = -\frac{1}{6}\left(\frac{M_o}{L}\right)x^3 + \frac{1}{2}M_oX^2 + \frac{1}{3}(M_oL)X$$

令  $y=V$

撓度曲線

$$V_{(x)} = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{1}{6}\left(\frac{M_o}{L}\right)x^3 + \frac{1}{2}M_oX^2 + \frac{1}{3}(M_oL)X \right]$$

- 二、如圖所示，一支彈性薄壁錐形圓管  $AB$  的末端  $A$  固定於刚性牆面，施加集中扭矩  $T_0$  於另一端  $B$ 。錐形圓管全長  $L$ 、薄壁厚  $h$ ， $A$  與  $B$  端的平均半徑分別為  $2r_0$  及  $r_0$ ，其間各截面的半徑呈線性分布。已知剪應變  $\gamma$  與扭轉角  $\varphi$  的關係式為  $\gamma = \rho(d\varphi/dx)$ ，其中  $\rho$  及  $x$  為截面的半徑及軸心坐標。
- (一)請推導出錐形圓管各截面  $x$  的剪應力分布表示式  $\tau(x)$ 。(10 分)
- (二)請推導出錐形圓管各截面  $x$  的扭轉角分布表示式中  $\varphi(x)$ 。(15 分)



**【解題關鍵】**

- 《考題難易》：★★★★。
- 《破題關鍵》：材料力學之軸的扭轉，薄壁圓筒的扭轉之剪應力與扭轉角。

**【擬答】**

已知壁厚  $h$ ， $d_A=4r_0$ ， $d_B=2r_0$

(一)由右端  $B$  向左取座標  $X$ ，則軸在  $X$  處的平均半徑為

$$R_o(x) = \frac{1}{2} \left( d_B + \frac{d_A - d_B}{L} \cdot x \right) = \frac{1}{2} (d_B + C_X)$$

$$\therefore C = \frac{d_A - d_B}{L} = \frac{4r_0 - 2r_0}{L}$$

公職王歷屆試題 (110 普考)

(二) 截面 X 的極慣性矩為

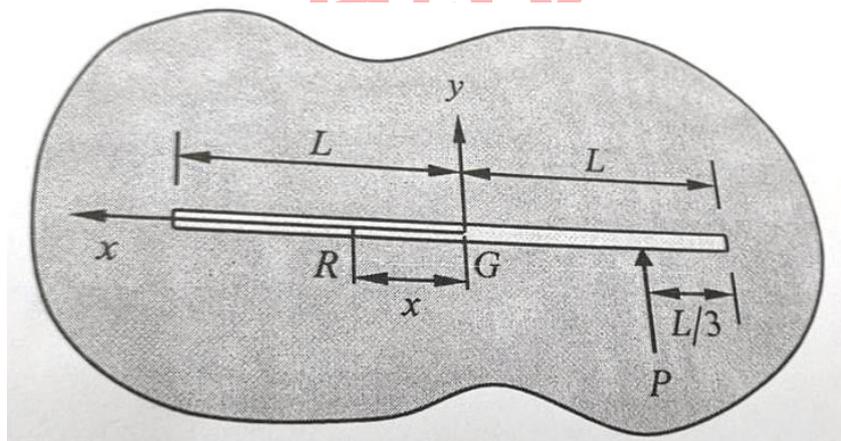
$$I_{px} = 2\pi R_o^3 h = 2\pi h \left[ \frac{1}{2}(d_B + cx) \right]^3 = \frac{\pi h}{4} (d_B + cx)^3$$

$$\text{又} \because \frac{d\phi}{dx} = \frac{T(x)}{GI_{px}} = \frac{4T_o}{G\pi h(d_B + cx)^3}$$

得截面 B 和 A 間的扭轉角為，

$$\begin{aligned} \phi_{B/A} &= \frac{4T_o}{\pi Gh} \int_0^L \frac{d(d_B + cx)}{c(d_B + cx)^3} = -\frac{2T_o}{\pi Gh} (d_B + cx)^{-2} \Big|_0^L \\ &= \frac{-2T_o L}{\pi Gh(d_A - d_B)} \left( \frac{1}{d_A^2} - \frac{1}{d_B^2} \right) \\ &= \frac{2T_o L(d_B + d_A)}{\pi Gh d_B^2 d_A^2} = \frac{2T_o L(2r_o + 4r_o)}{\pi Gh(2r_o)^2(4r_o)^2} \\ &= \frac{3 T_o L}{5 \pi Gh} \cdot \frac{1}{r_o} \end{aligned}$$

三、如圖所示，一根均質的瘦長桿件靜置於平滑的水平面，承受一水平施加的集中力  $P$  作用。桿件全長  $2L$ ，施力點距離最近的末端  $L/3$ 。已知桿件旋轉中心的絕對速度為零，試求旋轉中心  $R$  至質量中心  $G$  的距離。(25 分)



【解題關鍵】

- 《考題難易》：★★★★★。
- 《破題關鍵》：動力學之剛體動力學，衝量守恆。

【擬答】

(一) 開模和閉模的區別在於金屬液體的固化環境。當金屬液體在固化過程中暴露在大氣中時，它被稱為開模。當樹脂在固化過程中不暴露在大氣中時，稱為閉模。

(二) 從固相金屬常溫( $T_0$ )升溫到熔點( $T_m$ )的熱量( $H_1$ )，固相相變成液相的熔解潛熱( $H_2$ )及液相金屬從熔點升溫到澆鑄溫度( $T_3$ )的熱量( $H_3$ )。

(三)

1. 工件質量( $m$ )：

$$m = D \times V = 2.7 \text{ (g/cm}^3\text{)} \times \left[ \frac{\pi}{4} \times (50\text{cm})^2 \times (2.5\text{cm}) \right] = 13253.6\text{(g)}$$

2. 從固相金屬常溫升溫到熔點的熱量( $H_1$ )：

$$\begin{aligned} H_1 &= m \times s_1 \times (T_m - T_0) = 13253.6\text{(g)} \times 0.879\text{(J/g}^\circ\text{C)} \times [660\text{(}^\circ\text{C)} - 25\text{(}^\circ\text{C)}] \\ &= 7397695.6\text{(J)} \end{aligned}$$

3. 固相相變成液相的熔解潛熱( $H_2$ )：

$$H_2 = m \times H_m = 13253.6\text{(g)} \times 398\text{(J/g)} = 5155650.4\text{(J)}$$

公職王歷屆試題 (110 普考)

4. 液相金屬從熔點升溫到澆鑄溫度的熱量( $H_3$ )

$$H_3 = m \times s_3 \times (T_3 - T_m) = 13253.6(g) \times 0.879(J/g \text{ } ^\circ\text{C}) \times [760(^\circ\text{C}) - 660(^\circ\text{C})]$$

$$= 1164991.4(J)$$

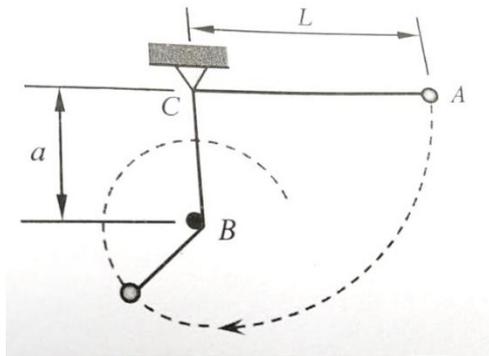
5. 從室溫  $25^\circ\text{C}$  開始將金屬加熱到澆注溫度所需的總能量( $H_T$ )

$$H_T = H_1 + H_2 + H_3 = 7397695.6(J) + 5155650.4(J) + 1164991.4(J) = 13718337.4(J)$$

6. 單位質量的能量( $\bar{H}$ )

$$\bar{H} = \frac{H_T}{m} = \frac{13718337.4(J)}{13253.6(g)} = 1035.1(J/g)$$

四、如圖所示，一根懸掛於天花板固定  $C$  的單擺長度為  $L$ ，擺錘質量為  $m$ 。擺錘的初始位置  $A$  與固定端同高。單擺下方  $B$  點有一個掛勾， $BC$  的直線距離為  $a$ 。重力加速度以符號  $g$  表示。單擺的繩子碰到掛勾後，會改變路徑。若單擺的動能要能支持其以掛勾為圓心，作圓周運動，試問所需最短的距離  $a$ 。(25 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★★★。

2. 《破題關鍵》：動力學之剛體動力學，力學能守恆守恆。

恰好作圓周運動時，繩子張力為 0，此時離心力 = 重力。

【擬答】

小於  $C$  點

$$\frac{1}{2} m V^2 = mg(2a - L)$$

$$\Rightarrow V^2 = 2g(2a - L)$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{V^2}{L - a}$$

$$= \frac{2g(2a - L)}{(L - a)}$$

恰好作圓周運動時

$$\Rightarrow F_n = W$$

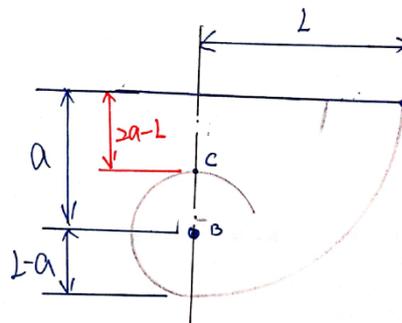
$$\Rightarrow m a_n = mg \Rightarrow a_n = g$$

$$\frac{2g(2a - L)}{(L - a)} = g$$

$$\Rightarrow 4a - 2L = L - a$$

$$5a = 3L$$

$$\therefore a = \frac{3}{5}L$$





志光 學儒 保成

# 公職工科+國營事業

**1+1 更有力** 準備公職的同時，可報考國營事業考試，善用重疊考科，一次準備就能多次上榜！

上榜路徑大公開！一年內超過**8**次上榜機會！

<b>初等考</b> 1月 ● 最容易上手的公職考試	<b>關務特考</b> 4月 ● 考科少於同職等考試	<b>鐵路特考</b> 6月 (110年因疫情延至9月) ● 佐級錄取率最高	<b>高普考</b> 7月 (110年因疫情延至10月) ● 主流考試，缺額眾多	<b>調查局特考</b> 8月 (110年因疫情延至10月) ● 三等月薪76,000起
<b>地方特考</b> 12月 ● 考科同高普考	<b>自來水評價人員</b> 不定期舉辦 ● 只考選擇題	<b>台電考試</b> 不定期舉辦 ● 考科少、好準備	<b>中油僱員</b> 不定期舉辦 ● 只考2科，多為選擇題	<b>國營事業職員級</b> 不定期舉辦 ● 國營退休潮，缺額多，工科類科競爭者少

**錄取率高**

109年  
工科錄取率  
最高達**19.42%**

<b>電力工程</b>	<b>電子工程</b>	<b>機械工程</b>	<b>資訊工程</b>
高考 19.42% 普考 17.33%	高考 9.04% 普考 9.39%	高考 18.27% 普考 13.70%	高考 12.92% 普考 10.47%



## 為你專屬設計的學習模式，讓你靈活學習、輕鬆準備！

我們都在 志光 學儒 保成 成功找到工科人的工頂人生

### 多元學習模式



面授學習

直接，有效

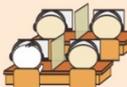
- 實際面對面教學，現場解決您的疑惑。
- 優質專業名師，幫您統整、分析考試重點資訊。
- 定期的大小測驗，您可隨時檢視學習效果。



雲端函授

自主，彈性

- 不用煩惱通勤問題，課程教材直接送到家。
- 反覆聽課，不怕觀念聽不懂。
- 完全自由，可自主安排學習進度。



視訊學習

便利，專注

- 安靜舒適的上課環境，提高您的專注力。
- 看課時間能自由預約，無須擔心時間衝突。
- 可依需求暫停、倒轉或快轉，深度學習超簡單。



#### 專業名師指導，提升解題順暢度！

本以為適合闖蕩，但發現穩定的生活才是我想要的。老師的教材都有明確分析與統整，再加上會由老師出申論題讓考生做練習，增加寫題目的敏感及順暢度。考前還有總複習課程，精準預測範圍、統整考前重點。

**全國探花** 李○庭 109年鐵路員級機械工程



#### 選對好老師，中年轉職好順利！

我遭逢公司裁員，覺得公職夠穩定，決定踏上國考之路。隔了20幾年重拾書本，選擇好的補習班讓我事半功倍。熱力學老師跟流體力學老師，我非常推崇，只要照著老師講的記下來、寫下來，這樣就夠了。

**1年考取** 古○芳 109年高考機械工程



#### 題庫班老師的講解，對我幫助很大！

畢業後工作，累的要死薪水卻不怎麼樣。剛好朋友推薦鐵路特考，就挑戰看看。我覺得機械原理的題庫班對我幫助很大，跟著老師一起解，不懂的地方聽老師講解，覺得聽完很多疑問就會解開並且對我幫助很大。

**優秀考取** 謝○軒 109年鐵路佐級機械工程