

110 年公務人員普通考試試題

類 科：經建行政、交通技術

科 目：統計學概要

吳迪老師

$$P(Z > z_\alpha) = \alpha; z_{0.05} = 1.645; z_{0.025} = 1.96; z_{0.2119} = 0.8; z_{0.0559} = 1.59; z_{0.0233} = 1.99$$

$$P(t > t_{\alpha,n}) = \alpha; t_{0.025,220} = 1.96$$

$$P(x^2 > \chi_\alpha^2(n)) = \alpha; \chi_{0.05}^2(10) = 18.307; \chi_{0.05}^2(4) = 9.488; \chi_{0.05}^2(6) = 12.592$$

$$P(F > F_\alpha(n_1, n_2)) = \alpha; F_{0.05}(2,27) = 3.35; F_{0.025}(2,10) = 5.46; F_{0.05}(5,10) = 3.33; F_{0.05}(6,12) = 3$$

一、已知隨機變數 X 與 Y 的二元機率分配如下：

f(x, y)	x	y
0.2	50	80
0.5	30	50
0.3	40	60

(一)計算 X 與 Y 的期望值與變異數。(8 分)

(二)計算 E(X+Y)與 Var(X+Y)。(8 分)

(三)計算 X 與 Y 的共變異數與相關係數，並判斷 X 與 Y 是正相關、負相關或不相關。(9 分)

1. 《考題難易》：★非常簡單

2. 《破題關鍵》：不連續二元機率分配，基本題。

【擬答】

$$(一)(1) E(X) = \sum xf(x) = 50 \times 0.2 + 30 \times 0.5 + 40 \times 0.3 = 37$$

$$(2) E(X^2) = \sum x^2 f(x)$$

$$= 50^2 \times 0.2 + 30^2 \times 0.5 + 40^2 \times 0.3 = 1430$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 1430 - 37^2 = 61$$

$$(3) E(Y) = \sum y f(y) = 80 \times 0.2 + 50 \times 0.5 + 60 \times 0.3 = 59$$

$$(4) E(Y^2) = \sum y^2 f(y)$$

$$= 80^2 \times 0.2 + 50^2 \times 0.5 + 60^2 \times 0.3 = 3610$$

$$\text{Var}(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$$

$$= 3610 - 59^2 = 129$$

$$(二)(1) E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 37 + 59 = 96$$

$$(2) E(XY) = \sum \sum xy f(x,y)$$

$$= 50 \times 80 \times 0.2 + 30 \times 50 \times 0.5 + 40 \times 60 \times 0.3$$

$$= 2270$$

$$\text{Cov}(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$= 2270 - 37 \times 59 = 87$$

$$\text{Var}(X+Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{Cor}(X,Y)$$

$$= 61 + 129 + 2 \times 87 = 364$$

$$(三)(1) \text{Cov}(X,Y) = 87$$

$$(2) \rho_{xy} = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{87}{\sqrt{61} \sqrt{129}} = 0.9808$$

(3) 因為 $\rho_{xy} = 0.9808 > 0$ ，所以 X, Y 為正相關。

公職王歷屆試題 (110 普考)

二、一間百貨公司分析它們最近的銷售情況，並且決定顧客購買商品的付款方式與商品價格類別之間的關係，得到下表中的聯合機率：

	現金	信用卡	簽帳金融卡
\$20以下	.09	.03	.04
\$20-\$100	.05	.21	.18
\$100以上	.03	.23	.14

- (一)以簽帳金融卡付消費款的比例為何？(5分)
- (二)以信用卡支付之下，消費款超過\$100的機率為何？(5分)
- (三)以信用卡或簽帳金融卡支付消費款的比例為何？(5分)

1. 《考題難易》：★非常簡單
2. 《破題關鍵》：條件機率，基本題。

【擬答】

- (一) $P = 0.04 + 0.18 + 0.14 = 0.36$
- (二) $P = \frac{0.23}{0.03 + 0.21 + 0.23} = 0.4894$
- (三) $P = 0.03 + 0.21 + 0.23 + 0.04 + 0.18 + 0.14 = 0.83$

三、某週刊曾報導廣告主與網際網路服務供應商及搜尋引擎簽訂合約，在網站上刊登廣告，付費方式是根據點擊該項廣告的潛在顧客的數目而定。不幸的是，點擊詐欺（為了增加廣告收入而點擊該項廣告）已然成為問題。40%的廣告主宣稱，他們成為點擊詐欺的受害者。假定隨機抽選 380 位廣告主，以了解點擊詐欺的狀況：

- (一)樣本比例與母體比例的差距在±0.04 以內的機率是多少？(5分)
- (二)樣本比例大於 0.45 的機率是多少？(5分)

1. 《考題難易》：★非常簡單
2. 《破題關鍵》：樣本比例 P 的抽樣分配，基本題。

【擬答】

- (一) $n = 380$ 大樣本， $\hat{p} \rightarrow N\left(P, \frac{P(1-P)}{n}\right)$
 $P(|\hat{p} - P| < 0.04)$
 $= P\left(|z| < \frac{0.04}{\sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{380}}}\right) = P(|z| < 1.59) = 0.8882$
- (二) $P(\hat{p} > 0.45) = P\left(z > \frac{0.45 - 0.4}{\sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{380}}}\right) = P(z > 1.99) = 0.0233$

四、某醫學期刊中描述一項研究，想要判斷運動是否可以延長心臟麻痺病患的生命。招募 801 位心臟麻痺病患的樣本；其中 395 位接受運動的訓練，而另外的 406 位則無。在接受運動的群組當中有 88 位病患未能延長生命，而在無運動群組中有 105 位病患未能延長生命。在 5% 的顯著水準下，研究人員是否可以推論運動訓練能夠延長生命？

寫下假設檢定的過程，包括虛無與對立假設、拒絕域、檢定統計量與檢定結果。(15 分)

1. 《考題難易》：★★簡單
2. 《破題關鍵》：兩個母體比例差的檢定，基本題。

【擬答】

設 P_1 為接受訓練而延長生命之比例
 P_2 為未接受訓練而延長生命之比例

$$\begin{cases} H_0 : P_1 \leq P_2 \\ H_1 : P_1 > P_2 \end{cases}$$

$$\hat{P}_1 = X_1/n_1 = 307/395 = 0.78$$

$$\hat{P}_2 = X_2/n_2 = 301/406 = 0.74$$

$$\text{合併比例 } \hat{P} = 307+301 / 395+406 = 0.76$$

因為 n_1 、 n_2 均為大樣本，利用 Z 檢定

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域 } C = \{z \mid z > 1.645\}$$

檢定統計量

$$z = \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n_1} + \frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n_2}}} = \frac{(0.78 - 0.74) - 0}{\sqrt{\frac{0.76 \times 0.24}{395} + \frac{0.76 \times 0.24}{406}}} = 1.325 \notin C$$

$\Rightarrow \text{not Re}H_0$

結論：沒有證據顯示運動訓練能夠延長生命。

志光 × 保成 × 學儒

高普考 111 年金榜輔考課程

基礎課	正規課	專題課
基礎架構課程協助考生建立基礎，以簡易的體系架構，理解各類科法令大綱，有助日後各類科學習。	開課時間依照各科目學習關聯性作安排，由淺入深教學、循序漸進的授課模式，讓同學完整學習、快速考取。	考前要拿高分除了理論內容熟記外，在答題上再加入新的時事見解，藉此提高分數，增加上榜機會。
題庫班	奪榜班/特訓班	總複習
以題目帶觀念方式授課，將題目進行整合連貫的剖析，強化同學作答技巧的提升！達到舉一反三之效。 【自費加選】	成績診斷分析→複習計劃擬定→隨堂小考檢視→弱科加強課程→駐班輔導老師→全真模擬考試。 【自費加選】	考前關鍵時刻，由授課老師精心篩選並分析考前重要考點補充，以地毯式重點整理給各位同學。



吳〇儀 109 高考金融保險 **全國第九名**

我選擇面授課程上課，因為可以直接面對老師，讓我比較專心，而且事後遇到問題，也可以在下課時候問老師。我有參加題庫班，可以在考前加強複習，尤其是會計，老師會收集各種考題，對考試非常有幫助。

■ 完整課程資訊詳洽全國志光·保成·學儒門市 ■

公職王歷屆試題 (110 普考)

五、有一位候選人在宣告參選之前，評估選民對他的初始支持率。不做任何事前公開活動之前提下，若選民支持他的比例數 p 大約 0.15，他將投入選戰。從隨機選取的 n 個選民的一項民調中，該候選人希望比例數 p 的估計值 y/n 距離 p 在 0.03 之內。也就是說，決策乃基於形如 $y/n \pm 0.03$ 的一個 95% 信賴區間， y 代表支持該候選人的選民人數：

(一) 在候選人對於 p 的大小沒有任何概念下，如何決定所需樣本數大小，以便達到所求之可靠度及準確度？(5 分)

(二) 假設由該選區隨機選取 1,068 個選民進行訪談，得到 $y=214$ 個選民的支持，求 p 的 95% 信賴區間。根據此樣本所提供的訊息，該候選人是否決定投入選戰？(5 分)

(三) 比較(二)的最大誤差與 0.03，說明為何會有如此差別？(5 分)

1. 《考題難易》：★★簡單

2. 《破題關鍵》：母體比例 P 的信賴區間，基本題。

【擬答】

$$(一) e = Z_{0.025} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} < 0.03$$

$$\Rightarrow 1.96 \sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{n}} < 0.03$$

$$\Rightarrow n > 1067.11$$

∴ 至少要選 1068 個樣本。

$$(二) \hat{p} = y/n = 214/1068 = 0.2004$$

因為 $n=1068$ 大樣本

$$\Rightarrow \hat{p} \rightarrow N\left(P, \frac{P(1-P)}{n}\right), \text{ 且 } \hat{p} \rightarrow P$$

$$\therefore \text{樞紐量為 } Z = \frac{(\hat{p} - P)}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \sim N(0,1)$$

$$\Rightarrow P(-Z_{0.025} \leq Z \leq Z_{0.025}) = 0.95$$

$$\Rightarrow P(-Z_{0.025} \leq \frac{(\hat{p} - P)}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \leq Z_{0.025}) = 0.95$$

∴ P 信賴度 95% 之信賴區間為

$$\left(\hat{p} - Z_{0.025} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + Z_{0.025} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$$

$$\Rightarrow (0.2004 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.2004 \times 0.7996}{1068}})$$

$\Rightarrow (0.1764, 0.2244)$ 因為信賴區間超過 0.15，則該候選人應該投入選戰。

$$(三) \text{ 第(二)題的誤差為 } e = 1.96 \sqrt{\frac{0.2004 \times 0.7996}{1068}} = 0.024 < 0.03$$

因為當 P 越接近 0.5 時，且其他條件不變的情形下所得誤差最大。

公職王歷屆試題 (110 普考)

六、統計課中一位成績接近底部的學生甲，決定投入一定的練習時數以改善期末的成績。但是甲並不想做過多的練習，因為甲企圖以最少的工作量達到最終畢業的目的。甲註冊一門統計課，離期末考僅有 3 個星期，並且最後學期總成績是以下列方式決定：

$$\text{學期總成績} = 20\% (\text{作業}) + 30\% (\text{期中考}) + 50\% (\text{期末考})$$

為了決定在剩餘的 3 星期內要付出多少努力，甲必須根據作業分數 (有 20 分) 與期中考分數 (有 30 分) 去預測期末考成績。甲的這些分數分別是 12/20 與 14/30。

甲蒐集去年選修這門統計課 30 位學生的期末考分數、作業分數 (assignment)，與期中考分數 (midterm)。

利用以下 30 位學生的資料所做的迴歸分析結果回答問題：

	A	B	C	D	E	F
1	SUMMARY OUTPUT					
2						
3	<i>Regression Statistics</i>					
4	Multiple R	0.8734				
5	R Square	0.7629				
6	Adjusted R Square	0.7453				
7	Standard Error	3.75				
8	Observations	30				
9						
10	ANOVA					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
12	Regression	2	1223.2	611.59	43.43	0.0000
13	Residual	27	380.2	14.08		
14	Total	29	1603.4			
15						
16		<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	
17	Intercept	13.01	3.53	3.69	0.0010	
18	Assignment	0.194	0.200	0.97	0.3417	
19	Midterm	1.11	0.122	9.12	0.0000	

(一)決定估計的迴歸方程式並檢定模型的有效性 (5%的顯著水準)。(4 分)

(二)估計的標準誤為何?如何詮釋這個統計量?(4 分)

(三)判定係數為何?這個統計量提供什麼訊息?(4 分)

(四)詮釋估計的迴歸方程式中每一個係數。(4 分)

(五)在此模型中,檢定作業分數之係數是否為零 (5%的顯著水準)?(4 分)

- 1.《考題難易》:★★簡單
- 2.《破題關鍵》:多元迴歸係數的檢定,最近常考,同學要多加留意。

【擬答】

(一)1.迴歸方程式為:

$$\text{期末考成績} = 13.01 + 0.194 \times \text{作業分數} + 1.11 \times \text{期中考分數}$$

2. $\begin{cases} H_0: \text{迴歸模型無效} \\ H_1: \text{迴歸模型有效} \end{cases}$

因為 $P\text{-value} = 0.0000 < 0.05 = \alpha \Rightarrow R_e H_0$

結論:有證據顯示迴歸模型有效。

(二)估計標準誤為 $\sqrt{MSE} = \sqrt{14.08} = 3.75$

即以自變項預測依變項所產生的誤差為常態分配,其標準差稱為估計標準誤。

(三) $R^2 = 0.7629$

即此迴歸模型,可解釋依變項變異的比例為 76.29%。

- (四) 1. 作業分數的係數為 0.194，即作業分數每增加 1 分，期末考成績平均增加 0.194 分。
 2. 期中考分數的係數為 1.11，即期中考分數每增加 1 分，期末考成績平均增加 1.11 分。
 3. 截距項 13.01，即作業分數與期中考分數均為 0 分時，期末考的預測分數為 13.01 分。

- (五) $\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{作業分數之係數為 } 0 \\ H_1: \text{作業分數之係數不為 } 0 \end{array} \right.$

$P\text{-value} = 0.3417 > 0.05 = \alpha \Rightarrow \text{not } R_e H_0$

結論：沒有證據顯示作業分數之係數不為 0。

志光 × 保成 × 學儒

財稅行政

商科人
入主公職首選

黃金投考組合 → 公職+證照 一次搞定

110.10.30~10.31 調查局-財經組	110.11.20~11.22 記帳士證照	110.12.11~12.13 地特-財稅	111.1.8 初等-財稅	111.4.23~4.24 關務-財稅	111.7.15~7.19 高普考-財稅
----------------------------	--------------------------	--------------------------	------------------	------------------------	-------------------------

雙料金榜 林○儒 109 高普考財稅行政

我是個喜歡問問題與老師對談的學生，上面授課讓我能夠跟老師們對談，只要不會的部份，老師都會很有耐心地重新講一遍，讓我可以理解那些專業觀念。老師總是告訴我們要多練習申論題，我謹記在心，都會按時給老師申論題批閱，這樣的練習幫助我拉高很多分數。

優異考取 戴○紘 109 普考財稅行政

當初報名的是面授考取班，原因是若能一年考取當然最好，若無法的話也能在隔年繼續努力或者是讓自己休息一年後再繼續奮鬥。而上面授班除了能夠與老師互動外，也能有機會認識班上同學，大家彼此幫忙、彼此鼓勵，一起朝著目標前進是我認為非常重要的。

■ 完整課程訊息請洽志光 · 保成 · 學儒全國門市 ■

志光 × 保成 × 學儒

會計

公職+證照+國營事業
一次搞定

110.10.30~10.31 調查組-財經組	110.12.11~12.13 地特-會計	111.4.23~4.24 關稅三等-會計	111.7.15~7.19 高普考-會計
110.11.20~11.22 記帳士證照	111.1.8 初等-會計	111.6.18~6.19 鐵路-高員級會計	111.8.19~8.21 會計師證照

雙料金榜 江○謙 109 高普考會計 一年考取

我準備考試的時間大約是一年，因為本身是念二技，學校方面還有很多學分必須要修，所以上學期主要是照著補習班的進度走，晚上及假日都是跟著補習班課表上課或自修，一天約念 7-8 小時，而沒課的時候，我會唸到 12 個小時。

雙料金榜 翁○樺 109 高普考會計 7 個月考取

財政學是會計考生的一大罩門，但是我一直覺得財政學比起中會更好拉開分數，而且投資報酬率更高，所以我花比較多時間在財政學上面。如果上完課後有時間搭配補習班的選擇題、申論題題庫書練習，財政學就不用擔心了。

■ 完整課程訊息請洽志光 · 保成 · 學儒全國門市 ■