

110 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：電子工程、電信工程

科 目：電磁學

陳銘老師

一、請證明馬克斯威爾方程式以及勞倫茲力公式隱含了庫倫力定律：換言之，請首先推導一個點電荷 q_1 存在時所產生的電場（過程中請使用高斯定律求解），接著引入另一個點電荷 q_2 ，計算其所受電力。（25分）

[提示]：馬克斯威爾方程式 $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v$ 且 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{又勞倫茲力為 } \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{u} \times \vec{B}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

- 《考題難易》★★★普通
- 《破題關鍵》：需先瞭解庫倫力定律，再聯結馬克斯威爾方程式與勞倫茲力公式之關係

【擬答】

馬克斯威爾方程式中的高斯定律 $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon} \Rightarrow \int_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int \frac{\rho_v}{\epsilon} dv = \frac{q_1}{\epsilon}$

因此相距 R 處產生的 $\vec{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$

若引入另一個點電荷 q_2 於 R 處，則由勞倫茲作用力中 $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{u} \times \vec{B} = \vec{F}_e + \vec{F}_m \Rightarrow \vec{F}_e = q\vec{E}$

因此 $\vec{F}_e = q_2 \vec{E} = q_2 \times \frac{q_1}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon R^2} \vec{a}_R$

隱含庫倫力定律

志光 學備 保成 **二科人 上榜大勝利** 跟著我們一起工頂人生

連過三榜 雙料金榜 眾多連續上榜，再創工科巔峰!

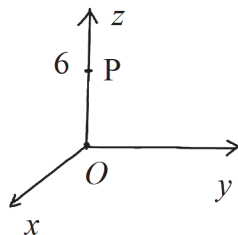
李○庭 109年鐵路員級機械工程【全國探花】 109年普考機械工程 連過三榜 109年普考機械工程	楊○中 109年鐵路特考電子工程【全國榜眼】 109年普考電子工程	柯○聲 109年普考資訊處理 109年普考資訊處理	林○璿 109年普考電力工程 109年鐵路特考電力工程	龐○芳 109年普考機械工程 109年普考機械工程
陳○鼎 109年鐵路特考電子工程【全國榜眼】 109年普考電子工程	蔡○全 109年鐵路特考機械工程【全國第四】 109年普考機械工程	彭○琳 109年普考資訊處理 109年普考資訊處理	葉○穎 109年普考電力工程 109年鐵路特考電力工程	簡○倫 109年普考電力工程 109年普考電力工程
吳○弘 109年普考電子工程 109年鐵路特考電子工程【新北市狀元】	張○廷 109年普考電力工程【全國第五】 109年普考電力工程	李○ 109年普考資訊處理 109年鐵路特考資訊處理	簡○宏 109年普考電子工程 109年鐵路特考電子工程	鄭○輝 109年普考資訊處理 109年鐵路特考資訊處理
許○顯 109年普考電子工程 109年鐵路特考電子工程【台北市狀元】	常○倫 109年普考機械工程 109年鐵路特考機械工程	簡○瑋 109年普考電力工程 109年鐵路特考電力工程	孫○威 109年普考資訊處理 109年鐵路特考資訊處理	孫○威 109年普考電子工程 109年鐵路特考電子工程

109年單一年度 締造眾多優秀上榜

地特三等機械工程【高雄市狀元】陳○榮	地特四等資訊處理【台北市狀元】曾○皓	地特四等電力工程【桃園市狀元】鄧○駿	普考電子工程【全國榜眼】洪○銓
地特三等資訊處理【澎湖縣探花】沙○豪	地特四等電子工程【高雄市狀元】蔡○諺	國營聯招中油電機【探花】張○瑞	

Highly detailed list of candidates and their exam results for various public service exams, including names like 李○庭, 楊○中, 柯○聲, etc., and their respective exam titles and ranks.

二、針對在+z 軸上的一點 P，原點和點 P 間的距離 $d=6$ ，請回答下列有關圓柱坐標和球坐標的問題：



- (一)寫出圓柱坐標的符號表示，寫出 P 點的圓柱坐標值並說明此答案之意義。(7 分)
- (二)請問點 P 處的圓柱坐標基底向量 \hat{r} 的方向是否確定或唯一？請詳細說明理由。(6 分)
- (三)寫出球坐標的符號表示，寫出 P 點的球坐標值並說明此答案之意義。(6 分)
- (四)請問點 P 處的球坐標基底向量 $\hat{\theta}$ 的方向是否確定或唯一？請詳細說明理由。(6 分)

1. 《考題難易》：★★簡單
 2. 《破題關鍵》：瞭解三大座標系統的表示式

【擬答】

(一) $\vec{r} = \vec{r}(r, \phi, z) = r \cos \phi \vec{a}_r + r \sin \phi \vec{a}_\phi + z \vec{a}_z$ ，

P 點的圓柱坐標值為 $P(0, 0, 6)$ ， r 為位置向量 \vec{r} 投影至 xy 平面，原點至投影端點之距離

(二)基底向量 \hat{r} 的方向為零向量，因此確定但不唯一。

(三) $\vec{r} = \vec{r}(R, \theta, \phi) = R \sin \theta \cos \phi \vec{a}_R + R \sin \theta \sin \phi \vec{a}_\theta + R \cos \theta \vec{a}_\phi$ ，P 點的球體坐標值為 $P(6, 0, 0)$ ， r 為位置向量 \vec{r} 至原點之距離

(四)基底向量 $\hat{\theta}$ 的方向因為投影至 xy 平面，因此確定但不唯一。

志光 學儒 保成

公職工科+國營事業

1+1 更有力 準備公職的同時，可報考國營事業考試，善用重疊考科，一次準備就能多次上榜！

上榜路徑大公開！一年內超過8次上榜機會！

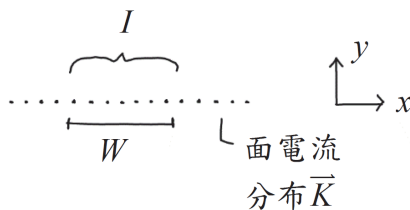
初等考 1月 ●最容易上手的公職考試	關務特考 4月 ●考科少於同職等考試	鐵路特考 6月 <small>(110年因疫情延至9月)</small> ●佐級錄取率最高	高普考 7月 <small>(110年因疫情延至10月)</small> ●主流考試，缺額眾多	調查局特考 8月 <small>(110年因疫情延至10月)</small> ●三等月薪76,000起
地方特考 12月 ●考科同高普考	自來水評價人員 不定期舉辦 ●只考選擇題	台電考試 不定期舉辦 ●考科少、好準備	中油僱員 不定期舉辦 ●只考2科，多為選擇題	國營事業職員級 不定期舉辦 ●國營退休潮，缺額多，工科類科競爭者少

錄取率高 109年 工科錄取率 最高達 **19.42%**

電力工程	電子工程	機械工程	資訊工程
高考 19.42% 普考 17.33%	高考 9.04% 普考 9.39%	高考 18.27% 普考 13.70%	高考 12.92% 普考 10.47%

三、如圖，有一個無窮大的平面電流分布（朝出紙面方向， \hat{z} 方向），其面電流密度為 $\vec{K} = \hat{z}K_s$ ，

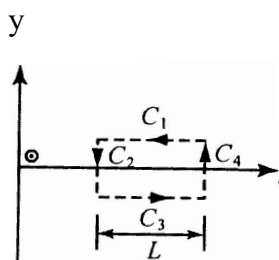
且 $K_s = \frac{I}{W}$ （單位：A/m），請利用安培定律求電流分布上下兩側區域（ $y > 0$ 和 $y < 0$ ）的磁場 \vec{H} 。（5分）



1. 《考題難易》：★★簡單
2. 《破題關鍵》：利用安培定律即可求出

【擬答】

$$\vec{K} = \hat{z} \cdot \frac{I}{W} \left(\frac{A}{m} \right)$$



因為對稱性，取其迴路代入安培定律 $\int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{in}$

路徑 C2 與 C4 其 \vec{H} 為 0，則 $2LH = \frac{I}{W} \cdot L \Rightarrow H = \frac{I}{2W}$

$$\vec{H} = \begin{cases} \frac{I}{2W} \cdot (-\vec{a}_x); y > 0 \\ \frac{I}{2W} \cdot (\vec{a}_x); y < 0 \end{cases}$$



為你專屬設計的學習模式， 讓你靈活學習、輕鬆準備！

我們都在 **志光學儒保成** 成功找到工科人的工頂人生

多元學習模式	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>面授學習</p> <p>直接，有效</p> <ul style="list-style-type: none"> → 實際面對面教學，現場解決您的疑惑。 → 優質專業名師，幫您統整、分析考試重點資訊。 → 定期的大小測驗，您可隨時檢視學習效果。 </div> <div style="width: 45%;"> <p>雲端函授</p> <p>自主，彈性</p> <ul style="list-style-type: none"> → 不用煩惱通勤問題，課程教材直接送到家。 → 反覆聽課，不怕觀念聽不懂。 → 完全自由，可自主安排學習進度。 </div> </div>
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>視訊學習</p> <p>便利，專注</p> <ul style="list-style-type: none"> → 安靜舒適的上課環境，提高您的專注力。 → 看課時間能自由預約，無須擔心時間衝突。 → 可依需求暫停、倒轉或快轉，深度學習超簡單。 </div> <div style="width: 45%;"> <p>專業名師指導，提升解題順暢度！</p> <p>本以為適合閱讀，但發現穩定的生活才是我想要的。老師的教材都有明確分析與統整，再加上會由老師出申論題讓考生做練習，增加寫題目的敏感及順暢度。考前還有總複習課程，精準預測範圍、統整考前重點。</p> <p style="text-align: right; color: yellow;">全國探花 李○庭 109年鐵路員級機械工程</p> </div> </div>	
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>選對好老師，中年轉職好順利！</p> <p>我遭過公司裁員，覺得公職夠穩定，決定踏上國考之路。隔了20幾年重拾書本，選擇好的補習班讓我事半功倍。熱力學老師跟流體力學老師，我非常推崇，只要照著老師講的記下來、寫下來，這樣就夠了。</p> <p style="text-align: right; color: yellow;">1年考取 古○芳 109年高考機械工程</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>題庫班老師的講解，對我幫助很大！</p> <p>畢業後工作，累的要死薪水卻不怎麼樣。剛好朋友推薦鐵路特考，就挑戰看看。我覺得機械原理的題庫班對我幫助很大，跟著老師一起解，不懂的地方聽老師講解，覺得聽完很多疑問就會解開並且對我幫助很大。</p> <p style="text-align: right; color: yellow;">優秀考取 謝○軒 109年鐵路佐級機械工程</p> </div> </div>	

公職王歷屆試題 (110 高考三級)

四、有關傳輸線不連續處(底下以終端負載為短路為例)的電壓反射係數的推導,如圖(a)所示設入射波為 $I_o^+ e^{-\gamma z}$, 反射波為 $I_o^- e^{+\gamma z}$, 則在短路負載處 ($z=0$) 的終端條件為:

$$V_o^+ + V_o^- = V_L = 0 \quad (1)$$

$$I_o^+ + I_o^- = I_L \quad (2)$$

一般認為這兩個終端條件乃是基於 $z=0$ 處的克希荷夫電壓定律以及電流定律; 請證明(1)和(2)兩式直接和底下 $z=0$ 處的電場邊界條件以及磁場邊界條件相關:

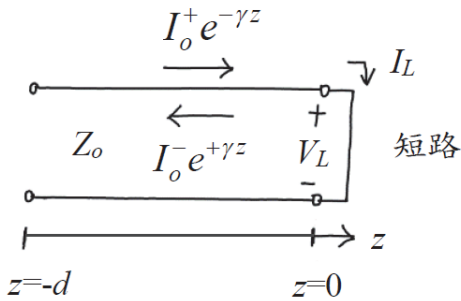
$$E_{1t} = E_{2t} = 0 \quad (3)$$

$$\begin{cases} \vec{K}_s = \hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \\ \text{且 } \vec{H}_2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

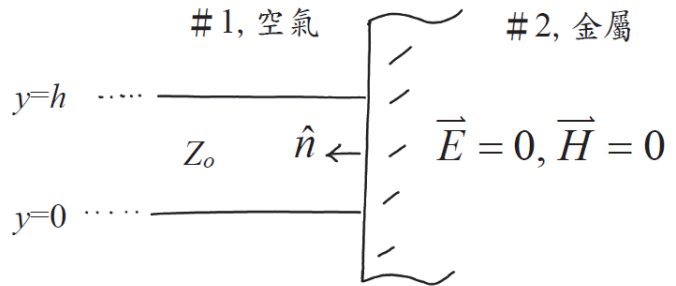
亦即, (一)請由(3)式推導出(1)式。(10分)

(二)請由(4)式推導出(2)式。(10分)

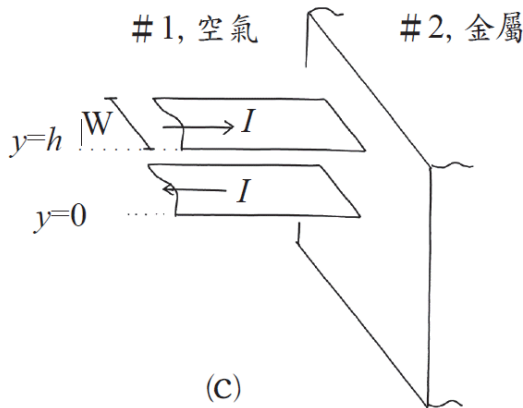
[提示]: 請利用圖(b)及圖(c), 想像傳輸線上的電流 I 是源自一個無窮大的平面電流中寬度為 W 的一段電流, 故推導過程中可以忽略邊緣效應。



(a)



(b)



(c)

1. 《考題難易》: ★★簡單

2. 《破題關鍵》: 藉由邊藉界條件證得 KVL 與 KCL 之公式

【擬答】

$$\text{(一)} E_{1t} = E_{2t} = 0 \Rightarrow \nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\int_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \int_c \frac{\vec{J}}{\sigma} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\text{所以 } \int_c \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{I}{S} d\vec{l} = 0 \Rightarrow \sum_j V_j = 0$$

$$\text{滿足 KVL, 則 } V_o^+ + V_o^- = V_L = 0$$

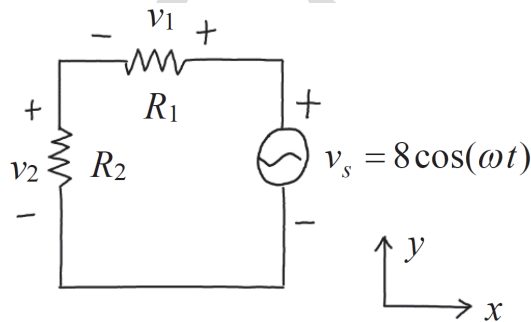
$$\Rightarrow \vec{K}_s = \vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \Rightarrow \nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\int_V \nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) dV = \int_V \nabla \cdot \vec{J} dV \Rightarrow \int_V \nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) dV = 0 \Rightarrow \int_V \nabla \cdot \vec{J} dV = 0$$

$$\text{所以 } \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \sum_j I_j = 0$$

$$\text{滿足 KCL, 則 } I_0^+ + I_0^- = I_L$$

五、如圖所示的簡單交流電路，電源 $v_s = 8 \cos(\omega t)$ (volt)，電阻 $R_1 = 3 \Omega$ ，電阻 $R_2 = 5 \Omega$ ，該迴路位於 xy 平面上，且迴路面積為 2 m^2 ，請問：



(一)若不考慮法拉第感應定律，請寫出克希荷夫電壓定律 (KVL) 的表示式，且分別求橫跨在 R_1 和 R_2 上的電壓 v_1 和 v_2 ，以及電流 i 。(7 分)

(二)若納入法拉第感應定律，且設前述迴路電流對應的磁通密度 \vec{B} 為均勻的且 $\vec{B} = \hat{z}B_0 \cos(\omega t)$ (Tesla)，求其對應的磁通量 Φ 以及感應電動勢 v_{emf} 。(4 分)

(三)承(二)，重畫此時的等效電路，並重新計算電壓 v_1 和 v_2 (納入 v_{emf} 疊加後的貢獻)。(10 分)

(四)承(三)，請寫出此時的克希荷夫電壓定律的表示式，並比較它和(一)的差別之處。(4 分)

1. 《考題難易》：★★★普通

2. 《破題關鍵》：比較電壓與感應電勢之分壓計算

【擬答】

(一)利用克希荷夫電壓定律 (KVL) 的表示式，則 $v_1 + v_2 = v_s = 8 \cos \omega t$

$$\text{所以 } v_1 = 8 \cos \omega t \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 8 \cos \omega t \times \frac{3}{3+5} = 3 \cos \omega t$$

$$v_2 = 8 \cos \omega t \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 8 \cos \omega t \times \frac{5}{3+5} = 5 \cos \omega t$$

$$\text{電流為 } i = \frac{8 \cos \omega t}{3+5} = \cos \omega t$$

(二) Faraday's Law: $V = -N \frac{d\phi}{dt}$

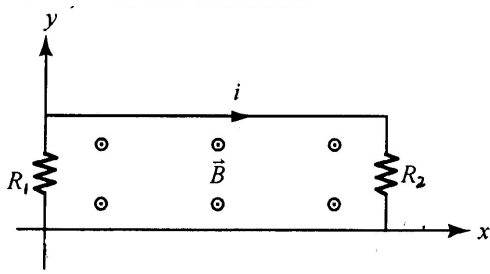
$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_0 A \cos \omega t = 2B_0 \cos \omega t$$

$$\text{應電動勢 } v_{emf} = -\frac{d}{dt}(2B_0 \cos \omega t) = 2\omega B_0 \sin \omega t$$

$$\Rightarrow i = -\frac{v_{emf}}{R_1 + R_2} = \frac{2\omega B_0 \sin \omega t}{3+5} = \frac{\omega B_0 \sin \omega t}{4}$$

$$v_1 = \frac{\omega B_0 \sin \omega t}{4} \times 3 = \frac{3\omega B_0 \sin \omega t}{4}$$

$$v_2 = \frac{\omega B_0 \sin \omega t}{4} \times 5 = \frac{5\omega B_0 \sin \omega t}{4}$$



$$v_1 = 3 \cos \omega t + \frac{3\omega B_0 \sin \omega t}{4} ; v_2 = 5 \cos \omega t + \frac{5\omega B_0 \sin \omega t}{4}$$

$$(四) \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \iint_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \iint_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) \Rightarrow \int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\text{則 } V = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\sum_j \phi_j = 0$$

(一)中之電源直接利用分壓定理理解之；(三)利用法拉第感應定律求出感應電勢後才能得到感應電流，也才能求出 R1 與 R2 之分壓。

志光 學儒 保成 工科人 專屬學習規劃

精心安排完整豐富的上榜課程

工科考試所需要的資源，我們通通幫你準備好了

法科
架構班

學校沒教的，我們教給你！名師精解法科知識，結合實務例子，助你建構法科概念。

扎實
正規班

完整堂數規劃，循序漸進學習，讓您深度修習工科各專業學科知識。

作文
實戰班

作文再也不是理工人的痛！透過專業老師的輔導，快速強化您的寫作架構、邏輯概念。

主題
題庫班

主題式教學，搭配各類試題演練，進行考點分析及破題要點訓練，讓您短時間各科實力倍增。

精華
總複習

考前重點總複習，精準掌握重要考點，讓您考前實力突飛猛進。

工科
全科班

公職+國營完善循環課程規劃，All in One課程一次到位，奠定穩固基礎、強化上榜實力。

考前提要
關懷講座

名師考前最終提點，穩定你累積許久的實力，讓你的觀念更加清晰。

全國全真
模擬考

檢視應考實力、訓練臨場反應、掌握最新考題趨勢，全程比照考試時程，模擬考場實戰氛圍，讓您能以平常心應考！

109 普考 電子工程

曾○維

一年考取

我是工科人，我工頂啦！

由於考試的題目非常靈活，參加題庫班，除了勤做考古題外，大量實作解說，很快速地強化我的考前記憶，每做一道題目馬上能判斷是在哪一章節，然後再進行解題。

■完整課程資訊詳洽全國志光·學儒·保成門市■