

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：四等考試

類 科：土木工程

科 目：測量學概要

一、平面測量常以測邊、測角組成觀測量，透過幾何圖形關係求出待定点座標。常用的方法有「前方交會」、「後方交會」、「側方交會」、「輻射法（極座標法）」、「交弧法」、「雙點定位法」等。

(一)請由上述定位方法中挑選 5 種，繪圖並說明其「已知量」、「觀測量」及「待定量」。請以「 Δ 」標示已知座標點位、「 X 」標示待定点位且需標示觀測量（邊長、水平角）。

(15 分)

(二)請製表舉例說明這 5 種定位方法的應用場合。(10 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：前方交會、後方交會、側方交會、輻射法、交弧法。

重點提要：繪圖輔助說明。

【命中特區】

書名：土木 測量學

作者：賴明

章節出處：第一章 測量概論 之 第 4 節 測量基本計算與原理

【擬答】

(一) 5 種定位方法之說明

1. 前方交會法

(1) 已知量：A 點座標 $A(E_A, N_A)$ 、B 點座標 $B(E_B, N_B)$

(2) 觀測量： $\angle A = \alpha$ 及 $\angle B = \beta$

(3) 未知值：C 點座標 $C(E_C, N_C)$

2. 後方交會法

(1) 已知量：A、B、C 三點座標

$A(E_A, N_A)$ 、 $B(E_B, N_B)$ 、 $C(E_C, N_C)$

(2) 觀測量： α 及 β

(3) 未知值：P 點座標： $P(E_P, N_P)$

3. 側方交會法

(1) 已知量：A 點座標 $A(E_A, N_A)$ 、B 點座標 $B(E_B, N_B)$

(2) 觀測量： $\angle A = \alpha$ 及 $\angle C = \gamma$

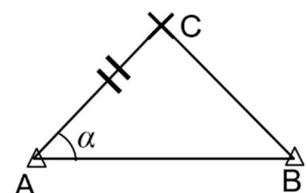
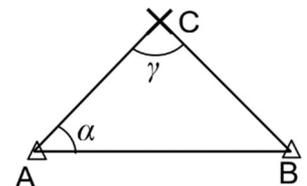
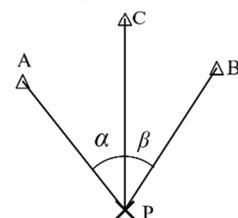
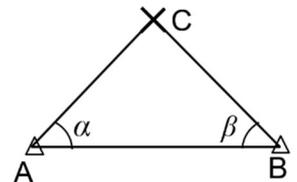
(3) 未知值：C 點座標 $C(E_C, N_C)$

4. 輻射法

(1) 已知量：A 點座標 $A(E_A, N_A)$ 、B 點座標 $B(E_B, N_B)$

(2) 觀測量： $\angle A = \alpha$ 及 \overline{AC}

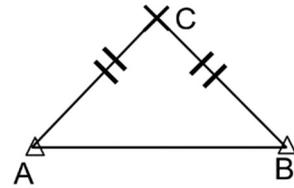
(3) 未知值：C 點座標 $C(E_C, N_C)$



公職王歷屆試題 (110 地方特考)

5. 交弧法 (距離交會法)

- (1) 已知量：A 點座標 $A(E_A, N_A)$ 、B 點座標 $B(E_B, N_B)$
- (2) 觀測量： $\angle A = \alpha$ 及 $\angle B = \beta$
- (3) 未知值：C 點座標 $C(E_C, N_C)$

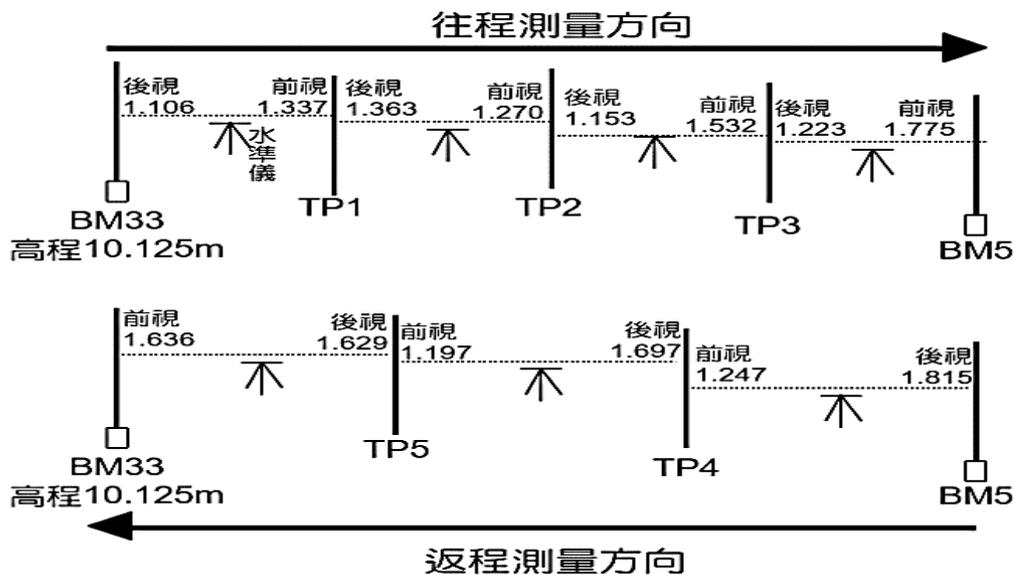


(二) 5 種定位方法的應用場合

序號	定位方法	應用場合
1.	前方交會法	(1) 僅有測角儀器，沒有測距儀器時； (2) 未知點上不方便設站時； (3) 已知點能通視及設站； (4) 同時要測定多個未知點時。
2.	後方交會法	在一個未知點上設站，觀測三個已知點，以決定未知點位置。
3.	側方交會法	二個已知點的一個點無法架設測角儀器；未知點 C 亦能設站。
4.	輻射法	已知點與未知點可以通視與測距。
5.	交弧法	僅有測距儀器，沒有測角儀器時。

二、某次水準測量觀測資料如下圖所示，水準點 BM33 的高程為 10.125m，水準點 BM5 的高程待定，往返總距離約為 1.6 km。

- (一) 自行製表完成水準觀測紀錄表 (含水準路線成果簡圖)。(10 分)
- (二) 本次測量成果是否合乎 $7\text{mm}\sqrt{K}$ (K 為公里數) 的要求？(5 分)
- (三) 計算出高程點 BM5 之高程。(10 分)



【解題關鍵】

- 1. 《考題難易》★★★
- 2. 《破題關鍵》關鍵字：閉合水準。
重點提要：測量成果之檢核。

【命中特區】

書名：土木 測量學
 作者：賴明
 章節出處：第三章 水準測量 之 九、直接水準測量之誤差限制及平差計算

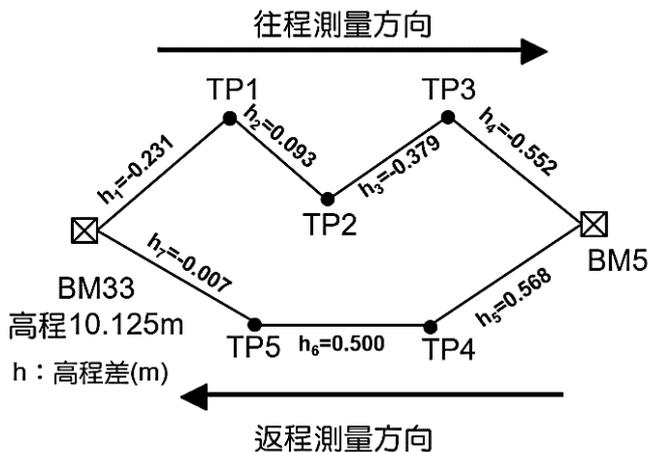
【擬答】

(一) 水準觀測紀錄表 (含水準路線成果簡圖)

1. 水準觀測紀錄表

往程測量				返程測量			
測點	後視(m)	前視(m)	高程	測點	後視(m)	前視(m)	高程
BM33	1.106		10.125	BM5	1.815		
TP1	1.363	1.337		TP4	1.697	1.247	
TP2	1.153	1.270		TP5	1.629	1.197	
TP3	1.223	1.532		BM33		1.636	10.125
BM5		1.775					

2. 水準路線成果簡圖(平差前)



(二) 本次測量成果是否合乎 $7\text{mm}\sqrt{K}$ (K 為公里數) 的要求之檢核

往測：高程差 $\Delta h_1 = (1.106 - 1.337) + (1.363 - 1.270) + (1.153 - 1.532) + (1.223 - 1.775) = -1.069\text{ m}$

返測：高程差 $\Delta h_2 = (1.815 - 1.247) + (1.697 - 1.197) + (1.629 - 1.636) = 1.061\text{ m}$

閉合差 $\omega = \Delta h_1 + \Delta h_2 = -1.069 + 1.061 = -0.008\text{ m} = -8\text{ mm}$

$\therefore \omega = C \cdot \sqrt{K}$ $C = \frac{\omega}{\sqrt{K}} = \frac{8}{\sqrt{1.6}} = 6.3 < 7$ \therefore 合乎 $7\text{mm}\sqrt{K}$ (K 為公里數) 的要求

(三) 計算高程點 BM₅ 之高程

\therefore 全部有 14 個觀測值 (後視與前視)

\therefore 各觀測值改正數 $\delta = (-\omega)/14 = -(-8)/14 = 4/7\text{ mm}$

往測高程差改正值 $= 4\delta - (-4\delta) = 8\delta = 8 \times \frac{4}{7} = \frac{32}{7}\text{ mm}$

往測改正後高程差 $\Delta h = \Delta h_1 + 8\delta = -1.069\text{ m} + 4.6\text{ mm} = -1.0644\text{ m}$

高程點 BM₅ 之高程 $= H_{BM33} + \Delta h = 10.125 + (-1.0644) = 9.0606\text{ m} \approx 9.061\text{ m}$

三、為求一游泳池之容量，以捲尺量測其長邊、寬邊及深度，分別為：50.00 m、25.00 m 及 2.20 m。已知該捲尺之率定精度為 $1\text{ cm} + 20\text{ ppm}$ ，請回答下列問題：

(一) 該游泳池之容量為多少加侖 (1 公升等於 0.264172 加侖，答案應考慮有效位數)。(9 分)

(二) 該容量中誤差 (或稱標準差) 為多少加侖？(8 分)

(三) 若上述長、寬、深度之數值，均各由 4 次獨立不相關的觀測取算術平均數而得，則該容量中誤差為多少加侖？(8 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：體積，誤差傳播定律之應用。重點提要：單位轉換。

【命中特區】

書名：土木 測量學

作者：賴明

章節出處：第一章 測量概論 之 第 5 節 誤差傳播定律之應用

【擬答】

假設：長邊 $a = 50.00 \text{ m} = 0.05 \text{ km}$ ，寬邊 $b = 25.00 \text{ m} = 0.025 \text{ km}$

深度 $c = 2.20 \text{ m} = 0.0022 \text{ km}$

已知：率定精度為 $1 \text{ cm} + 20 \text{ ppm} = 10 \text{ mm} + 20 \text{ ppm}$

(一) 計算該游泳池的容量

$$\text{游泳池體積 } V = abc = 50 * 25 * 2.2 = 2750 \text{ m}^3$$

$$\therefore 1 \text{ m}^3 \text{ 的水} = 1000 \text{ 公升} = 1000 * 0.264172 \text{ 加侖} = 264.172 \text{ 加侖}$$

$$\therefore \text{該游泳池的容量} = 2750 * 264.172 = 726,473.00 \text{ 加侖}$$

(二) 計算該容量中誤差

$$\text{長邊中誤差 } \sigma_a = \pm \sqrt{10^2 + (20 \times 0.05)^2} = \pm \sqrt{101} \text{ mm} = \pm \sqrt{101} \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{寬邊中誤差 } \sigma_b = \pm \sqrt{10^2 + (20 \times 0.025)^2} = \pm \sqrt{100.25} \text{ mm} = \pm \sqrt{100.25} \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{深度中誤差 } \sigma_c = \pm \sqrt{10^2 + (20 \times 0.0022)^2} = \pm \sqrt{100.002} \text{ mm} = \pm \sqrt{100.002} \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{體積 } V = abc, \quad \frac{\partial V}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}(abc) = bc = 25 \times 2.2 = 55$$

$$\frac{\partial V}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b}(abc) = ac = 50 \times 2.2 = 110, \quad \frac{\partial V}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}(abc) = ab = 50 \times 25 = 1250$$

$$\sigma_V = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial a}\right)^2 \times \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial b}\right)^2 \times \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial c}\right)^2 \times \sigma_c^2}$$

$$\sigma_V = \pm \sqrt{55^2 \times 101 \times 10^{-6} + 110^2 \times 100.25 \times 10^{-6} + 1250^2 \times 100.002 \times 10^{-6}} = \pm 12.5607 \text{ m}^3$$

$$\text{該容量中誤差} = \pm 12.5607 \times 264.172 = \pm 3318.19 \text{ 加侖}$$

(三) 計算該容量中誤差，長、寬、深度之數值，均各由 4 次觀測取算術平均數而得

假設 1 次觀測之中誤差為 σ_1 ，則 4 次獨立不相關的觀測取算術平均數之中誤差為 σ_4

$$\sigma_4 = \frac{\sigma_1}{\sqrt{4}} = \frac{\sigma_1}{2}, \quad \sigma_a' = \pm \frac{\sigma_a}{2}, \quad \sigma_b' = \pm \frac{\sigma_b}{2}, \quad \sigma_c' = \pm \frac{\sigma_c}{2}$$

$$\sigma_V' = \frac{\sigma_V}{2} = \pm 6.2804 \text{ m}^3, \quad \text{該容量中誤差} = \pm 6.2804 \times 264.172 = \pm 1659.11 \text{ 加侖}$$

四、某人在點位 G_{01} 架設全側站經緯儀，以方向組法觀測點位 G_{21} 及 G_{66} 兩測回，全測站觀測紀錄表如下。

(一) 請說明第二測回的起始正鏡讀數為何要設定 $90^\circ 00' 00''$ 。(5 分)

(二) 請計算水平角 $\angle G_{21}G_{01}G_{66}$ 兩測回的平均值。(5 分)

(三) 請計算點位 G_{66} 的高程值。(5 分)

(四) 請以表格內的數據為例，說明何謂指標差 (Index Error)。(5 分)

(五) 請說明經緯儀結構上有那四條主軸，並說明何謂視準軸誤差 (Collimation Error)。(5 分)

測站 A	觀點 B	水平角讀數			水平角			天頂距讀數			斜距 SD 水平距 HD 高程 VD			測站高 H_A 高程差 ΔH 觀點高 H_B				
		°	'	''	°	'	''	°	'	''	m			m				
G ₀₁	G ₂₁	正鏡	00	00	00				正鏡	94	00	02	SD	104	83	H_A	21	20
		倒鏡	179	59	59				倒鏡	266	00	14	HD	104	57	ΔH		
		平均							平均				VD			H_B		
1.42	1.52	平均																

G ₆₆	正鏡	87	35	57				正鏡	82	36	34	SD	54	61	H _A	21	20
	倒鏡	267	36	14				倒鏡	277	23	30	HD	54	16	ΔH		
	平均							平均				VD			H _B		
G ₀₁	正鏡	90	00	00				正鏡	94	00	07	SD			H _A		
	倒鏡	270	00	12				倒鏡	266	00	07	HD			ΔH		
	平均							平均				VD			H _B		
G ₆₆	正鏡	177	36	29				正鏡	82	36	15	SD			H _A		
	倒鏡	357	36	10				倒鏡	277	23	35	HD			ΔH		
	平均							平均				VD			H _B		

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：水平角，方向組法，天頂距，指標差，經緯儀四主軸，視準軸誤差。
重點提要：先進行角度計算，熟記公式。

【命中特區】

書名：土木 測量學

作者：賴明

章節出處：第四章 角度測量 之 第 2 節 角度觀測

【擬答】

(一)第二測回的起始正鏡讀數要設定 $90^{\circ}00'00''$ 之說明

1. 每測回原方向之起始正鏡讀數應變換 $180^{\circ}/n$ ， n 為測回數。

二測回， $n=2$ 時，第二測回的起始正鏡讀數變換為 $180^{\circ}/2 = 90^{\circ}00'00''$

2. 變換每測回原方向之起始正鏡讀數之目的在減少度盤刻劃不均勻的誤差。

(二)計算水平角 $\angle G_{21}G_{01}G_{66}$ 兩測回的平均值

1. 第一測回

(1) $G_{01}G_{21}$ 方向線正倒鏡平均值 $= (0^{\circ}00'00'' + 179^{\circ}59'59'' - 180^{\circ})/2 = -0^{\circ}00'0.5''$

(2) $G_{01}G_{66}$ 方向線正倒鏡平均值 $= (87^{\circ}35'57'' + 267^{\circ}36'14'' - 180^{\circ})/2 = 87^{\circ}36'5.5''$

(3) 水平角 $\angle G_{21}G_{01}G_{66} = 87^{\circ}36'5.5'' - (-0^{\circ}00'0.5'') = 87^{\circ}36'06''$

2. 第二測回

(1) $G_{01}G_{21}$ 方向線正倒鏡平均值 $= (90^{\circ}00'00'' + 270^{\circ}00'12'' - 180^{\circ})/2 = 90^{\circ}00'06''$

(2) $G_{01}G_{66}$ 方向線正倒鏡平均值 $= (177^{\circ}36'29'' + 357^{\circ}36'10'' - 180^{\circ})/2 = 177^{\circ}36'19.5''$

(3) 水平角 $\angle G_{21}G_{01}G_{66} = 177^{\circ}36'19.5'' - 90^{\circ}00'06'' = 87^{\circ}36'13.5''$

3. 水平角 $\angle G_{21}G_{01}G_{66}$ 兩測回的平均值 $= (87^{\circ}36'06'' + 87^{\circ}36'13.5'')/2 = 87^{\circ}36'9.8''$

(三)計算點位 G_{66} 的高程值

已知： G_{01} 的高程值 $= 21.20$ m，斜距 $S = 54.61$ m，

1. 第一測回計算的 G_{66} 高程值

天頂距 $Z_1 = (82^{\circ}36'34'' + 360^{\circ} - 277^{\circ}23'30'')/2 = 82^{\circ}36'32''$

高差 $V_1 = S \cdot \cos Z_1 = 54.61 \times \cos 82^{\circ}36'32'' = 7.025$ m

儀器高 $i_1 = 1.42$ m，稜鏡高 $t_1 = 1.50$ m

G_{66} 高程值 $= 21.20 + 7.025 + 1.42 - 1.50 = 28.145$ m

2. 第二測回計算的 G_{66} 高程值

天頂距 $Z_2 = (82^{\circ}36'15'' + 360^{\circ} - 277^{\circ}23'35'')/2 = 82^{\circ}36'20''$

高差 $V_2 = S \cdot \cos Z_2 = 54.61 \times \cos 82^{\circ}36'20'' = 7.028$ m

儀器高 $i_2 = 1.45$ m，稜鏡高 $t_2 = 1.55$ m

G_{66} 高程值 $= 21.20 + 7.028 + 1.45 - 1.55 = 28.128$ m

3. 二測回的平均值

G_{66} 高程平均值 $= (28.145 + 28.128)/2 = 28.137$ m

(四)以表格內的數據為例，說明何謂指標差

1. 定義：指標差 i 係指經緯儀望遠鏡水平時，其垂直角讀數不為 0° 之誤差，或其天頂距讀數

公職王歷屆試題 (110 地方特考)

不為 90° 之誤差。

2. 計算：如果正鏡觀測之天頂距讀數 Z_1 ，倒鏡觀測 i 之天頂距讀數 Z_2 ，且 $Z_1+Z_2=360^\circ$ ，則不存在指標差。如 $Z_1+Z_2\neq 360^\circ$ ，則存在指標差。

3. 以表格內的數據為例

(1) 照準目標 G_{66} 時：指標差 i

$$i_1 = (82^\circ 36' 34'' + 277^\circ 23' 30'' - 360^\circ) / 2 = 2''$$

$$i_2 = (82^\circ 36' 15'' + 277^\circ 23' 35'' - 360^\circ) / 2 = -5''$$

(2) 照準目標 G_{21} 時：指標差 i

$$i_3 = (94^\circ 00' 02'' + 266^\circ 00' 14'' - 360^\circ) / 2 = 8''$$

$$i_4 = (94^\circ 00' 07'' + 266^\circ 00' 07'' - 360^\circ) / 2 = 7''$$

四次天頂距讀數所計算的指標差均不相同，顯示存在指標差。

(五) 經緯儀結構上有四條主軸及視準軸誤差之說明

1. 經緯儀結構上有四條主軸

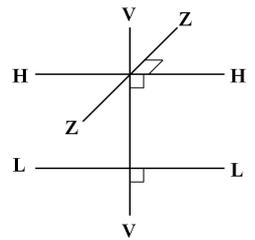
緯儀四個主軸：視準軸 ZZ 、橫軸 HH (水平軸)、水準軸 LL 與直立軸 VV (垂直軸)。

(1) 視準軸：經緯儀望遠鏡物鏡中心與十字絲中心的連線。

(2) 橫軸 (水平軸)：經緯儀望遠鏡上仰下俯或正倒鏡旋轉之中心線。

(3) 水準軸：為切於經緯儀望遠鏡盤面水準管刻劃中點之切線。

(4) 直立軸 (垂直軸)：經緯儀望遠鏡上盤之旋轉中心線，施測時須與垂線 (重力線) 相符合。



2. 經緯儀視準軸誤差

(1) 定義：視準軸誤差：視準軸不垂直於橫軸。

(2) 校正方法：雙倒鏡法 (二次縱轉法)。

(3) 消除或減少誤差的方法：正倒鏡觀測取平均值。