

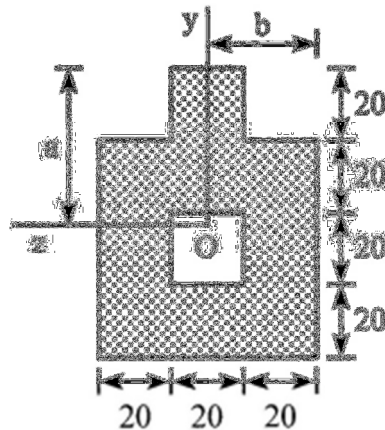
110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：四等考試

類 科：土木工程

科 目：靜力學概要與材料力學概要

- 一、有一內含開孔之梁斷面尺寸如下圖所示，試求 a 及 b 之長度使得斷面形心位於 O (坐標原點) 之位置。進而求此斷面對 y 軸及 z 軸之慣性矩 I_y 及 I_z 。(25 分)



長度單位:公分

【解題關鍵】

- 《考題難易》 中等: ★★★☆☆
- 《破題關鍵》
 - (1)利用對稱性的關係，可以減少計算量。
 - (2)可利用繞底邊或是繞形心軸來計算 I 值。
- 《命中特區》正課班靜力學講義 P5 - 20

【擬答】

(一)計算 a 之距離

$$a = \frac{A_1 Y_1 + A_2 Y_2}{A_1 + A_2} = \frac{400(10) + 3200(50)}{400 + 3200} = 45.556(\text{cm})$$

(二)計算 b 之距離

$$b = \frac{A_1 X_1 + A_2 X_2}{A_1 + A_2} = \frac{400(30) + 3200(30)}{400 + 3200} = 30(\text{cm})$$

亦可利用對稱性的關係看出 $b = 30(\text{cm})$

(三)利用繞形心軸來計算 I_y

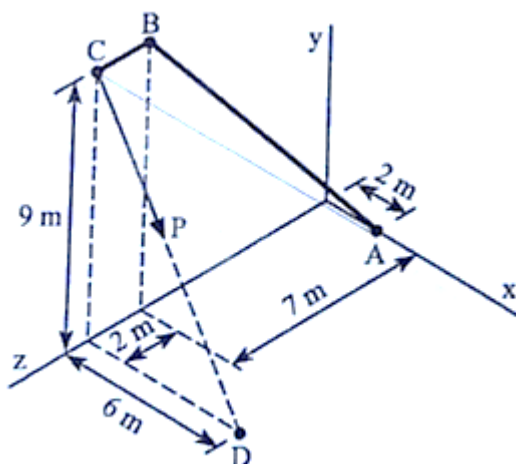
$$I_y = \frac{1}{12}(60)(60)^3 = 1080000(\text{cm}^4)$$

(四)利用繞底邊來計算 I_z

$$I_z = \frac{1}{3}[40 \times (25.556)^3 + 20 \times (45.556)^3 - 20 \times (5.556)^3 + 60 \times (34.444)^3 - 20 \times (14.444)^3] = 1648888.89(\text{cm}^4)$$

公職王歷屆試題 (110 地方特考)

二、有一桿件 ABC，A 為固定端，C 為自由端，C 點受到一集中力 P 如下圖所示。試求 P 力對 A 點之彎矩及 P 力對 AB 軸之彎矩。如 P 力對 AB 軸彎矩之絕對值不能超過 500N·m，則 P 之最大值為何?(25 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》 中等偏難: ★★★★★☆
2. 《破題關鍵》
 - (1) 這種非平面的力量系統，用向量解比較不會錯。
 - (2) 一力量對一軸之彎矩，可利用純量三重積的方式。
3. 《命中特區》正課班靜力學講義 P2-15~P2-19

【擬答】

(一) 標出各座標，以及位置向量

$$A(2, 0, 0)$$

$$B(0, 9, 7)$$

$$C(0, 9, 9)$$

$$D(6, 0, 9)$$

$$\vec{r}_{AB} = (0 - 2, 9 - 0, 7 - 0) = -2i + 9j + 7k$$

$$\vec{r}_{BC} = (0 - 0, 9 - 9, 9 - 7) = 2k$$

$$\vec{r}_{CD} = (6 - 0, 0 - 9, 9 - 9) = 6i - 9j$$

$$\vec{r}_{AC} = (0 - 2, 9 - 0, 9 - 0) = -2i + 9j + 9k$$

(二) 以向量表示 P 之力

$$\vec{P}_{CD} = P \times \frac{\vec{r}_{CD}}{|CD|} = P \times \frac{6i - 9j}{\sqrt{6^2 + (-9)^2}} = \frac{6P}{\sqrt{117}}i - \frac{9P}{\sqrt{117}}j$$

(三) 對 A 取力矩

$$\vec{M}_A = \vec{r}_{AC} \times \vec{P}_{CD} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 9 & 9 \\ \frac{6P}{\sqrt{117}} & -\frac{9P}{\sqrt{117}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{81P}{\sqrt{117}}i + \frac{54P}{\sqrt{117}}j - \frac{36P}{\sqrt{117}}k$$

$$= 7.488Pi + 4.992Pj - 3.328Pk$$

彎矩 $M_x = 7.488P(N \cdot m)$ (正 x 軸方向)

彎矩 $M_z = 3.328P(N \cdot m)$ (負 z 軸方向)

扭矩 $M_y = 4.992P(N \cdot m)$ (正 y 軸方向)

公職王歷屆試題 (110 地方特考)

(四)求AB之單位向量

$$\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{|\vec{r}_{AB}|} = \frac{-2i + 9j + 7k}{\sqrt{(-2)^2 + 9^2 + 7^2}} = \frac{-2i + 9j + 7k}{\sqrt{134}}$$

(五)利用三重積求解P對AB軸之彎矩

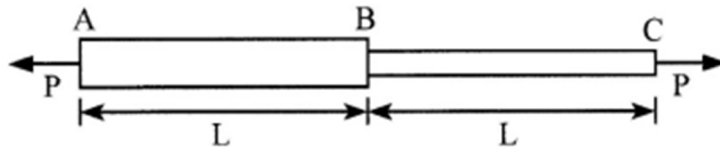
$$\vec{M}_{AB} = \vec{u}_{AB} \cdot \vec{r}_{BC} \times \vec{P}_{CD} = \begin{vmatrix} \frac{-2i}{\sqrt{134}} & \frac{9j}{\sqrt{134}} & \frac{7k}{\sqrt{134}} \\ 0 & 0 & 2 \\ \frac{6P}{\sqrt{117}} & -\frac{9P}{\sqrt{117}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{72P}{\sqrt{15678}} = 0.575P(N - m)$$

(六)令彎矩值 = 500(N - m)

$$0.575P = 500$$

$$P = 869.565(N)$$

三、有一軸向桿件 ABC 受集中力 P 如下圖所示，AB 段及 BC 段皆為正方形斷面且 AB 段之斷面積為 9cm^2 ，BC 段之斷面積為 4cm^2 。桿件 ABC 為同一材料所組成，材料之楊氏係數 $E=200\text{GPa}$ 。如 $L=1\text{m}$ ，BC 段之軸向應變為 1×10^{-5} ，試求 BC 段之伸長量、集中力 P 之值、BC 段之軸向應力、AB 段之軸向應力及 AB 段之伸長量。(25 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》

(a) 軸向載重桿件的變形公式的計算。

(b) ab 及 bc 段的軸力皆為 P 值。

(c) 由 bc 段的應變計算其伸長量後，再計算該段的應力，再由應力計算軸力 P。

【擬答】

BC 段之伸長量

$$\delta_{bc} = \epsilon_{bc} L_{bc} = 1 \times 10^{-5} \times 1000 = 0.01 \text{ mm}$$

BC 段之軸向應力

$$\sigma_{bc} = E \epsilon_{bc} = 200 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-5} = 2 \text{ MPa}$$

集中力 P 之值

$$P = \sigma_{bc} \times A_{bc} = 2 \times 4 \times 10^2 = 800 \text{ N}$$

AB 段之軸向應力

$$\sigma_{ab} = \frac{P}{A_{ab}} = \frac{800}{9 \times 10^2} = 0.89 \text{ MPa}$$

AB 段之伸長量

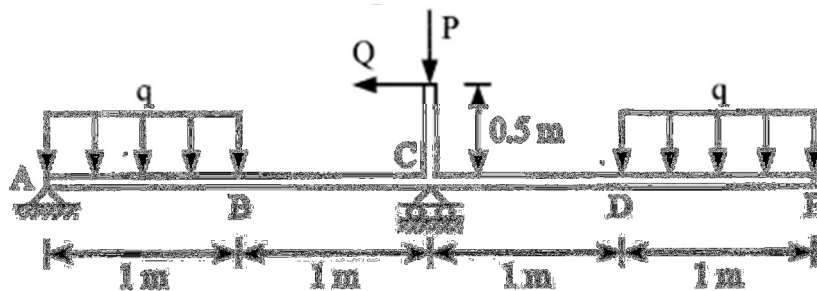
$$\delta_{ab} = \frac{P L_{ab}}{A_{ab} E} = \frac{800 \times 1000}{9 \times 10^2 \times 200 \times 10^3} = 0.0044 \text{ mm}$$

答：(a) BC 段之伸長量 $\delta_{bc} = 0.01 \text{ mm}$

公職王歷屆試題 (110 地方特考)

- (b) 集中力 P 之值 $P = 800 \text{ N}$
- (c) BC 段之軸向應力 $\sigma_{bc} = 2 \text{ MPa}$
- (d) AB 段之軸向應力 $\sigma_{ab} = 0.89 \text{ MPa}$
- (e) AB 段之伸長量 $\delta_{ab} = 0.0044 \text{ mm}$

四、有一 ABCDE 梁如下圖所示，A 點為鉸支撐，C 點為滾支撐。設集中載重 $P=100\text{N}$ 、 $Q=200\text{N}$ ，均佈載重 $q=100\text{N/m}$ 。是求梁 A 點及 C 點之反力及反力作用方向，並繪製此梁之剪力圖及彎矩圖。(25 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》
 - a. 繪製 ABCDE 梁的剪力圖與彎矩圖時必須將 P 、 Q 兩力移至 C 點，並加上等值外力。
 - b. 外力偶對彎矩圖的影響是外力偶順時彎矩為加值。

【擬答】

(一) 梁 A 點及 C 點之反力及反力作用方向

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 200 \text{ N}(\rightarrow)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow C_y \times 2 - \frac{1}{2} \times 100 \times 1^2 + 200 \times 0.5 - 100 \times 2 - 100 \times 1 \times 3.5 = 0$$

$$\Rightarrow C_y = 250 \text{ N}(\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 100 \times 1 - 100 - 100 \times 1 + C_y = 0 \Rightarrow A_y = 50 \text{ N}(\uparrow)$$

(二) 梁之剪力圖及彎矩圖

