

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：電力工程、電子工程

科 目：工程數學

吳迪老師

甲、申論題部分：(50 分)

一、限定使用反矩陣法求解下列線性方程組。(10 分)

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

1. 《考題難易》★

2. 《破題關鍵》：利用反矩陣解聯立方程組，基本題。

【擬答】

$$\text{令 } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{12} \begin{bmatrix} -5 & 1 & -3 \\ 8 & -4 & 0 \\ 1 & -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{12} & -\frac{1}{12} & \frac{3}{12} \\ -\frac{8}{12} & \frac{4}{12} & 0 \\ -\frac{1}{12} & \frac{5}{12} & -\frac{3}{12} \end{bmatrix}$$

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{12} & -\frac{1}{12} & \frac{3}{12} \\ -\frac{8}{12} & \frac{4}{12} & 0 \\ -\frac{1}{12} & \frac{5}{12} & -\frac{3}{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{12} \\ 0 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

二、已知函數 $f(z) = \frac{-3z+5}{z(z^2-3z+2)}$ ，求圍線積分 $\oint_c f(z)dz$ ，其中 c 為 $|z| = \frac{3}{2}$ 之圓且路徑為逆時針方向。(10 分)

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》：利用留數定理解圍線積分。

【擬答】

$$f(z) = \frac{-3z+5}{z(z^2-3z+2)}$$

$\Rightarrow z=0, 1, 2$ 為單極點

且 $z=0, 1$ 在 C 中

$$\leftarrow \text{Res}_{z=0} \{f(z)\} = \lim_{z \rightarrow 0} z \frac{-3z+5}{z(z^2-3z+2)} = \frac{5}{2}$$

$$\leftarrow \text{Res}_{z=1} \{f(z)\} = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{-3z+5}{z(z^2-3z+2)} = -2$$

$$\Rightarrow \oint_c f(z)dz = 2\pi i \left(\frac{5}{2} - 2 \right) = \pi i$$

志光 學儒 保成

工科公職+國營

善用重疊考科，一次準備
一年內超過 8 次上榜機會！

初等考 1月 ● 最容易上手的公職考試	關務特考 4月 ● 考科少於同職等考試	鐵路特考 6月 <small>(110年因疫情延至9月)</small> ● 佐級錄取率最高	高普考 7月 <small>(110年因疫情延至10月)</small> ● 主流考試，缺額眾多	調查局特考 8月 <small>(110年因疫情延至10月)</small> ● 三等月薪76,000起
地方特考 12月 ● 考科同高普考	自來水評價人員 不定期舉辦 ● 只考選擇題	台電考試 不定期舉辦 ● 考科少、好準備	中油僱員 不定期舉辦 ● 只考2科，多為選擇題	國營事業職員級 不定期舉辦 ● 國營退休潮，缺額多，工科類科競爭者少

錄取率高

109年
工科錄取率
最高達 **19.42%**

電力工程	電子工程	機械工程	資訊工程
高考 19.42%	高考 9.04%	高考 18.27%	高考 12.92%
普考 17.33%	普考 9.39%	普考 13.70%	普考 10.47%

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

三、假設函數 $f(x)=x+\pi$ ，且 $-\pi < x < \pi$ (週期為 2π)，試求傅立葉 (Fourier) 級數展開式並以此結果驗證下列等式成立。(15 分)

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》：利用傅立葉級數求無窮級數的展開式。

【擬答】

$$f(x) = x + \pi, -\pi < x < \pi$$

$$\text{週期 } 2p = 2\pi \Rightarrow p = \pi$$

$$\Rightarrow f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n \cos \frac{n\pi}{p} x + b_n \sin \frac{n\pi}{p} x \right\}$$

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{ a_n \cos nx + b_n \sin nx \}$$

$$(\rightarrow) a_0 = \frac{1}{2p} \int_{-p}^p f(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (x + \pi) dx = \pi$$

$$(\rightarrow) a_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \cos nx dx$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (x + \pi) \cos nx dx = 0$$

$$(\rightarrow) b_n = \frac{1}{p} \int_{-p}^p f(x) \sin nx dx$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (x + \pi) \sin nx dx$$

$$= -\frac{2}{n} \cos n\pi = \frac{2(-1)^{n+1}}{n}$$

$$\therefore f(x) = \pi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n} \sin nx$$

$$\text{令 } x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}\pi = \pi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n} \sin \frac{n\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin \frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

四、某工廠使用 A、B、C 三台機器製造產品，假設每台機器各自製造出 25%、35%、30% 的產品，而這三台機器製造出的產品瑕疵率分別為 5%、3%、4%。若取出一個產品經檢驗為瑕疵品，請問使用 A、B、C 三台機器製造此一瑕疵品的機率各是多少？(15 分)

- 1. 《考題難易》★
- 2. 《破題關鍵》：貝氏機率，基本題。

【擬答】

設 E 為瑕疵品

$$P(E) = P(A) \times P(E | A) + P(B) \times P(E | B) + P(C) \times P(E | C) \\ = 0.25 \times 0.05 + 0.35 \times 0.03 + 0.3 \times 0.04 = 0.035$$

$$(\rightarrow) P(A | E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{0.25 \times 0.05}{0.035} = 0.3571$$

$$(\rightarrow) P(B | E) = \frac{P(B \cap E)}{P(E)} = \frac{0.35 \times 0.03}{0.035} = 0.3000$$

$$(\rightarrow) P(C | E) = \frac{P(C \cap E)}{P(E)} = \frac{0.3 \times 0.04}{0.035} = 0.3429$$

全方位輔考服務系統 提供所有你想得到、想不到的服務，志光學儒保成的專業及用心，親身體驗過就知道！

- 手機APP系統**：最新考情、開課消息、預約補課、試題……等，所有消息、優質服務隨時都在你手中。
- 能力指標檢測系統**：線上測驗同時做診斷，各章節強弱以數據清楚呈現，還有專人針對你的弱點進行分析，排除問題點。
- 線上模擬考平時測驗**：彙整所有重要試題，在家也能定期檢測學習成效，讓你即時修正學習方向。
- 考前重點下載**：完整精要重點，考前你需要知道的，線上點選就能輕鬆下載。
- 歷屆試題、解題典藏**：線上提供完整各類工科考古題以及解題題庫，勤練考古題，累積解題實力，高分考取不是夢。
- 國考加分學習資訊網**：提供專業文章分析、解題趨勢動態……等，你所需要的資訊即時更新彙整。
- 數位/在家補課系統**：不必舟車勞頓，在最熟悉的環境補課，輕鬆自在，讓你學習不間斷。
- 名師申論批改**：寫申請不再只是練寫字，名師親自批改，真正提升你的申論能力。
- 時事專題講座**：最新修法、時事即時彙整，掌握考試趨勢，學習事半功倍。
- 筆記借閱**：放心上課吧！不用擔心漏記筆記！提供重點科目筆記借閱服務，讓你有效複習上課內容。
- 落點分析**：由上標各科成績，分析設定個人得分值，掌握自身應考能力。
- WIFI教室/自修教室**：提供舒適的自主學習空間，可在此自助線上補課。

完整說明 立即加入

YouTube 公職王影音頻道

考題剖析、考前重點等加值內容線上看

你必須收藏的優質線上服務

- 線上模擬測驗
- 歷屆試題下載
- 各科準備要領
- 國考申論加分

乙、測驗題部分：(50 分)

- (A) 1. 若多項式 $P_1(x)=x^2-2x+1$ ， $P_2(x)=2x^2+ax-1$ ， $P_3(x)=x^2+x+b$ 所拓展 (span) 的子空間維度為 3，則 (a, b) 為何？

(A) $(2, \frac{1}{2})$ (B) $(-1, -2)$ (C) $(1, -\frac{4}{5})$ (D) $(0, -\frac{5}{4})$

- (C) 2.

某向量經過線性轉換 (linear transformation) $T = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$ 之後，長度被放大 r 倍，逆

時針旋轉角度 θ 。 r 和 θ 分別為何？

(A) $r = \sqrt{3}, \theta = 60^\circ$ (B) $r = 1, \theta = -30^\circ$
 (C) $r = 2, \theta = 60^\circ$ (D) $r = 2, \theta = -30^\circ$

- (D) 3.

矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $\det(A^5)$ 為何？

(A) 32 (B) 0 (C) 16 (D) 32

- (A) 4.

矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，下列何者為其特徵向量 (eigenvector)？

(A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

- (B) 5. 令 $z = x + iy$ ， i 為單位虛數，則 $e^{\bar{z}^2}$ 的虛部為何？

(A) $e^{x^2-y^2}\sin(2xy)$ (B) $-e^{x^2-y^2}\sin(2xy)$ (C) $-e^{x^2-y^2}\cos(2xy)$ (D) $e^{x^2-y^2}\cos(2xy)$

- (D) 6.

矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ a & 0 & 2 \\ 1 & 3 & b \end{bmatrix}$ ，其特徵多項式 (characteristic polynomial) 為 $\lambda^3 + c\lambda^2 + 3\lambda - 2$ 。則

$4a + b + c$ 為何？

(A) -16 (B) -7 (C) -2.5 (D) -2

- (B) 7.

微分方程式 $y' + \cos(x)y = 1$ ，初始值 $y(\pi) = A$ 。若 $y(x)$ 的級數解為 $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - \pi)^n$ ，則 a_3 為何？

(A) 1 (B) $\frac{1}{6}$ (C) A (D) $\frac{1+A}{2}$

- (D) 8. 函數 $f(x) = e^{-2x}$ ， $-1 \leq x \leq 1$ ，其傅立葉級數 (Fourier series) 在 $x = -1$ 時收斂於 A ，在 $x = 0$ 時收斂於 B ，在 $x = 1$ 時收斂於 C 。則 $A + B + C$ 為何？

(A) $e^2 - e^{-2} + 1$ (B) $\frac{e^2 - e^{-2}}{2} + 1$ (C) $\frac{e^2 - e^{-2}}{2}$ (D) $e^2 + e^{-2} + 1$

- (C) 9. 考慮定義於頂點為 $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(2, 2)$ 的三角形的連續隨機變數 X 和 Y ，其機率密度函數 (probability density function) 為均勻分配 (uniform distribution)。

機率 $P_r(X \leq 2, Y \leq 1)$ 為何？

- (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{4}{5}$

(B) 10. 連續隨機變數 X 和 Y 的結合機率密度函數 (joint probability density function) 為 $f_{xy}(x,y) =$

$$\begin{cases} A(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

，則 $0 \leq y \leq 3$ 區間內的邊際 (marginal) 機率密度函數

$f_Y(y)$ 為何？

- (A) $\frac{1}{12}(1+2y)$ (B) $\frac{1}{15}(2+2y)$ (C) $\frac{2}{21}(2+y)$ (D) $\frac{2}{39}(2+3y)$

(B) 11.

矩陣 $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 8 \\ -1 & -3 & -2 & -5 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 的秩 (rank) 為何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(C) 12. 下列何者構成空間 R^3 的基底？

- (A) $[1, 2, 0]$ 和 $[0, 1, -1]$ (B) $[1, 1, -1]$, $[2, 3, 4]$, $[4, 1, -1]$ 和 $[0, 1, -1]$
 (C) $[1, 2, 2]$, $[-1, 2, 1]$ 和 $[0, 8, 0]$ (D) $[1, 2, 2]$, $[-1, 2, 1]$ 和 $[0, 8, 6]$

(B) 13. 已知一個 3×3 矩陣 B 的特徵值 (eigenvalues) 為 $0, 1, 2$ ，請問這些已知資訊尚不足以決定下列那個值？

- (A) B 的秩 (rank) (B) $B^T B$ 的特徵值
 (C) $B^T B$ 的行列式值 (D) $(B+I)^{-1}$ 的特徵值

(B) 14. 有一投影矩陣 $P = A(A^T A)^{-1} A^T$ ，其中 A 為 $m \times n$ 矩陣，其秩為 n 。請問下列何者錯誤？

- (A) $P^T = P$ (B) $P^{-1} = P$ (C) $P^2 = P$ (D) $P^{123} = P$

(A) 15. 下列何者是級數 $\sum_{n=0}^{\infty} 16^n (z+i)^{4n}$ 的收斂區域？

- (A) $|z+i| < \frac{1}{2}$ (B) $|z+i| < 1$ (C) $|z+i| < 2$ (D) $|z+i| < 4$

(C) 16. 微分方程式 $y'' + 3y' + 2y = f(t)$ ，初始值 $y(0) = y'(0) = 0$ 。若 $y(t)$ 的拉式轉換 (Laplace transform) 為 $Y(s) = \frac{1}{(s^2 + 3s + 2)(s-2)^2}$ ，則 $f(t)$ 為何？

(A) te^{-2t} (B) $t^2 e^{-2t}$ (C) te^{2t} (D) $t^2 e^{2t}$

(A) 17. 積分方程式 $y(t) + \int_0^t (t-\tau)y(\tau)d\tau = 1$ 的解為何？

- (A) $y(t) = \cos t$ (B) $y(t) = \sin t$
 (C) $y(t) = \cos t + \sin t$ (D) $y(t) = e^t$

(D) 18. 欲以積分因子 (integrating factor) 求解微分方程式 $-ydx + xdy = 0$ ，請問下列何者不為合適的積分因子，因其無法將方程式化為正合 (exact) 形式？

- (A) $1/x^2$ (B) $1/xy$ (C) $1/(x^2+y^2)$ (D) xy

(D) 19. 一副撲克牌 52 張牌中包含 4 種花色 (黑桃、方塊、紅心、梅花)，每種花色 13 張牌。每抽一張牌後即將所抽的牌放回去洗牌重抽，請問這樣抽三次牌其中包含至少兩張黑桃的機率有多少？

- (A) $5/16$ (B) $27/64$ (C) $9/64$ (D) $5/32$

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

(A) 20. 假設一輛公車到達一個車站的時間為均勻分布於區間 (t_1, t_2) ，而其平均值為 14:00，標準差為 $\sqrt{12}$ 分鐘。請問 (t_1, t_2) 的區間為何？

- (A)(13:54,14:06) (B)(13:53,14:07) (C)(13:52,14:08) (D)(13:51,14:09)



公職 / 國營 工科 上榜大勝利

眾多連續上榜，再創工科巔峰！

李○庭 109年鐵路員級機械工程【全國探花】 109年高普考機械工程 109年普考機械工程 連過三榜	楊○中 109年鐵路特考電子工程【全國榜眼】 109年普考電子工程	楊○琳 109年高普考資訊處理 109年普考資訊處理	林○璇 109年普考電力工程 109年鐵路特考電力工程
陳○鼎 109年鐵路特考電子工程【全國榜眼】 109年高普考電子工程	蔡○全 109年鐵路特考機械工程【全國第四】 109年普考機械工程	彭○琳 109年高普考資訊處理 109年普考資訊處理	黃○穎 109年普考電力工程 109年鐵路特考電力工程
陳○鼎 109年鐵路特考電子工程【全國榜眼】 109年高普考電子工程	張○珪 109年普考電力工程【全國第五】 109年高普考電力工程	李○ 109年普考資訊處理 109年鐵路特考資訊處理	魏○宏 109年普考電子工程 109年鐵路特考電子工程
吳○弘 109年普考電子工程 109年地特四等電子工程【新北市狀元】	許○新 109年高普考電子工程 108年地特三等【台北市狀元】	常○瑞 109年普考機械工程 109年鐵路四等機械工程	曾○翔 109年國營聯招台電電機 110年初等考電子工程

109年單一年度 締造眾多優秀上榜

地特三等機械工程【高雄市狀元】陳○榮 地特三等資訊處理【澎湖縣探花】沙○豪	地特四等資訊處理【台北市狀元】曾○皓 地特四等電子工程【高雄市狀元】蔡○諤	地特四等電力工程【桃園市狀元】鄭○駿 國營聯招中油電機【探花】張○瑞	普考電子工程【全國榜眼】洪○鈞
---	---	--	------------------------



跟著我們一起在志光學儒保成 找到屬於工科人的工頂人生



選對好老師，中年轉職好順利！

我選進公司裁員，覺得公職夠穩定，決定踏上國考之路。隔了20幾年重拾書本，選擇好的補習班讓我事半功倍。熱力學老師跟流體力學老師，我非常推崇，只要跟著老師講的記下來、寫下來，這樣就夠了。

1年考取 古○芳 109年高普考機械工程



專業名師指導，提升解題順暢度！

本以為適合圖簿，但發現穩定的生活才是我想要的。老師的教材都有明確分析與統整，再加上會由老師出申論題讓考生做練習，增加寫題目的敏銳度及順暢度。考前還有總複習課程，精準預測範圍、統整考前重點。


全國探花 李○庭 109年鐵路員級機械工程

為你設計的學習模式，讓你靈活學習、輕鬆準備！



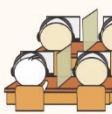
面授學習
直接，有效

- ▲ 面對面教學，現場解決疑惑
- ▲ 專業名師統整、分析考試重點
- ▲ 定期測驗，隨時檢視學習效果



雲端函授
自主，彈性

- ▲ 不再煩惱通勤，教材直接送到家
- ▲ 反覆聽課，不怕觀念聽不懂
- ▲ 完全自由，自主安排學習進度



視訊學習
便利，專注

- ▲ 安靜舒適上課環境，提高專注力
- ▲ 看課時間自由預約，不必擔心時間衝突
- ▲ 可暫停、倒轉或快轉，深度學習超簡單