

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

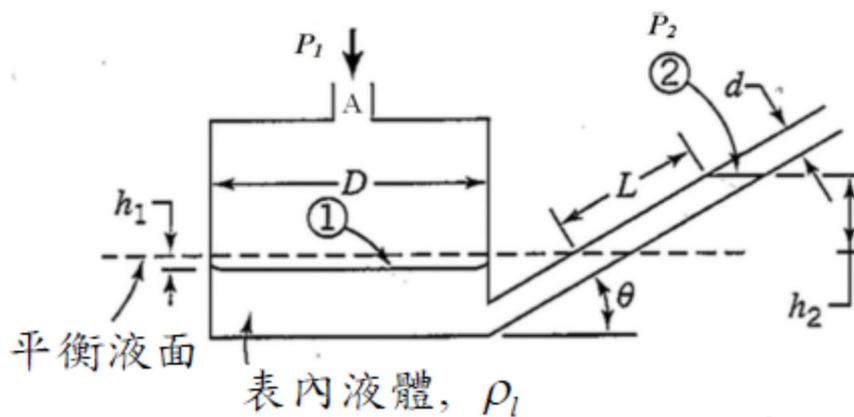
等 別：三等考試

類 科：機械工程

科 目：流體力學

李函老師解題

- 一、傾斜管式壓力表如下圖所示， $D=76\text{ mm}$ 、 $d=8\text{ mm}$ ，圓形槽中之液體密度 $\rho_l=827\text{ kg/m}^3$ 。待測壓力 P_1 接於槽之上方開口 A 處，由於空氣密度相較於槽中液體密度甚小， P_1 可視為點①之液面壓力，點②之壓力 P_2 則為大氣壓力，請問：
- (一) 推導 $\Delta p = P_1 - P_2$ 之通式，並以 ρ_l 、 g 、 L 、 θ 、 d 、 D 等參數表示。(10 分)
- (二) 求出傾斜管角度 θ ，當 $P_1 - P_2 = 25\text{ mm}$ 水柱高的壓力下，恰好會使液體沿斜管產生 $L = 15\text{ cm}$ 。(註：水之密度為 1000 kg/m^3) (10 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》壓力計管之應用
3. 《使用法條》or《使用學說》流體靜力學

【擬答】

(一)

$$P_1 - P_2 = \Delta P = \rho_l g (h_1 + h_2), \text{ 其中 } \begin{cases} \nabla_1 = \nabla_2 \Rightarrow \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) h_1 = \left(\frac{\pi d^2}{4}\right) L \Rightarrow h_1 = L \left(\frac{d}{D}\right)^2 \\ h_2 = L \sin \theta \end{cases}$$

$$\therefore \Delta P = P_1 - P_2 = \rho_l g L \left[\left(\frac{d}{D}\right)^2 + \sin \theta \right]$$

(二)

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho_l g L \left[\left(\frac{d}{D}\right)^2 + \sin \theta \right], \text{ 其中 } \Delta P = \rho g h = 245 (\text{Pa})$$

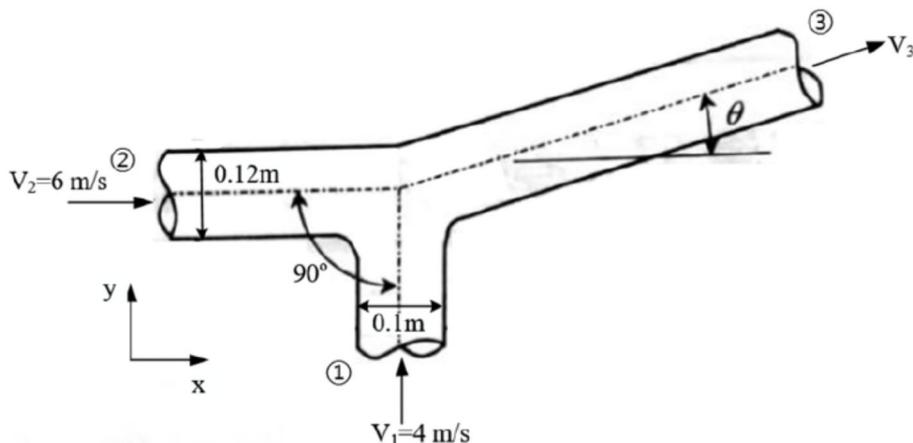
$$\therefore \sin \theta = 0.1903 \Rightarrow \theta = 11^\circ$$

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

二、有一裝置可將兩股水流混合形成均勻射流，如下圖所示，入口①處之管徑為 0.1 m、流體速度為 4 m/s；入口②處之管徑為 0.12 m、流體速度為 6 m/s，假設作用在裝置上之外力合為 0，即 $\Sigma F_x=0$ 、 $\Sigma F_y=0$ ，試求解下列問題：

(一) 圖中傾斜角度 θ 。(10 分)

(二) 射流出口處③之流體速度。(10 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》線性動量方程式之應用
3. 《使用法條》or 《使用學說》控制體積之積分形式

【擬答】

x 方向動量方程式：

$$\Sigma F_x = \dot{m}(V_{out,x} - V_{in,x}) \Rightarrow 0 = \dot{m}(V \cos \theta - V_2) \Rightarrow \rho A V^2 \cos \theta = \rho A_2 V_2^2 \dots (1)$$

y 方向動量方程式：

$$\Sigma F_y = \dot{m}(V_{out,y} - V_{in,y}) \Rightarrow 0 = \dot{m}(V \sin \theta - V_1) \Rightarrow \rho A V^2 \sin \theta = \rho A_1 V_1^2 \dots (2)$$

$$\text{質量守恆：} \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \Rightarrow \rho A_1 V_1 + \rho A_2 V_2 = \rho A V \dots (3)$$

$$\text{(一) 由(1)(2)兩式可得 } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{A_1 V_1^2}{A_2 V_2^2} \Rightarrow \tan \theta = \frac{d_1^2 V_1^2}{d_2^2 V_2^2} \Rightarrow \theta = 17.2^\circ$$

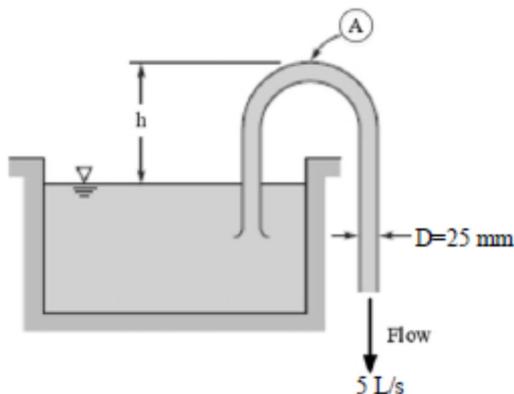
$$\text{(二) 由(2)(3)兩式可得 } V = \frac{\rho A_1 V_1^2}{\sin \theta (\rho A_1 V_1 + \rho A_2 V_2)} = \frac{d_1^2 V_1^2}{\sin \theta (d_1^2 V_1 + d_2^2 V_2)} = 4.28 (m/s)$$

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

三、虹吸 (siphon) 是一種流體力學現象，可以不借助泵而抽吸液體。有一製程利用虹吸管抽取製備槽中的水 ($\rho_l=1000 \text{ kg/m}^3$)，如下圖所示，水以 5 L/s 的體積流率流出管徑為 25 mm 之虹吸管出口，假設流動為無摩擦，大氣壓力 $P_{atm}=101 \text{ kPa}$ ，請問：

(一) 虹吸管出口處之水流速 (m/s)？(10 分)

(二) 已知槽中水體之溫度為 21°C ，對應的飽和壓力為 2.358 kPa ，為了防止閃發 (flash) 現象在虹吸管中產生，試求點 A 處到製備槽水面高度 h 的最大容許值？(10 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》柏努利方程式之應用
3. 《使用法條》or 《使用學說》流體動力學

【擬答】

$$(一) Q = AV = \frac{\pi D^2}{4} V \Rightarrow V = 10.2 (\text{m/s})$$

(二) 取自由液面上任一點 (0 點) 與 A 點之間的柏努利方程式，可得

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + z_0 = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z_2$$

其中 $P_0 = P_{atm} = 101 \text{ kPa}$ ， $P_A = P_v = 2.358 \text{ kPa}$ ， $V_0 = 0$ ， $z_2 - z_0 = h$

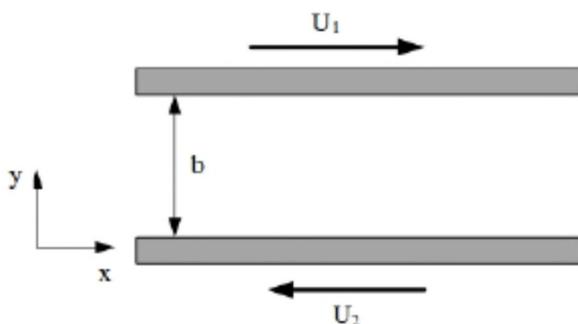
$$\therefore h = \frac{P_0 - P_A}{\rho_l g} + \frac{-V^2}{2g} = 4.75 (\text{m})$$

四、不可壓縮之黏性流體在無窮且水平放置之平板間，上平板以 U_1 的速度朝正 x 方向等速移動，下平板以 U_2 的速度朝負 x 方向等速移動，如下圖所示。假設流動為穩定 (steady)、完全發展 (fully developed)、不考慮重力影響，且沿流動方向之壓力梯度可忽略。

(一) 推導兩平板間之流體速度分布。(8 分)

(二) 單位深度之體積流率 (Q) 為何？(8 分)

(三) 當 U_1 與 U_2 之比值為何時，兩平板間之體積流率為零？(4 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》兩平行板間之穩定層流
3. 《使用法條》or《使用學說》不可壓縮之黏性內流場

【擬答】

$$\text{(一) 由那維爾-史托克斯方程式化簡可得 } \frac{d^2u}{dy^2} = 0$$

將上式積分兩次可得 $u(y) = C_1y + C_2$ ，其中由邊界條件可得

$$1. y = 0, u = -U_2, \text{ 故 } C_2 = -U_2$$

$$2. y = b, u = U_1, \text{ 故 } U_1 = C_1b - U_2 \Rightarrow C_1 = \frac{U_1 + U_2}{b}$$

$$\therefore u(y) = \left(\frac{U_1 + U_2}{b} \right) y - U_2$$

$$\text{(二) } q = \frac{Q}{w} = \int u(y) dy = \int_0^b \left[\left(\frac{U_1 + U_2}{b} \right) y - U_2 \right] dy = \frac{b(U_1 - U_2)}{2}。$$

$$\text{(三) } q = 0 = \frac{b(U_1 - U_2)}{2} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = 1。$$

五、有一截面為 $20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ 之光滑水平矩型風管，用以輸送流量為 $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ 之空氣 ($\nu = 1.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho = 1.23 \text{ kg}/\text{m}^3$)，若流體在管內流動之達西摩擦因子 f (Darcy friction factor) 可由下式估算，其中 Re 為雷諾數 (Reynolds number)、 D_h 為水力直徑 (hydraulic diameter)，請問：

$$\left[\text{層流} : f = \frac{64}{Re} ; \text{紊流} : f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} ; Re = \frac{VD_h}{\nu} \right]$$

(一) 矩型風管之水力直徑 (m) ? (5 分)

(二) 已知風管長度為 100 m ，則管內之壓力降為多少 Pa ? (15 分)

【解題關鍵】(藍字部分請老師填寫)

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》非圓形管流、圓管紊流
3. 《使用法條》or《使用學說》不可壓縮之黏性內流場

【擬答】

$$\text{(一) } D_h = 4R_h = 4 \frac{A}{P} = 0.133(\text{m})$$

$$\text{(二) } \Delta P = \rho g h_L = \rho g \left(f \frac{L}{D_h} \frac{V^2}{2g} \right) = f \frac{L}{D_h} \frac{\rho V^2}{2}$$

其中(1) $Q = AV \Rightarrow V = 5(\text{m}/\text{s})$

$$(2) Re = \frac{VD_h}{\nu} = 4.16 \times 10^4 > 4000 (\text{為紊流}), \text{ 故 } f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} = 0.022$$

$$\therefore \Delta P = 254.32(\text{Pa})$$