

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：四等考試
 類 科：機械工程
 科 目：機械力學概要

一、如圖 1 所示，請決定將該 100 kg 圓柱體抬升所需之最小水平力 P 。假設在接觸點 A 與 B 之靜摩擦係數分別為 $(\mu_s)_A = 0.6$ 與 $(\mu_s)_B = 0.2$ 。而在楔塊 (wedge) 與地板 C 間之靜摩擦係數為 $\mu_s = 0.3$ 。假設在此作用力之下，此圓柱在 A 點為滾動而 B 點為滑動。解題時請先畫出自由體圖，未畫者不予計分。(20 分)

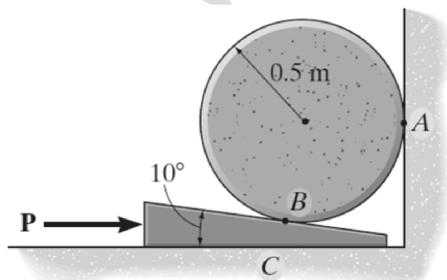


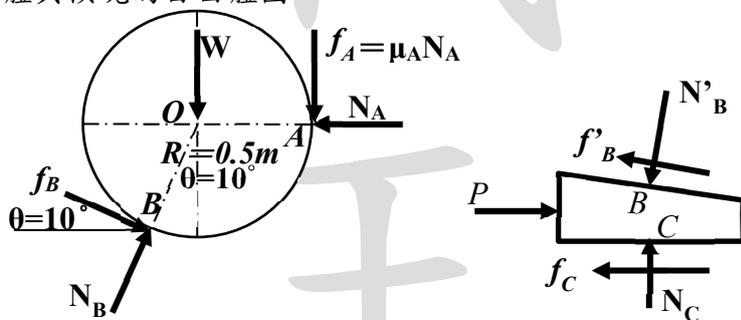
圖 1

【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★。
2. 《破題關鍵》：靜力學講義第四章摩擦，分別取圓柱體與楔塊的自由體圖，圓柱在 A 點為滾動，因為 B 點滑動摩擦力會使圓柱逆時針轉動，而使 f_A 向下，而 B 點為滑動，所以有滑動摩擦力，題目內沒提到楔塊的質量，所以可以將之省略不計重量。

【擬答】

(1)分別取圓柱體與楔塊的自由體圖



(2)取圓柱的自由體圖，假設圓柱恰好發生運動，令 $g = 9.8(m/sec^2)$ ：

$$\sum M_B = 0 + \curvearrowright \Rightarrow N_A \times R \cos \theta - f_A \times R(1 + \sin \theta) - W \times R \sin \theta = 0$$

$$N_A \times [\cos 10^\circ - 0.6 \times (1 + \sin 10^\circ)] = 100 \times 9.8 \sin 10^\circ$$

$$\therefore N_A = 606.43(N), f_A = \mu_A N_A = 0.6 \times 606.43 = 363.86(N)$$

$$\sum F_y = 0 + \uparrow \Rightarrow N_B \cos 10^\circ - W - f_A - f_B \sin 10^\circ = 0 \Rightarrow N_B (\cos 10^\circ - 0.2 \times \sin 10^\circ) = W + f_A$$

$$N_B = \frac{980 + 363.86}{0.95} = 1414.47(N), f_B = \mu_B N_B = 0.2 \times 1414.73 = 282.89(N)$$

(3)取楔塊的自由體圖：

$$\sum F_y = 0 (+\uparrow) \Rightarrow N_C + f'_B \sin 10^\circ - N'_B \cos 10^\circ$$

$$\therefore N_C = 1414.47 \cos 10^\circ - 282.89 \sin 10^\circ = 1343.86(N)$$

$$f_C = \mu_C N_C = 0.3 \times 1343.86 = 403.16(N)$$

$$\sum F_x = 0 \left(\begin{matrix} \rightarrow \\ + \end{matrix} \right) \Rightarrow P - f'_B \cos 10^\circ - N'_B \sin 10^\circ - f_c = 0$$

$$\therefore P = 282.86 \cos 10^\circ + 1414.73 + 403.16 = 927.39(N)$$

ANS：將該 100 kg 圓柱體抬升所需之最小水平力 $P = 927.39(N)$

二、如圖 2 所示，一方塊 B (質量 0.2 kg) 用一條繩子 (質量忽略不計) 與椎頂連接，該圓錐角度為 90° ，若方塊 B 以一個速度 0.5 m/s 沿此圓錐運動。請求出該繩子之張力及圓錐作用在方塊 B 上之作用力。解題時請先畫出自由體圖，未畫者不予計分。(20 分)

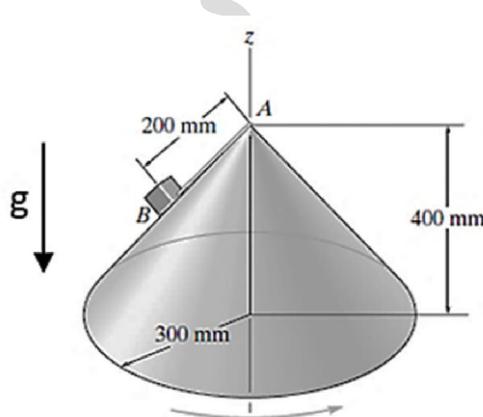


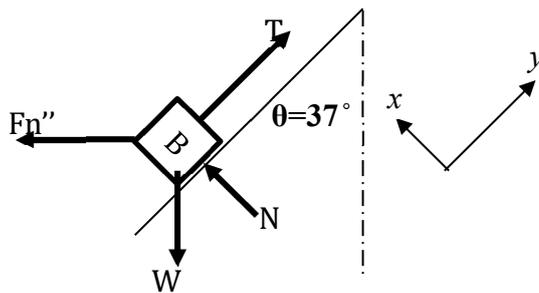
圖 2

【解題關鍵】

- 《考題難易》：★★。
- 《破題關鍵》：動力學講義第二章質點動力學之牛頓第二運動定律。取繩子之張力方向為 y 及圓錐作用在方塊 B 上之作用力為 x ，所以方塊 B 上有四個作用力，分別為繩子張力 T ，離心力 F_n' ，重力 W 及圓錐作用在方塊 B 上之作用力 N ，接續可以利用靜力平衡解題。

【擬答】

(1) 取方塊 B 的自由體圖



$$\theta = \tan^{-1} \frac{300\text{mm}}{400\text{mm}} = 37^\circ$$

(2) 離心力 F_n'' ，令 $g = 9.8(m/sec^2)$ ：

$$F_n'' = m \frac{V^2}{R} = 0.2(kg) \times \frac{(0.5 \text{ m/s})^2}{(0.2m) \sin 37^\circ} = 2.1(N)$$

(3) 該繩子之張力

$$\sum F_y = 0 (+\uparrow) \Rightarrow T = W \cos \theta + F_n'' \sin \theta = (0.2 \times 9.8) \cos 37^\circ + 2.1 \sin 37^\circ = 2.9(N)$$

(4) 圓錐作用在方塊 B 上之作用力

$$\sum F_x = 0 (+\uparrow) \Rightarrow N = W \sin \theta - F_n'' \cos \theta = (0.2 \times 9.8) \sin 37^\circ - 2.1 \cos 37^\circ = -0.5(N)$$

驗證表面反作用為 0 的最小線速度

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

$$N = 0 \Rightarrow Fn'' = W \tan 37^\circ \Rightarrow m \frac{V_1^2}{R} = mg \tan 37^\circ \Rightarrow V_1 = \sqrt{gR \tan 37^\circ}$$

$$V_1 = \sqrt{9.8 \times 0.2 \sin 37^\circ \tan 37^\circ} = 0.943(m/sec)$$

所以確認表面反作用為 0

ANS：該繩子之張力 $T = 2.9(N)$ 及圓錐作用在方塊 B 上之作用力 $N = 0(N)$

三、如圖 3 所示，一個 60 kg 的方板在角落 A 受到一垂直力 $P = 500 N$ 。如果初始此方板的姿態為 $\theta = 0^\circ$ ，且為靜止。請求出當 $\theta = 45^\circ$ 時此方板之角速度。假設重力方向為垂直向下，且不考慮運動時之摩擦力。(20 分)

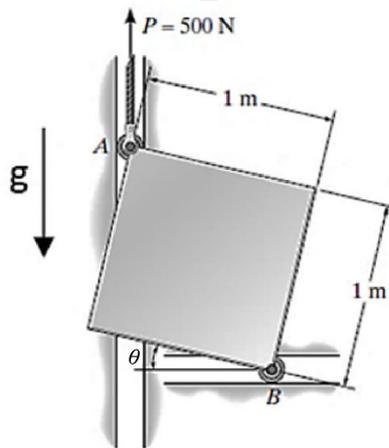


圖 3

【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★。

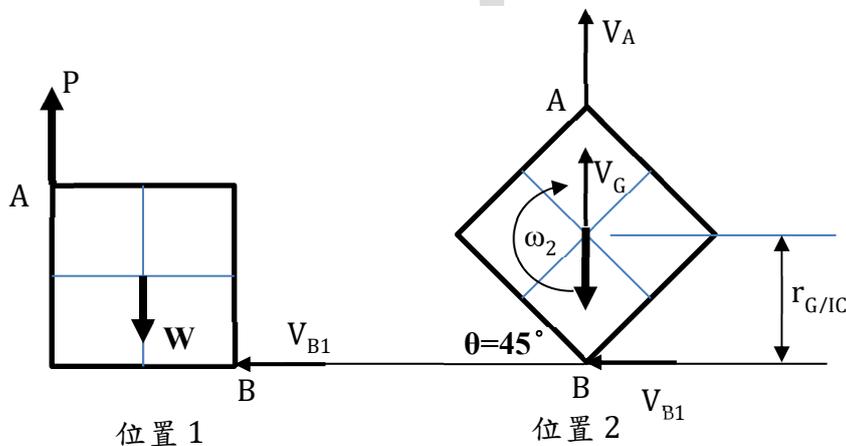
2. 《破題關鍵》：動力學講義第四章剛體動力學，這題可以利用力學守恆來計算。平板對質心慣性矩 I_G

$$I_G = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$$

根據力學能守恆 $Ek_1 + W_P = Ek_2 + U_{G1 \rightarrow 2}$

【擬答】

(1) 取方板的自由體圖



(2) 在位置 1 時，因為為靜止 ($V_{G1} = r\omega_1 = 0$)，所以動能 $Ek_1 = 0$

(3) 平板對質心慣性矩 I_G

$$I_G = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2) = \frac{1}{12} \times 60 \times (1^2 + 1^2) = 10(kg \cdot m^2)$$

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

(4) $\theta = 0^\circ$ 到 $\theta = 45^\circ$ 時，此方板質心高度的變化(h)

$$h = 0.5 \times (\sqrt{2} - 1) = 0.207(m)$$

(5) $\theta = 0^\circ$ 到 $\theta = 45^\circ$ 時，此方板 A 高度的變化(H)

$$h = 1 \times (\sqrt{2} - 1) = 0.414(m)$$

(6) 質心速度 V_{G2}

$$r_{G2} = r_{G/IC} \times \omega_2 = (0.5\sqrt{2}) \times \omega_2 = 0.707\omega_2$$

(7) 在位置 2 上，令角速度為 ω_2 ，質心速度 V_{G2} ，故此時動能

$$Ek_2 = \frac{1}{2}mV_{G2}^2 + \frac{1}{2}I_G\omega_2^2 = \frac{1}{2} \times 60 \times V_{G2}^2 + \frac{1}{2} \times 10 \times \omega_2^2 = 30V_{G2}^2 + 5\omega_2^2 = 20\omega_2^2$$

(8) 根據力學能守恆

$$Ek_1 + W_p = Ek_2 + Ug_{1 \rightarrow 2} \Rightarrow 0 + (500 \times 0.414) - (60 \times 9.8 \times 0.207) = 20\omega_2^2$$

$$\therefore \omega_2 = 2.06(\text{rad/sec})$$

ANS：當 $\theta = 45^\circ$ 時此方板之角速度 $\omega_2 = 2.06(\text{rad/sec})$ 。

四、如圖 4 所示，一根剛體槓桿 ABCD 與黃銅桿件 AE 以及鋁桿件 CF 相連結。AE 與 CF 之截面積均為 500 mm^2 。若 D 端受一垂直力 40 kN ，請解出 D 之位移。(20 分)

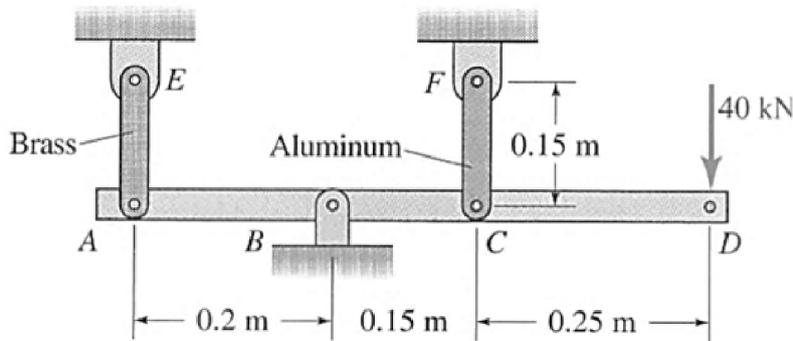


圖 4

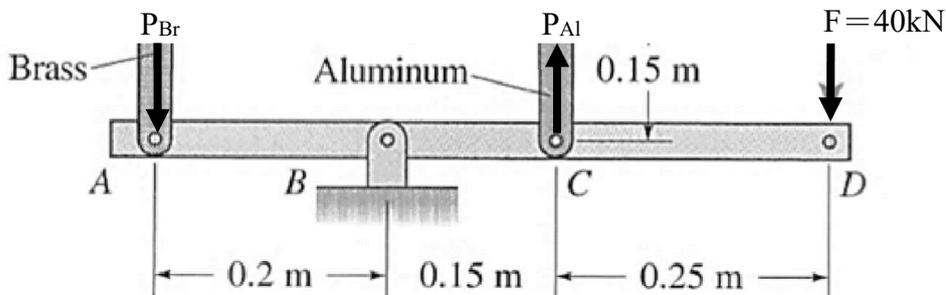
【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★。

2. 《破題關鍵》：材料力學第一章。因為槓桿 ABCD 是剛體，所以變形量為線性，利用靜力學的平衡觀念與材料力學的變形量方程式，可以求出鋁桿的受力與變形量，再利用三角形的觀念就可以得到 D 點的垂直變位，當然得忽略 D 點的水平變位。

【擬答】

(1) 取剛體槓桿 ABCD 的自由體圖

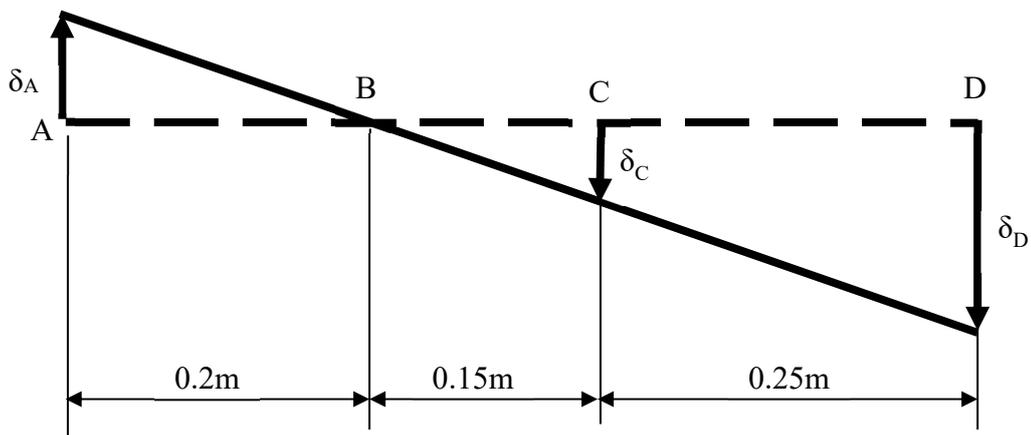


(2) 以 B 為力矩中心

$$\sum M_B = 0 + \circlearrowleft \Rightarrow P_{Al} \times 0.15 + P_{Br} \times 0.2 - F \times 0.4 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

(3) 因為槓桿 ABCD 是剛體，所以變形量為線性，黃銅桿件 AE 以及鋁桿件 CF 的長度 0.15 m 及截面積均為 500 mm^2 兩者均相同，假設黃銅與鋁的楊氏係數分別為 $E_{Br} =$

$108(GPa)$, $E_{Al} = 70(GPa)$ 。



$$\frac{\delta_A}{\delta_C} = \frac{0.2}{0.15} = \frac{4}{3} = \frac{\frac{P_{Br}L_{Br}}{A_{Br}E_{Br}}}{\frac{P_{Al}L_{Al}}{A_{Al}E_{Al}}} = \frac{P_{Br}}{P_{Al}} \times \frac{E_{Al}}{E_{Br}} \Rightarrow \frac{P_{Br}}{P_{Al}} = \frac{4}{3} \times \frac{108(GPa)}{70(GPa)} = \frac{72}{35}$$

$$\Rightarrow P_{Br} = \frac{72}{35} P_{Al} \dots \dots \dots (2)$$

將(2)帶入(1)可以得 $P_{Al} = 28.50(kN)$, $P_{Br} = 58.62(kN)$

(4) 計算 C 點的垂直之變形量

$$\delta_C = \frac{P_{Al}L_{Al}}{A_{Al}E_{Al}} = \frac{28.50 \times 10^3(N) \times 150(mm)}{500(mm^2) \times 70 \times 10^3(MPa)} = 0.122(mm)$$

(5) 計算 D 點的垂直變形量

$$\frac{\delta_D}{\delta_C} = \frac{0.4}{0.15} \therefore \delta_D = 0.122(mm) \times \frac{0.4}{0.15} = 0.325(mm)$$

ANS : D 之垂直位移 $\delta_D = 0.325(mm)$

五、如圖 5 所示，請決定作用在該鋁合金軸（剪力模數 $G=28 GPa$ ）之扭矩 T_A 、 T_B 及 T_C 。該軸目前為處在平衡狀態，且在 AB 段的最大剪應力為 $80 MPa$ ，其扭轉角為 $0.02 rad$ （方向為由 A 看入時為順時鐘方向）。（20 分）

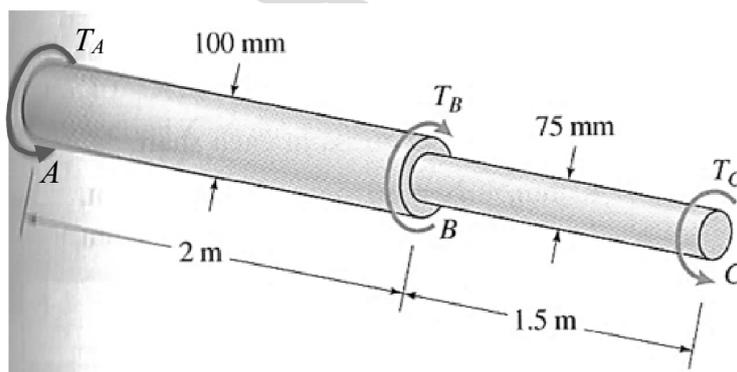


圖 5

【解題關鍵】

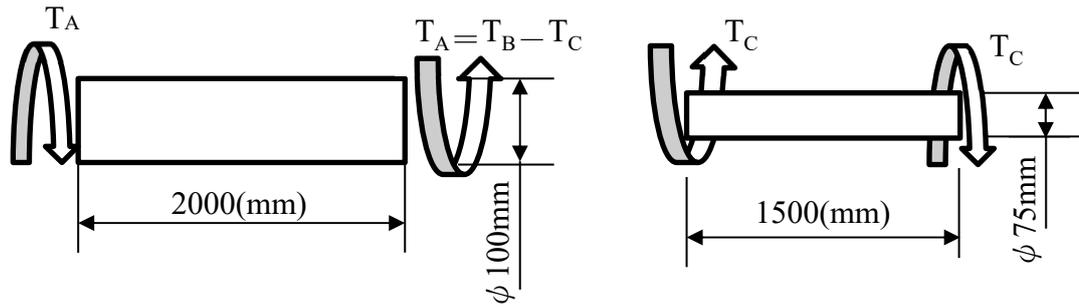
1. 《考題難易》：★★。

2. 《破題關鍵》：材料力學的第四章軸之強度與應力，取 AB 段的自由體圖，利用扭轉剪應力公式可以得到 T_A ，我們可以令總扭轉角為 $0.02 rad$ ，由 T_A 可以得到 AB 段的扭轉角，兩者相減可以得 BC 段的扭轉角，再由扭轉角公式可以得 T_C ，又 $T_A = T_B - T_C$ ，既可以得到 $\Rightarrow T_B = T_A + T_C$ 。

【擬答】

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

- (1) 已知在 AB 段的最大剪應力為 80 MPa，其扭轉角為 0.02 rad(方向為由 A 看入時為順時鐘方向)，取 AB 段及 CD 段的自由體圖



$$\tau = \frac{16T_A}{\pi d^3} \Rightarrow T_A = \frac{80 \left(\frac{N}{mm^2} \right) \times \pi \times (100mm)^3}{16} = 15,707,963(N \cdot mm) = 15.7(kN \cdot m)$$

$$\phi = \frac{T_{AB}L_{AB}}{GJ_{AB}} \Rightarrow \phi_{AB} = \frac{15,707,963(N \cdot mm) \times 2000(mm)}{28 \times 10^3 \left(\frac{N}{mm^2} \right) \times \frac{\pi \times (100mm)^4}{32}} = 0.114(rad)$$

- (2) 其總扭轉角為 0.02 rad，既

$$\phi = \phi_{AB} + \phi_{BC} \Rightarrow \phi_{BC} = 0.02 - 0.114 = -0.094(rad, \text{方向為由 A 看入時為逆時鐘方向})$$

$$\phi_{BC} = \frac{T_{BC}L_{BC}}{GJ_{BC}} \Rightarrow T_C = \frac{0.094(rad) \times 28 \times 10^3 \left(\frac{N}{mm^2} \right) \times \frac{\pi \times (70mm)^4}{32}}{1500(mm)}$$

$$\therefore T_{CD} = 5,450,541(N \cdot mm) = 5.5(kN \cdot m)$$

- (3) 由 AB 段的自由體圖可知：

$$T_A = T_B - T_C \Rightarrow T_B = 15,707,963(N \cdot mm) + 5,450,541(N \cdot mm)$$

$$\therefore T_B = 21,158,504(N \cdot mm) = 21.2(kN \cdot m)$$

$$\text{ANS : } T_A=15.7 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad T_B=21.2 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad T_C=5.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



志光學儒保成

工科公職+國營

善用重疊考科，一次準備
一年內超過 8 次上榜機會！

初等考 1月 ● 最容易上手的公職考試	關務特考 4月 ● 考科少於同職等考試	鐵路特考 6月 (110年因疫情延至9月) ● 佐級錄取率最高	高普考 7月 (110年因疫情延至10月) ● 主流考試，缺額眾多	調查局特考 8月 (110年因疫情延至10月) ● 三等月薪76,000起
地方特考 12月 ● 考科同高普考	自來水評價人員 不定期舉辦 ● 只考選擇題	台電考試 不定期舉辦 ● 考科少、好準備	中油僱員 不定期舉辦 ● 只考2科，多為選擇題	國營事業職員級 不定期舉辦 ● 國營退休潮，缺額多，工科類科競爭者少

錄取率高

109年
工科錄取率
最高達**19.42%**

電力工程	電子工程	機械工程	資訊工程
高考 19.42% 普考 17.33%	高考 9.04% 普考 9.39%	高考 18.27% 普考 13.70%	高考 12.92% 普考 10.47%



跟著我們一起在志光學儒保成 找到屬於工科人的工頂人生



選對好老師，中年轉職好順利！

我遭遇公司裁員，覺得公職夠穩定，決定踏上國考之路。隔了20幾年重拾書本，選擇好的補習班讓我事半功倍。熱力學老師跟流體力學老師，我非常推崇，只要照著老師講的記下來、寫下來，這樣就夠了。

1年考取 古○芳 109年高考機械工程



專業名師指導，提升解題順暢度！

本以為適合闖蕩，但發現穩定的生活才是我想要的。老師的教材都有明確分析與統整，再加上會由老師出申論題讓考生做練習，增加寫題目的敏感及順暢度。考前還有總複習課程，精準預測範圍、統整考前重點。

全國探花 李○庭 109年鐵路員級機械工程

為你設計的學習模式，讓你靈活學習、輕鬆準備！



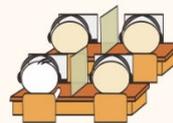
面授學習
直接，有效

- ▲ 面對面教學，現場解決疑惑
- ▲ 專業名師統整、分析考試重點
- ▲ 定期測驗，隨時檢視學習效果



雲端函授
自主，彈性

- ▲ 不再煩惱通勤，教材直接送到家
- ▲ 反覆聽課，不怕觀念聽不懂
- ▲ 完全自由，自主安排學習進度



視訊學習
便利，專注

- ▲ 安靜舒適上課環境，提高專注力
- ▲ 看課時間自由預約，不必擔心時間衝突
- ▲ 可暫停、倒轉或快轉，深度學習超簡單