

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：機械工程

科 目：機械設計

陳廣明老師解題

- 一、畸變能 (Distortion energy, DE) 及最大剪應力 (Maximum shear stress) 失效理論常用於分析延性材料承受靜態負荷下損壞的降伏理論，已知由 AISI1045 熱軋鋼加工製造的軸，其受到靜態負荷作用下結構臨界點的主應力狀態為 0 MPa、250 MPa 及 -50 MPa。請回答下列問題：
- (一) 在考慮安全因數下，請分別寫出畸變能及最大剪應力失效理論的設計公式，並說明相關參數的物理意義。(10 分)
- (二) 若已知軸的降伏強度 $S_y = 310$ MPa，試分別利用畸變能及最大剪應力失效理論，就上述主應力狀態估算該軸的安全因數？(15 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》本題為靜態負載破壞理論，為一般常見考題。

【擬答】

(一)

$$\sigma_1 = 250 \text{ MPa}, \sigma_2 = -50 \text{ MPa}, \sigma_3 = 0$$

主應力異號

$$\text{最大剪應力 } \tau_{max} = \frac{250 - (-50)}{2} = 150 \text{ MPa}$$

$$\text{剪降服強度 } \tau_{yp} = 0.5\sigma_{yp}$$

安全因數 FS

畸變能等值應力 S

$$\text{最大剪應力理論：} FS = \frac{\tau_{yp}}{\tau_{max}}$$

$$\text{畸變能理論 } S = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}, \quad FS = \frac{S_y}{S}$$

(二)

$$\text{最大剪應力理論 } FS = \frac{0.5 \times 310}{150} = 1.033$$

$$\text{畸變能理論：} S = \sqrt{250^2 + (-50)^2 - (250)(-50)} = 278.38 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{310}{278.38} = 1.114$$

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

二、已知直徑 $D = 25 \text{ mm}$ 的實心鋼軸，同時受到變動彎矩 M ($M_{\min} = 15 \text{ N-m}$ ， $M_{\max} = 125 \text{ N-m}$) 及變動扭矩 T ($T_{\min} = 10 \text{ N-m}$ ， $T_{\max} = 80 \text{ N-m}$) 的作用。已知該軸材料的抗拉強度 $S_u = 700 \text{ MPa}$ ，修正疲勞限 (modified endurance limit) $S_e = 210 \text{ MPa}$ 。請回答下列問題：

- (一) 計算作用在該軸的平均彎矩、交變彎矩、平均扭矩、交變扭矩，以及平均彎應力、交變彎應力、平均扭轉剪應力、交變扭轉剪應力。(15 分)
- (二) 利用畸變能 (DE) 失效理論結合修正古德曼 (Goodman) 疲勞失效準則，求該軸受到組合變動負載下防範疲勞損壞的安全因數。(提示：DE-Goodman 準則公式為 $\bar{\sigma}_a/S_e + \bar{\sigma}_m/S_u = 1/n$ ， $\bar{\sigma}_a$ 等效交變應力， $\bar{\sigma}_m$ 為等效中值 (或平均) 應力， n 為安全因數。)(10 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》本題為動態負載，配合靜態破壞理論考題，會照 shigley 或 spott 書本中解法會有不同。

【擬答】

(一) 平均彎矩 $= \frac{15+125}{2} = 70 \text{ N-m}$
交變彎矩 $= \frac{125-15}{2} = 55 \text{ N-m}$
平均扭矩 $= \frac{80+10}{2} = 45 \text{ N-m}$
交變扭矩 $= \frac{80-10}{2} = 35 \text{ N-m}$

(二)

$$\sigma_{ax} = \frac{M_{av}C}{I} = \frac{32M_{av}}{\pi d^3} = \frac{32 \times 70 \times 10^3}{\pi \times 25^3} = 45.63(\text{MPa})$$

$$\sigma_r = \frac{M_r C}{I} = \frac{32M_r}{\pi d^3} = \frac{32 \times 55 \times 10^3}{\pi \times 25^3} = 35.85(\text{MPa})$$

$$\tau_r = \frac{T_{av}r}{J} = \frac{16T_{av}}{\pi d^3} = \frac{16 \times 45 \times 10^3}{\pi \times 25^3} = 14.67(\text{MPa})$$

$$\tau_r = \frac{T_r \times r}{J} = \frac{16T_r}{\pi d^3} = \frac{16 \times 35 \times 10^3}{\pi \times 25^3} = 11.41(\text{MPa})$$

依 shigley 書本中解法

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_{ax}^2 + 3\tau_{ax}^2} = \sqrt{45.63^2 + 3 \times 14.67^2} = \sqrt{2727.7} = 52.22$$

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_r^2 + 3\tau_r^2} = \sqrt{35.85^2 + 3 \times 11.41^2} = \sqrt{1675.78} = 40.93$$

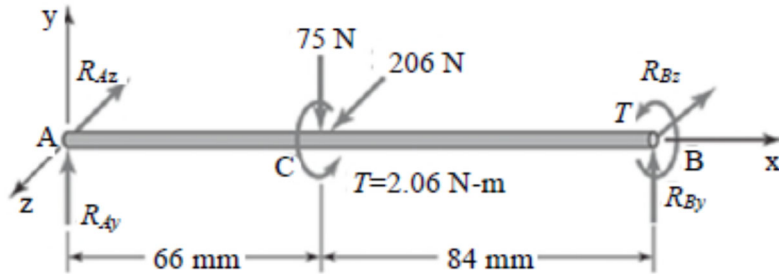
由 DE-Goodman 理論

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = \frac{1}{n}$$
$$\frac{52.22}{210} + \frac{40.93}{700} = \frac{1}{n}$$
$$n = 3.26\#$$

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

三、如圖所示為一齒輪箱輸入軸的負載自由體圖。A 和 B 的位置分別安裝 02 系列深槽滾珠軸承 (deep-groove ball bearing) 來支撐該輸入軸，其支撐方式類似簡支樑。請回答下列問題：

- (一) 根據該自由體圖，計算作用在軸支撐 A 及 B 處的支撐力 R_{Ay} 、 R_{Az} 、 R_{By} 及 R_{Bz} 。(10 分)
- (二) 已知該軸的直徑為 12 mm，操作轉速 1725 rpm。假設忽略推力方向的負載，軸承受到穩定負載作用且為內環旋轉。若輸入軸左端 A 處軸承的基本動態額定負載 $C = 6.89 \text{ kN}$ ，求該軸承預期的額定壽命 L_{10} 應為多少小時？(15 分)



【解題關鍵】

- 《考題難易》★★★
- 《破題關鍵》本題為靜力學解支持處受力，再配合軸承壽命計算，解軸承壽命，因為給三維負載，故建議以向量方式解題。

【擬答】

運用向量解題

$$C_y = -75\vec{j}, C_z = 206\vec{k}, T_c = 2.06\vec{i}, T_B = -2.06\vec{i}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$(66 + 84)\vec{i} \times (R_{Ay}\vec{j} - R_{Az}\vec{k}) + 84\vec{i} \times (-75\vec{j} + 206\vec{k}) = 0$$

$$150R_{Ay}\vec{k} + 150R_{Az}\vec{j} - 6300\vec{k} - 17304\vec{j} = 0$$

各方向平衡

$$k \text{ 方向: } 150R_{Ay} - 6300 = 0, R_{Ay} = 42(\text{N}) \text{ 方向如圖向上}$$

$$j \text{ 方向: } 150R_{Az} - 17304 = 0, R_{Az} = 115.36 \text{ 方向如圖向負 } z \text{ 軸}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_{Ay} - 75 + R_{By} = 0, 42 - 75 + R_{By} = 0, R_{By} = 33(\text{N}), \text{ 方向如圖向正 } y \text{ 軸}$$

$$\sum F_z = 0$$

$$-R_{Az} + 206 - R_{Bz} = 0, -115.36 + 206 - R_{Bz} = 0, R_{Bz} = 90.64(\text{N}) \text{ 方向如圖向負 } z \text{ 軸}$$

$$\sum F_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{42^2 + (-115.36)^2} = 122.77(\text{N})$$

$$10^6 \times C^3 = (1725 \times 60 \times L_{10}) \times 122.77^3, C = 6.89 \text{ kN} = 6890(\text{N})$$

$$10^6 \times (6890)^3 = (1725 \times 60 \times 2_{10}) \times 122.77^3$$

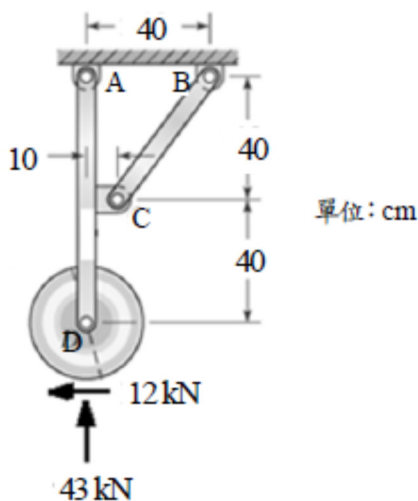
$$3.27 \times 10^{17} = (103500 \times L_{10}) \times 122.77^3$$

$$1.76 \times 10^{11} = 103500 \times L_{10}$$

$$L_{10} = 1,707,814(\text{小時})$$

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

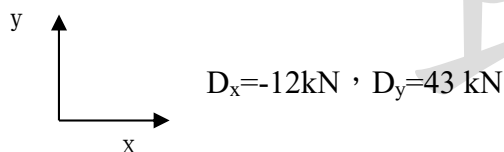
四、如圖所示的飛機起落架結構，其輪胎受到 43 kN 垂直力及 12 kN 水平力的作用。若已知 A 和 B 處銷的最大允許剪應力 $\tau_{all} = 97 \text{ MPa}$ ，且銷可承受雙剪應力，試求 A 和 B 處銷避免剪力失效的直徑分別為何？(25 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》本題著重在靜力學解受力，再配合剪應力解螺桿直徑，因注重 BC 桿為二力桿件，才可正確解答。

【擬答】



取整體為自由體圖

$$\sum M_A = 0$$

$$-12 \times 80 + R_{By} \times 40 = 0, R_{By} = 24 \text{ (kN) 向上}$$

$$\sum F_y = 0 \quad R_{Ay} + 43 + 24 = 0, R_{Ay} = -67 \text{ (kN) 向下}$$

BC 桿為二力桿件，合力 R 沿 BC 桿方向

$$R \times \frac{4}{5} = R_{Ay} = 24, \therefore R = 30 \text{ (kN)}$$

$$R_{Bx} = R \times \frac{3}{5} = 30 \times \frac{3}{5} = 18 \text{ (kN) 向右}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$-12 + R_{Ax} + R_{Bx} = 0, -12 + R_{Ax} + 18 = 0, R_{Ax} = -6 \text{ kN (向左)}$$

$$\text{在 A 處 } F_A = \sqrt{(-67)^2 + (-6)^2} = 67.27 \text{ (kN)}$$

$$\text{雙剪, } \tau_{all} = \frac{F}{2 \times A_A}, 97 = \frac{67.27 \times 10^3}{2 \times \frac{\pi}{4} \times d^2}$$

$$d^2 = 441.49, d = 21.01 \text{ (mm)}$$

$$\text{在 B 處 } F_B = \sqrt{18^2 + (-6)^2} = 18.97 \text{ (kN)}$$

$$\text{雙剪 } \tau_{all} = \frac{F_B}{2 \times A_B}, 97 = \frac{18.97 \times 10^3}{2 \times \frac{\pi}{4} \times d_B^2}$$

$$d^2 = 124.5, d = 11.15 \text{ (mm)}$$