

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

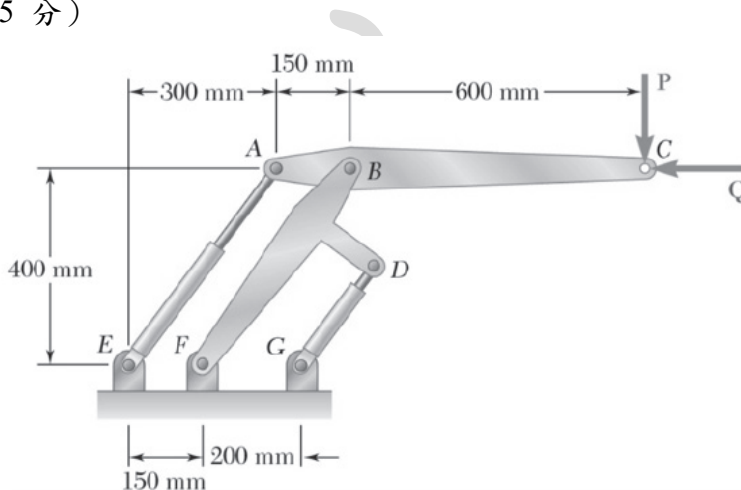
等 別：三等考試

類 科：機械工程

科 目：工程力學（包括靜力學、動力學與材料力學）

簡立強老師/李桀老師/力升老師解題

一、如圖一所示，兩液壓缸（Hydraulic Cylinder）AE 和 DG 用來控制機械人手臂 ABC 的位置。如圖一所示的位置 AE 和 DG 是平行的，當 $P = 160\text{ N}$ 和 $Q = 80\text{ N}$ 時，決定各液壓缸所施加的力。（25 分）



圖一

【解題關鍵】

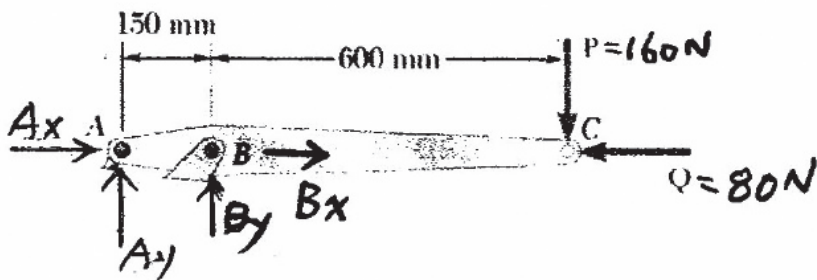
1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》

- AE 及 DG 桿為二力桿，BF 桿非二力桿，因此有四個未知反力。
- 拆解 ABC 及 FBDG 自由體利用靜力平衡條件求解

【擬答】

由 ABC 自由體的靜力平衡



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + B_x = 80 \dots (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y = 160 \dots (2)$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow A_y \times 150 = 160 \times 600 \Rightarrow A_y = 640\text{ N}(\uparrow)$$

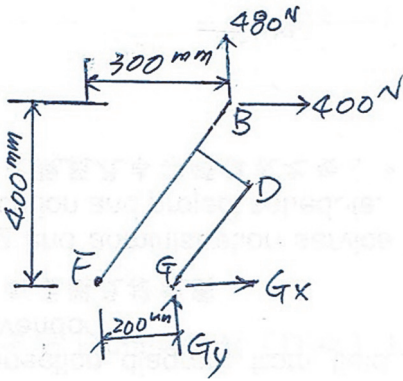
$$\frac{A_x}{A_y} = \frac{3}{4} \Rightarrow A_x = \frac{3}{4} \times A_y = \frac{3}{4} \times 640 = 480\text{ N}(\rightarrow)$$

$$\text{AE 液壓缸受力：} N_{AE} = \sqrt{480^2 + 640^2} = 800\text{ N}$$

$$\text{由(1)式：} 480 + B_x = 80 \Rightarrow B_x = -400\text{ N} = 400\text{ N}(\leftarrow)$$

$$\text{由(2)式：} 640 + B_y = 160 \Rightarrow B_y = -480\text{ N} = 480\text{ N}(\downarrow)$$

由 FBDG 自由體的靜力平衡



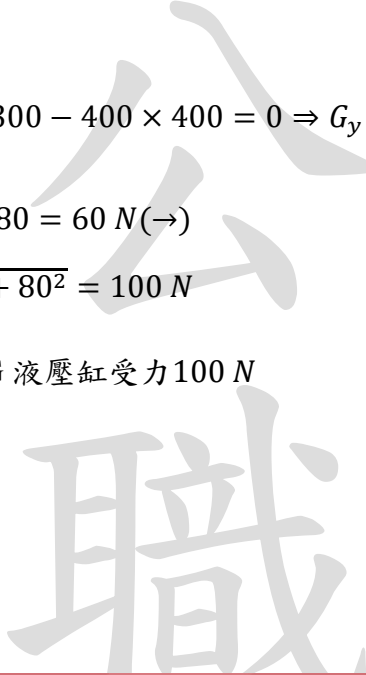
$$\sum M_F = 0 \Rightarrow G_y \times 200 + 480 \times 300 - 400 \times 400 = 0 \Rightarrow G_y = 80 \text{ N}(\uparrow)$$

AE 和 DG 是平行

$$\therefore \frac{G_x}{G_y} = \frac{3}{4} \Rightarrow G_x = \frac{3}{4} \times G_y = \frac{3}{4} \times 80 = 60 \text{ N}(\rightarrow)$$

$$DG \text{ 液壓缸受力: } N_{DG} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ N}$$

答：AE 液壓缸受力 800 N；DG 液壓缸受力 100 N



志光學儒保成

公職/國營工科上榜大勝利

眾多連續上榜，再創工科巔峰!

李○庭 109年鐵路員級機械工程【全國探花】 109年普考機械工程 連過三榜 109年普考機械工程	梅○中 109年鐵路特考電子工程【全國榜眼】 109年普考電子工程	柯○智 109年普考資訊處理 109年普考資訊處理	林○珠 109年普考電力工程 109年鐵路特考電力工程	鄧○威 109年普考機械工程 109年鐵路特考機械工程
陳○鳳 109年鐵路特考電子工程【全國榜眼】 109年普考電子工程	藍○全 109年鐵路特考機械工程【全國第四】 109年普考機械工程	彭○琳 109年普考資訊處理 109年普考資訊處理	黃○穎 109年普考電力工程 109年鐵路特考電力工程	盧○芳 109年普考機械工程 109年普考機械工程
吳○泓 109年普考電子工程 109年地特四等電子工程【新北市狀元】	張○鈺 109年普考電力工程【全國第五】 109年普考電力工程	李○○ 109年普考資訊處理 109年鐵路特考資訊處理	蘇○宏 109年普考電子工程 109年鐵路特考電子工程	曾○錦 109年普考電力工程 109年普考電力工程
許○諭 109年普考電子工程 108年地特三等【台北市狀元】	常○倫 109年普考機械工程 109年國營聯招台電電機 110年初等考電子工程	曾○彬 109年普考資訊處理 109年鐵路特考資訊處理	薛○民 109年普考電子工程 108年普考電子工程	

激賞 109年單一年度 締造眾多優秀上榜

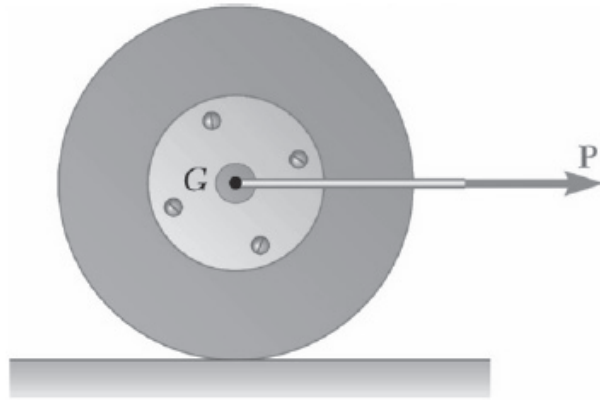
地特三等機械工程【高雄市狀元】陳○榮 地特三等資訊處理【澎湖縣探花】沙○豪	地特四等資訊處理【台北市狀元】曾○皓 地特四等電子工程【高雄市狀元】蔡○諺	地特四等電力工程【桃園市狀元】鄧○駿 國營聯招中油電機【探花】張○瑞	普考電子工程【全國榜眼】洪○銓
--	--	---------------------------------------	-----------------

(圖表有誤，請一一核對)

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

二、如圖二所示，一半徑 60mm 的鼓(Drum) 依附在一半徑 120mm 的盤 (Disk) 上。盤和鼓的總質量為 6kg 且兩者組合的旋轉半徑 (Radius of Gyration) 為 90mm。一繩索以一力 $P = 20\text{ N}$ 施加於 G 點。已知盤是旋轉但不滑行 (Rolls without Sliding)，決定：

- (一) 盤的角加速度和 G 點的加速度。(10 分)
- (二) 相配此運動所需最小靜摩擦係數值。(15 分)

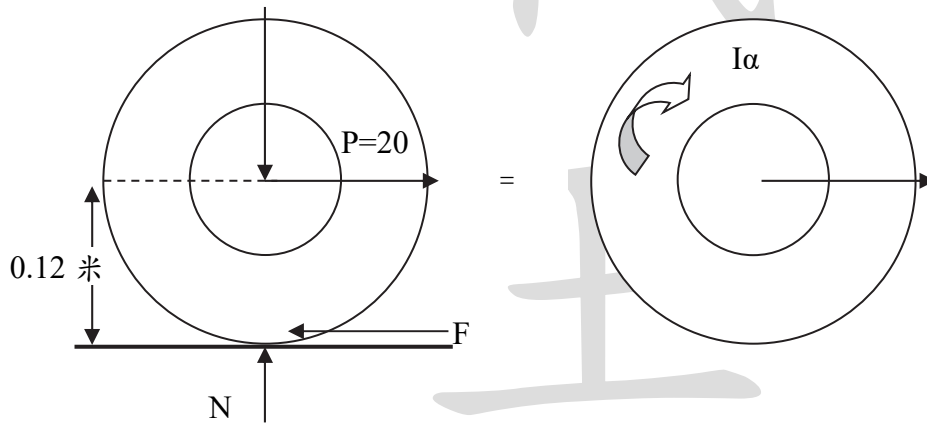


圖二

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》
 - (1) $\Sigma M = I\alpha$
 - (2) $a = r\alpha$
 - (3) 牛頓定律： $\Sigma F = ma$

【擬答】



$$a = r\alpha = (0.12)\alpha$$

$$I = mk^2 = 6 \times (0.09)^2 = 48.6 \times 10^{-3}$$

(一)

$$\Sigma M_C = \Sigma (M_C)_{eff}$$

$$\rightarrow P \times r = (ma)r + I\alpha$$

$$\rightarrow \text{代入數字} \rightarrow 20 \times 0.12 = 6 \times (0.12)^2 \times \alpha + 48.6 \times 10^{-3}$$

$$\rightarrow \alpha = 17.78 \text{ (rad/s}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{答案}$$

$$\rightarrow a = r\alpha = 0.12 \times 17.78 = 2.133 \text{ (m/s}^2\text{)} \dots\dots\dots \text{答案}$$

(二)

1. x 方向力分析：

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

$$P - F = ma \text{ (其中 } F = \mu N \text{)}$$

$$\rightarrow 20 - F = ma$$

$$20 - F = 6 \times 2.13$$

$$\rightarrow F = 7.2$$

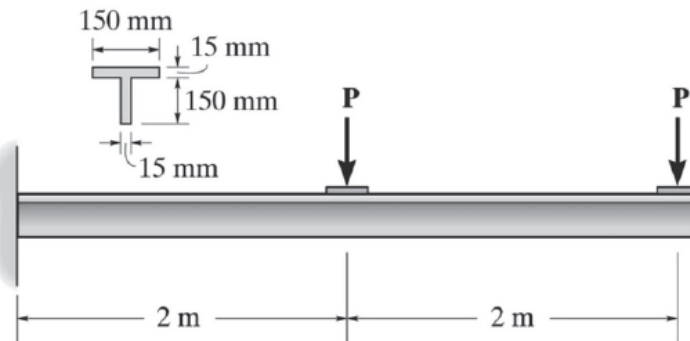
2. y 方向力分析： $N = mg = 6 \times 9.81 = 58.86$ (牛頓)

$$\therefore \mu = \frac{F}{N} = \frac{7.2}{6 \times 9.81} = \frac{7.2}{58.86} = 0.122$$

三、圖三所示之懸臂梁的斷面係由兩片各為 150mm × 15mm 的鋼板所焊接而成。若可容許彎曲應力為 170MPa 及可容許剪切應力為 95MPa，

(一) 畫出梁之剪力圖及彎矩圖。(5 分)

(二) 決定梁可安全承載的最大 P 值。(20 分)



圖三

【解題關鍵】

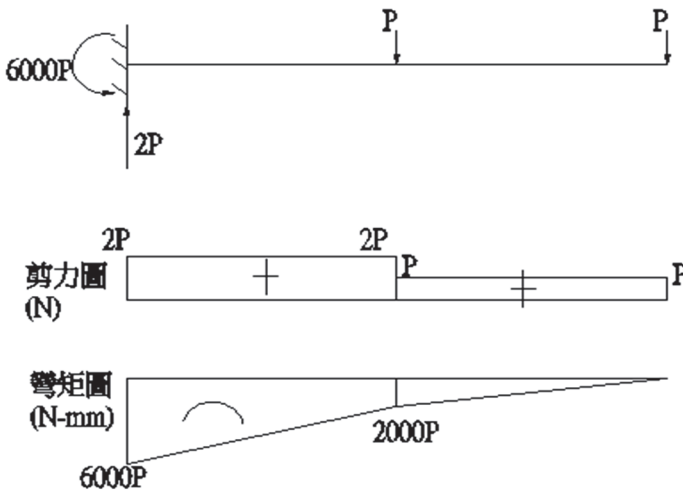
1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》 a. 對中性軸之面積一次矩 Q 用腹板去中性軸下半部分計算較簡潔。

【擬答】

(一) 梁之剪力圖及彎矩圖

固定端反力 $M = -6000P$ (↺) $N \cdot mm$; $V = 2P$ (↑) N



公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

(二) 梁可安全承載的最大 P 值

斷面性質，中性軸位置距斷面上緣 y_t ；距斷面下緣 y_b ，慣性矩 I ，對中性軸之面積一次矩 Q

$$y_t = \frac{150 \times 15 \times 7.5 + 150 \times 15 \times 90}{150 \times 15 \times 2} = 48.75 \text{ mm}$$

$$y_b = 165 - 48.75 = 116.25 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1}{3} (150 \times 48.75^3 - 135 \times 33.75^3 + 15 \times 116.25^3) = 11917969 \text{ mm}^4$$

$$Q = 15 \times 116.25 \times \frac{116.25}{2} = 101355.5 \text{ mm}^3$$

$$M_{max} = 6000P ; V_{max} = 2P$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} y_b}{I} = \frac{6000P \times 116.25}{11917969} \leq \sigma_{allow} = 170 \text{ MPa} \Rightarrow P \leq 2905 \text{ N}$$

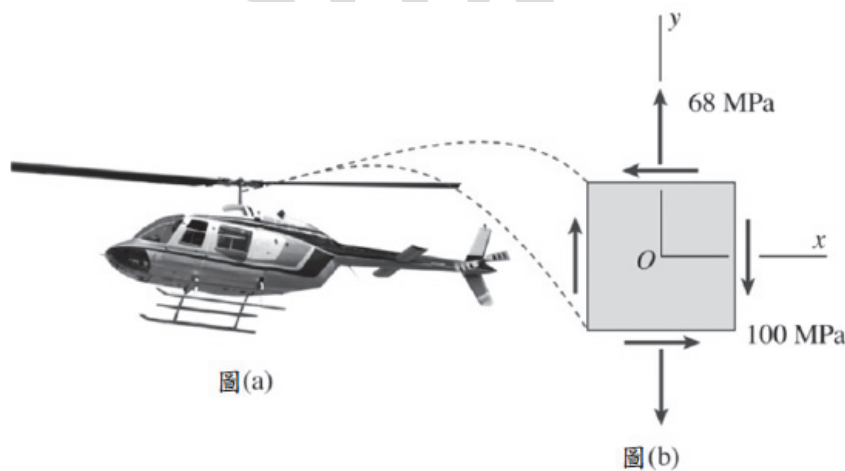
$$\tau_{max} = \frac{V_{max} Q}{Ib} = \frac{2P \times 101355.5}{11917969 \times 15} \leq \tau_{allow} = 95 \text{ MPa} \Rightarrow P \leq 83780 \text{ N}$$

梁可安全承載的最大 P 值為 2905 N

四、如圖四所示的承受軸向力及扭矩之直昇機 (圖(a)) 旋轉翼軸 (Rotor Shaft) 之應力狀態 (圖(b))，使用摩爾圓 (Mohr's Circle) 決定：

(一) 由 x 軸逆時針旋轉 22.5° 之應力狀態。(10 分)

(二) 旋轉翼軸之主應力 (Principal Stresses) 及絕對最大剪應力 (Absolute Maximum Shear Stress)。(15 分)



圖四

【解題關鍵】

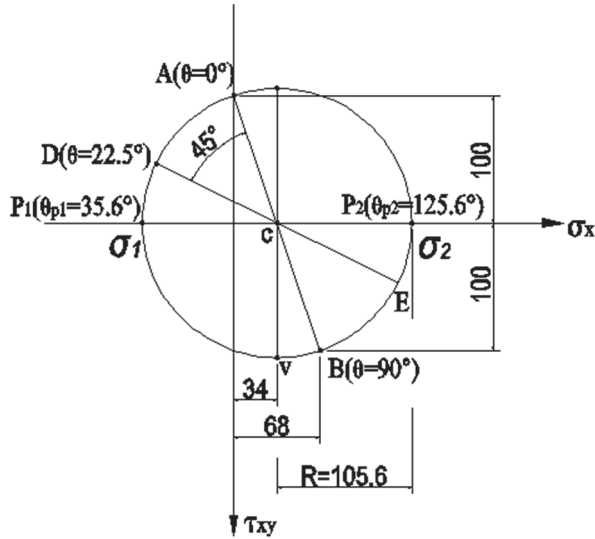
1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》

a. 莫爾圓繪製時先利用公式計算相關各點的應力值及轉角再畫圓。

b. 解題計算式依圖形幾何關係列式。

【擬答】



(一)作用在轉動 $\theta = 22.5^\circ$ 之元素上的應力

$$\sigma_x = 0 \text{ MPa}, \sigma_y = 68 \text{ MPa}, \tau_{xy} = -100 \text{ MPa}$$

由莫爾圓中 A, B 點座標可得圓心座標及半徑 R

$$\sigma_{avg} = \frac{0 + 68}{2} = 34 \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{34^2 + 100^2} = 105.6 \text{ MPa}$$

由莫爾圓中，角 AcP_1 為由 A 到 P_1 點之角度 $2\theta_{p1}$ ，代表較大主應力 σ_1 之主平面

$$\tan 2\theta_{p1} = \frac{100}{34} \Rightarrow 2\theta_{p1} = 71.2^\circ$$

$$\therefore \angle \text{DCP}_1 = 2\theta_{p1} - 45^\circ = 26.2^\circ$$

D 點座標

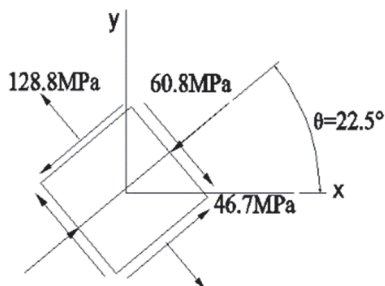
$$\sigma_D = 34 - 105.6 \times \cos 26.2^\circ = -60.75 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xyD} = -105.6 \times \sin 26.2^\circ = -46.6 \text{ MPa}$$

E 點座標

$$\sigma_E = 34 + 105.6 \times \cos 26.2^\circ = 128.8 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xyE} = 105.6 \times \sin 26.2^\circ = 46.6 \text{ MPa}$$



$\theta = 22.5^\circ$ 應力狀態

(二)主應力和絕對最大剪應力

主應力 σ_1 為 P_1 點

$$\sigma_1 = 34 - 105.6 = -71.6 \text{ MPa}$$

主應力 σ_2 為 P_2 點

$$\sigma_2 = 34 + 105.6 = 139.6 \text{ MPa}$$

絕對最大剪應力 τ_{max} 為 v 點

$$\tau_{max} = 105.6 \text{ MPa}$$