

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等別：三等考試

類科：電子工程

科目：電磁學

陳銘老師

一、於真空 (介電係數 permittivity $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \frac{C^2}{Nm^2}$) 中，二金屬球半徑為 a 及 b ，以金屬細線長

度為 $d(d \gg a, d \gg b)$ 相連，其電荷量為 Q 。

(一) 推導細線上之庫倫力 F 。(10 分)

(二) 已知 $a=1\text{cm}$ ， $b=2\text{cm}$ ， $d=1\text{m}$ ， $Q=10^{-10}\text{C}$ ，計算細線上之庫倫力 F 值。(5 分)

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》：利用電荷分佈與庫倫靜電公式即可求出

【擬答】

(一) 因為電位相等，則 $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 b}$ ， $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{a}{b}$ ， $Q_1 + Q_2 = Q$

電荷與半徑成正比，則

$$Q_a = \frac{a}{a+b}Q; Q_b = \frac{b}{a+b}Q$$

因此庫倫力 F

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Q_a Q_b}{d^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1}{d^2} \times \frac{a}{a+b}Q \times \frac{b}{a+b}Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1}{d^2} \times \frac{abQ^2}{(a+b)^2}$$

(二) 細線上之庫倫力 F 值為

$$F = \frac{1}{4\pi \times \frac{1}{36\pi \times 10^9}} \times \frac{1}{1^2} \times \frac{1 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-2} \times (10^{-10})^2}{(3 \times 10^{-2})^2} = 2 \times 10^{-11} \text{N}$$

二、同軸線其內外金屬導線半徑為 a 及 b ，其間為空氣 (介電係數 ϵ_0)，已知單位長度 l 之內外金屬導線帶有電荷量 Q_l 及 $-Q_l$ 。

(一) 推導內外金屬導線間 ($a < r < b$) 之電場 $E(r)$ 大小及電位差 $\Delta V = V_a - V_b$ 表示式。(10 分)

(二) 推導單位長度之電容值 $C_l = \frac{Q_l}{\Delta V}$ 。(5 分)

(三) 若同軸線外金屬導線半徑 b 為固定，推導內金屬導線半徑 a 值，使電場 $E(a)$ 為最小，且推導此時之單位長度電容值 C_l 。(10 分)

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》：使用高斯定理進行解題即可

【擬答】

(一) 使用高斯定律，在 $a < r < b$ 時

公職王歷屆試題 (110 地方政府特考)

$$E_R \times 2\pi\epsilon_0 rl = Q_1 \Rightarrow E_R = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 rl} \Rightarrow \vec{E} = \vec{a}_R \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 rl}$$

$$\vec{E} = a_R \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 rl} \Rightarrow \Delta V = -\int_b^a \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 rl} dr = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 l} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{C}{l} = \frac{Q_1}{\Delta V} = \frac{1}{l} \times \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$\Rightarrow E_R = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 rl} \text{ 與 } \Delta V = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 l} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 l} = \frac{\Delta V}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

則

$$E_R(r) = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 rl} = \frac{\Delta V}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \Rightarrow E_R(a) = \frac{\Delta V}{a \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

電場 $E(a)$ 為最小，則 $a \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ 為最大，故

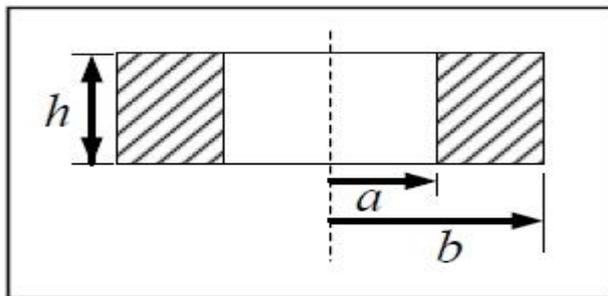
$$\frac{\partial}{\partial a} a \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\partial}{\partial a} (a \ln b - a \ln a) = 0 \Rightarrow \ln b - \ln a - 1 = 0$$

則

$$\ln \frac{b}{a} = 1 \Rightarrow \frac{b}{a} = e \Rightarrow a = \frac{b}{e}$$

$$\text{代入 } C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{\frac{b}{e}}\right)} = 2\pi\epsilon_0$$

三、下圖斜線表示環形鐵心線圈 (toroidal coils) 橫切面，含有 N 數線圈，並通有電流 I ，計算此線圈之磁通量 Φ ，已知電流 $I = 1\text{A}$ 、線圈數目 $N = 2000$ 、 $a = 10\text{ cm}$ 、 $b = 20\text{ cm}$ 、 $h = 10\text{ cm}$ 及導磁係數 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{ H/m}$ 。(20分)



1. 《考題難易》★

2. 《破題關鍵》：使用安培環路定律積分求磁通量即得

【擬答】

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \hat{\phi}$$

$$\text{磁通量 } \phi = \int B_{\phi} ds = \int_a^b \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

則

$$\text{磁通量 } \phi = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2000 \times 1 \times 10^{-1}}{2\pi} \ln\left(\frac{20}{10}\right) = 2.77 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$



志光 × 保成 × 學儒

109 高普考錄取成績



囊括 **33** 狀元 **37** 榜眼 **27** 探花

高普考 勞工行政 狀元 姚○瑜	高普考 農業行政 狀元 黃○君	高普考 工業設計 榜眼 張○筑	高普考 勞工行政 榜眼 謝○湘	高普考 經建行政 探花 鄭○賢
高普考 財務審計 狀元 陳○玄	高普考 會計 狀元 潘○浩	高普考 一般行政 榜眼 邱○翰	高普考 電子工程 榜眼 洪○銓	高普考 教育行政 探花 鄭○澤
高普考 僑務行政 狀元 曾○樂	高普考 法律廉政 狀元 余○誠	高普考 公職社會工作師 榜眼 許○容	高普考 農業技術 榜眼 沈○璣	高普考 一般民政 探花 洪○嵐
高普考 戶政 狀元 李○萱	高普考 一般行政 狀元 黃○祈	高普考 績效審計 榜眼 劉○瑾	高普考 財政行政 榜眼 曾○	高普考 人事行政 探花 黃○潘
高普考 農業技術 狀元 黃○智	高普考 社會行政 狀元 梁○倫	高普考 植物病蟲害防治 榜眼 鍾○庭	高普考 一般民政 榜眼 施○廉	高普考 農業行政 探花 石○文
高普考 財經廉政 狀元 林○秀	高普考 新聞 狀元 林○敏	高普考 農業行政 榜眼 李○欽	高普考 農業行政 榜眼 李○運	高普考 財經廉政 探花 黃○論
高普考 一般行政 狀元 張○	高普考 法律廉政 狀元 余○誠	高普考 一般民政 榜眼 翁○	高普考 文化行政 榜眼 陳○寧	高普考 經建行政 探花 王○慧
高普考 社會行政 狀元 梁○喻	高普考 經建行政 狀元 鄭○	高普考 教育行政 榜眼 廖○推	高普考 經建行政 榜眼 蔡○諱	高普考 交通技術 探花 羅○
高普考 交通行政 狀元 梁○亞	高普考 文化行政 狀元 張○迎	高普考 航運行政 榜眼 林○棟	高普考 戶政 榜眼 施○	高普考 人事行政 探花 許○
高普考 公職社會工作師 狀元 陳○賢	高普考 觀光行政 狀元 黃○華	高普考 測量行政 榜眼 張○	高普考 經建行政 榜眼 蔡○	高普考 統計 探花 陳○
高普考 體育行政 狀元 宋○軒	高普考 人事行政 狀元 陳○	高普考 測量製圖 榜眼 李○玲	高普考 法律廉政 探花 白○	高普考 金融保險 探花 陳○
高普考 法制 狀元 張○	高普考 教育行政 狀元 黃○	高普考 商業行政 榜眼 陳○	高普考 公職社會工作師 探花 陳○	高普考 社會行政 探花 曾○
高普考 一般民政 狀元 洪○	高普考 財經廉政 狀元 林○	高普考 商業行政 榜眼 翁○	高普考 商業行政 探花 胡○	高普考 一般行政 探花 史○
高普考 人事行政 狀元 楊○	高普考 經建行政 榜眼 鄭○	高普考 觀光行政 榜眼 張○	高普考 觀光行政 探花 黃○	高普考 農業行政 探花 石○
高普考 經建行政 狀元 潘○	高普考 文化行政 榜眼 張○	高普考 法制 榜眼 方○	高普考 財政行政 榜眼 洪○	高普考 文化行政 探花 張○
高普考 經建行政 狀元 蔡○	高普考 財經廉政 榜眼 朱○	高普考 交通技術 榜眼 倪○	高普考 交通行政 探花 范○	高普考 測量製圖 探花 李○
高普考 商業行政 狀元 洪○	高普考 社會行政 榜眼 林○	高普考 一般行政 榜眼 邱○	高普考 戶政 探花 廖○	高普考 文化行政 探花 張○
高普考 農業行政 狀元 黃○	高普考 交通行政 榜眼 杜○	高普考 商業行政 榜眼 王○	高普考 財經廉政 探花 謝○	
高普考 教育行政 狀元 施○	高普考 文化行政 榜眼 張○	高普考 人事行政 榜眼 張○	高普考 一般行政 探花 高○	
高普考 交通行政 狀元 陳○	高普考 動物技術 榜眼 黃○	高普考 財經廉政 榜眼 朱○	高普考 財務審計 探花 潘○	

■ 因版面有限無法一一列出，詳盡榜單請上公職王查詢 ■

四、於真空中，一金屬圓環半徑 a ，導磁係數 μ_0 ，受正弦平面波磁場入射，波長為 $\lambda \gg a$ 。

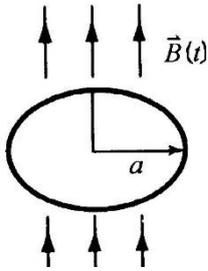
(一)當此金屬圓環如何相對與入射平面波磁場 B (或 H) 放置，使金屬圓環產生之電動力 (electromotive force) 最大，並以原理或繪圖說明解釋。(10 分)

(二)推導該金屬圓環感應之電動力振幅。(10 分)

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》：使用法拉第感應定律

【擬答】

→ →
 假設 $\vec{B} = z \mu_0 H_0 \sin(\omega t - ky)$ ，將金屬圓環置於 $y=0$ 處，圓環面積法向量與磁場夾角 θ ，且為了使金屬圓環產生之電動力 (electromotive force) 最大則 $\theta=0$ 度



$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = BA \cos \theta = B_0 \sin(\omega t - ky) \times \pi a^2 \cos \theta$$

在 $\theta=0$ 度

$$V = -\frac{d\phi}{dt} = -B_0 \omega \cos(\omega t - ky) \times \pi a^2$$

金屬圓環感應之電動力振幅為 $B_0 \omega \pi a^2$

五、於空氣中，一正弦平面波頻率 f ，入射電場 E_i 垂直照射一金屬導體平板，其導電率 (conductivity) σ 及導磁係數 μ_0 。

(一) 寫出金屬導體平板之表面電阻 R_s 及金屬導體平板單位面積吸收之平均功率 P_s 。(5分)

(二) 已知頻率 $f=100$ MHz，入射電場大小 $E_i=1$ V/m，金屬導體平板之導電率 $\sigma=5.8 \times 10^7$ S/m，

空氣 $\eta_0 = 120\pi \Omega$ (本質阻抗 intrinsic impedance)，計算金屬導體平板之表面電阻 R_s 及單位面積吸收平均功率 P_s 值。(5分)

(三) 推導金屬導體平板之衰減係數 α 。(5分)

(四) 已知金屬導體平板厚度 $l=50$ μ m，計算該入射平面波於金屬導體平板之相對衰減量 dB 值。(5分)

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》：瞭解平面波在良導體下的能量消耗行為

【擬答】

$$(一) \text{金屬導體平板之表面電阻 } R_s = \sqrt{\frac{\pi f \mu_c}{\sigma_c}} = \sqrt{\frac{\pi \times 100M \times 4\pi \times 10^{-7}}{5.8 \times 10^7}} = 2.61 \times 10^{-3} \Omega$$

金屬導體平板單位面積吸收之平均功率

$$\eta_c = (1+j) \sqrt{\frac{\pi f \mu_c}{\sigma_c}} \Rightarrow P_s = \frac{E_i^2}{2|\eta_c|} = \frac{1^2}{2 \times \sqrt{2} \times 2.61 \times 10^{-3}} = 135.46W$$

(二) 金屬導體平板之衰減係數推導如下

$$\begin{aligned} \gamma &= \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \times \left[1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right]^{\frac{1}{2}} \approx j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \times \sqrt{\frac{\sigma}{\omega\epsilon}} \angle -45^\circ \\ &= \omega\sqrt{\mu\epsilon} \times \sqrt{\frac{\sigma}{\omega\epsilon}} \angle 45^\circ = \sqrt{\omega\mu\sigma} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \sqrt{\pi f \mu \sigma} \times (1+j) \end{aligned}$$

$$\text{則衰減係數 } \alpha = \sqrt{\pi f \mu \sigma}$$

$$\text{(三)} \alpha = \sqrt{\pi f \mu \sigma} = \sqrt{\pi \times 100M \times 4\pi \times 10^{-7} \times 5.8 \times 10^7} = 1.513 \times 10^5$$

$$20 \log e^{-1.513 \times 10^5 \times 50 \times 10^{-6}} = 20 \log e^{-7.565} = -65.71 \text{dB}$$

衰減 65.71dB

志光 學儒 保成

工科公職+國營

善用重疊考科，一次準備
一年內超過 8 次上榜機會！

初等考 1月 ● 最容易上手的公職考試	關務特考 4月 ● 考科少於同職等考試	鐵路特考 6月 <small>(110年因疫情延至9月)</small> ● 佐級錄取率最高	高普考 7月 <small>(110年因疫情延至10月)</small> ● 主流考試，缺額眾多	調查局特考 8月 <small>(110年因疫情延至10月)</small> ● 三等月薪76,000起
地方特考 12月 ● 考科同高普考	自來水評價人員 不定期舉辦 ● 只考選擇題	台電考試 不定期舉辦 ● 考科少、好準備	中油僱員 不定期舉辦 ● 只考2科，多為選擇題	國營事業職員級 不定期舉辦 ● 國營退休潮，缺額多，工科類科競爭者少

錄取率高

109年
工科錄取率
最高達 **19.42%**

電力工程	電子工程	機械工程	資訊工程
高考 19.42%	高考 9.04%	高考 18.27%	高考 12.92%
普考 17.33%	普考 9.39%	普考 13.70%	普考 10.47%