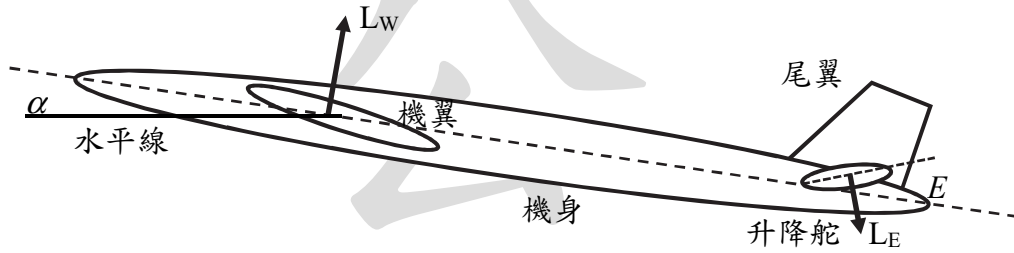


110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試
類 科：機械工程
科 目：自動控制

陳銘老師

一、飛機的爬升一般是由機翼 (wing) 與升降舵 (elevator) 所分別產生的力 L_w 與 L_E 所造成的。而除了產生高度的變化以外，同時亦會使得飛機攻角 (angle of attack) α 隨之改變。假設升降舵與機身的夾角為 E ，且在兩個角度 α 與 E 都很小的狀況下，可透過線性化將飛機的高度與攻角動態模式簡化成：



$$\ddot{h} = k_1 \alpha - k_2 (E - \alpha)$$

$$\ddot{\alpha} = k_3 (E - \alpha) - k_4 \dot{\alpha}$$

上式中，所有系統參數 k_1 、 k_2 、 k_3 與 k_4 均為正實數。

(一)推導出輸出為攻角 α 與輸入為 E 以及輸出為高度 h 與輸入為 E 之轉移函數 (transfer function)。(15 分)

(二)假設升降舵與機身的夾角 E 給定一單位步階 (unit step) 函數，已知 $\alpha(0) = h(0) = 0$ ，求解 $\alpha(\infty)$ 、 $\dot{h}(\infty)$ 與 $\ddot{h}(0)$ 。(15 分)

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》運用拉氏函數求轉移函數即可

【擬答】

(一)化成拉氏函數為

$$\ddot{a} = k_3 (E - \alpha) - k_4 \dot{a} \Rightarrow s^2 \alpha(s) = k_3 E - \alpha(s) k_3 - k_4 s \alpha(s)$$

$$\therefore (s^2 + k_4 s + k_3) \alpha(s) = k_3 E$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha(s)}{E(s)} = \frac{k_3}{s^2 + k_4 s + k_3}$$

$$\ddot{h} = k_1 \alpha - k_2 (E - \alpha) \Rightarrow s^2 H(s) = (k_1 + k_2) \alpha(s) - k_2 E$$

$$\Rightarrow s^2 H(s) = (k_1 + k_2) \times \frac{k_3}{s^2 + k_4 s + k_3} E - k_2 E$$

$$\therefore s^2 H = \frac{(k_1 + k_2) \times k_3 - k_2 (s^2 + k_4 s + k_3)}{s^2 + k_4 s + k_3} E(s)$$

$$\Rightarrow \frac{H(s)}{E(s)} = \frac{(k_1 + k_2) \times k_3 - k_2 (s^2 + k_4 s + k_3)}{s^2 + k_4 s + k_3} = \frac{-k_2 s^2 - k_2 k_4 s + k_1 k_3}{s^2 (s^2 + k_4 s + k_3)}$$

(二)攻角 α 在 $t \rightarrow \infty$ 時

$$\alpha(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{k_3 \times \frac{E}{s}}{s^2 + k_4 s + k_3} = E$$

$$\ddot{h}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \times s^2 \times \frac{-k_2 s^2 - k_2 k_4 s + k_1 k_3}{s^2 (s^2 + k_4 s + k_3)} \times \frac{E}{s} = k_1 E$$

$$\ddot{h}(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \times s^2 \times \frac{-k_2 s^2 - k_2 k_4 s + k_1 k_3}{s^2 (s^2 + k_4 s + k_3)} \times \frac{E}{s} = -k_2 E$$

志光 學儒 保成

工科公職+國營

善用重疊考科，一次準備
一年內超過 **8** 次上榜機會！

| | | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|---|---|---|
| 初等考 1月 ● 最容易上手的公職考試 | 關務特考 4月 ● 考科少於同職等考試 | 鐵路特考 6月 (110年因疫情延至9月) ● 佐級錄取率最高 | 高普考 7月 (110年因疫情延至10月) ● 主流考試，缺額眾多 | 調查局特考 8月 (110年因疫情延至10月) ● 三等月薪76,000起 |
| 地方特考 12月 ● 考科同高普考 | 自來水評價人員 不定期舉辦 ● 只考選擇題 | 台電考試 不定期舉辦 ● 考科少、好準備 | 中油僱員 不定期舉辦 ● 只考2科，多為選擇題 | 國營事業職員級 不定期舉辦 ● 國營退休潮，缺額多，工科類科競爭者少 |

錄取率高

109年
工科錄取率
最高達**19.42%**

| 電力工程 | 電子工程 | 機械工程 | 資訊工程 |
|-----------|----------|-----------|-----------|
| 高考 19.42% | 高考 9.04% | 高考 18.27% | 高考 12.92% |
| 普考 17.33% | 普考 9.39% | 普考 13.70% | 普考 10.47% |

全方位輔考服務系統

提供所有你想得到、想不到的服務，志光 學儒 保成的專業及用心，親身體驗過就知道！

手機APP系統
最新考情、開課消息、預約補課、試題……等，所有消息、優質服務隨時都在你手中。

能力指標檢測系統
線上測驗同時做診斷，各章節強弱以數據清楚呈現，還有專人針對你的弱點進行分析，排除問題點。

線上模擬考 平時測驗
彙整所有重要試題，在家也能定期檢測學習成效，讓你即時修正學習方向。

考前重點下載
完整精要重點，考前你需要知道的，線上點選就能輕鬆下載。

歷屆試題、解題典藏
線上提供完整各項工科考古題以及解題題庫，聽練考古題，累積解題實力，高分考取不是夢。

國考加分學習資訊網
提供專業文章分析、解讀趨勢動態……等，你所需要的資訊即時更新彙整。

問題解惑

實力分析

試題演練

即時資訊

數位/在家補課系統
不必舟車勞頓，在最熟悉的環境補課，輕鬆自在，讓你學習不間斷。

名師申論批改
高中不再只是練寫字，名師親自批改，真正提升你的申論能力。

時事專題講座
最新修法、時事即時彙整，掌握考試趨勢，學習事半功倍。

筆記借閱
放心上課吧！不用擔心漏記筆記！提供重點科目筆記借閱服務，讓你有效複習上課內容。

落點分析
由上榜各科成績，分析設定個人得分值，掌握自身應考能力。

WIFI教室/自修教室
提供舒適的自主學習空間，可在此自助線上補課。

完整說明 立即加入

公職王影音頻道

考題剖析、考前重點等加值內容線上看

你必須收藏的
優質線上服務

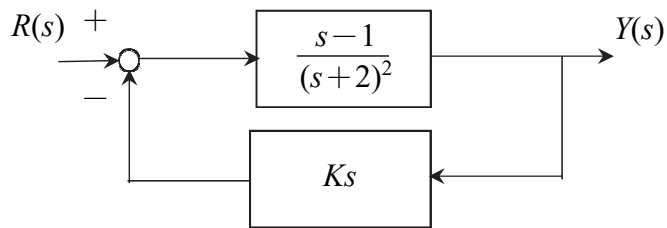
線上模擬測驗

歷屆試題下載

各科準備要領

國考申論加分

二、下圖為一閉迴路控制系統之方塊圖，其中 $R(s)$ 與 $Y(s)$ 分別表示輸入與輸出。



(一)欲使此閉迴路控制系統穩定之 K 值範圍為何？(5 分)

(二)假設 K 為一正實數，繪製此閉迴路控制系統之根軌跡圖 (root locus plot)，並標示出極點 (pole)、零點 (zero)、根軌跡與虛數軸交會之位置、根軌跡離開實數軸的位置 (breakaway point) 與進入實數軸的位置 (re-entry point)，以及各所對應之 K 值。(20 分)

(三)欲使此二階系統的阻尼比 (damping ratio) 為 0.707 時， K 值該如何設計？且此設計的系統自然頻率 (natural frequency) 為何？(15 分)

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》：需瞭解 RH 法則，根軌跡與時域分析

【擬答】

(一) $1 + Ks \times \frac{s-1}{(s+2)^2} = 0 \Rightarrow (K+1)s^2 + (-K+4)s + 4 = 0$

$K+1 > 0 \Rightarrow K > -1$; $-K+4 > 0 \Rightarrow K < 4$

閉迴路控制系統穩定之 K 值範圍為 $-1 < K < 4$

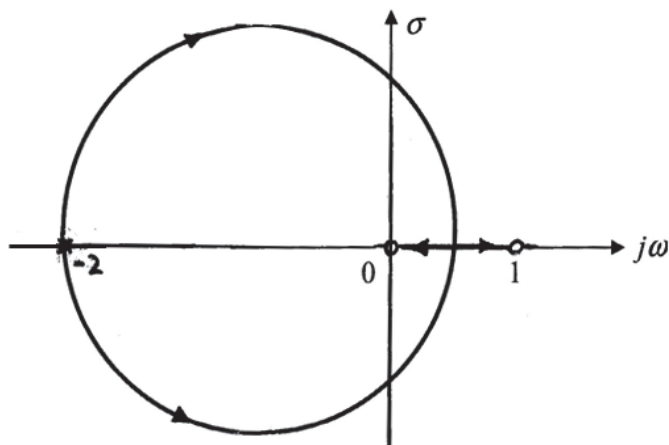
(二)特性方程式為 $\Delta(s) = (s^2 + 4s + 4) + Ks(s-1) = 0 \Rightarrow 1 + K \frac{s(s-1)}{(s+2)^2} = 0 \Rightarrow G(s) = \frac{s(s-1)}{(s+2)^2}$

1. 極點： -2 ; $-2(n=2)$; 零點： $0, 1(m=2)$

2. 分離點： $\frac{d}{ds} G^* = \frac{d}{ds} \frac{s(s-1)}{(s+2)^2} = \frac{(s+2)^2(2s-1) - 2s(s+2)(s-1)}{(s+2)^4} = 0$

$\Rightarrow (s+2)[(s+2)(2s-1) - 2s(s+2)(s-1)] = 0 \Rightarrow s = -2; 0.4$

3. 與虛軸交點： $K=4 \Rightarrow A(s) = 5s^2 + 4 = 0 \Rightarrow s = \pm j \frac{2}{\sqrt{5}}$



(三)特性方程式 $(K+1)s^2 + (-K+4)s + 4 = 0 \Rightarrow s^2 + \frac{-K+4}{K+1}s + \frac{4}{K+1} = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

$$\omega_n = \frac{2}{\sqrt{K+1}}$$

$$2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{K+1}} = \frac{-K+4}{K+1} \Rightarrow 2\sqrt{2} = \frac{-K+4}{\sqrt{K+1}} \Rightarrow 8 = \frac{(-K+4)^2}{K+1} \Rightarrow K = 0.52, 15.48$$

K = 0.52

志光學儒保成

公職/國營工科上榜大勝利

眾多連續上榜，再創工科巔峰！

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| 李○庭 109年鐵路員級機械工程【全國探花】 109年普考機械工程 連進三榜 | 楊○中 109年鐵路特考電子工程【全國榜眼】 109年普考電子工程 | 利○銘 109年普考資訊處理 109年普考資訊處理 | 林○班 109年普考電力工程 109年鐵路特考電力工程 | 鄭○威 109年普考機械工程 109年鐵路特考機械工程 |
| 陳○鼎 109年鐵路特考電子工程【全國榜眼】 109年普考電子工程 | 吳○全 109年鐵路特考機械工程【全國第四】 109年普考機械工程 | 彭○琳 109年普考資訊處理 109年普考資訊處理 | 黃○穎 109年普考電力工程 109年鐵路特考電力工程 | 盧○芳 109年普考機械工程 109年普考機械工程 |
| 吳○泓 109年普考電子工程 109年鐵路特考電子工程【新北市狀元】 | 張○廷 109年普考電力工程【全國第五】 109年普考電力工程 | 李○ 109年普考資訊處理 109年鐵路特考資訊處理 | 韓○宏 109年普考電子工程 109年鐵路特考電子工程 | 翁○倫 109年普考電力工程 109年普考電力工程 |
| | 許○維 109年普考電子工程 108年地特三等【台北市狀元】 | 常○倫 109年普考機械工程 109年鐵路特考機械工程 | 曾○瑄 109年普考電子工程 110年初等考電子工程 | 賴○心 109年普考資訊處理 109年國營聯招台電資訊 |

109年單一年度 締造眾多優秀上榜

| | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------|
| 地特三等機械工程【高雄市狀元】陳○榮 | 地特四等資訊處理【台北市狀元】曾○皓 | 地特四等電力工程【桃園市狀元】鄭○駿 | 普考電子工程【全國榜眼】洪○鈺 |
| 地特三等資訊處理【澎湖縣探花】沙○豪 | 地特四等電子工程【高雄市狀元】蔡○諤 | 國營聯招中油電機【探花】張○瑞 | |

（以下省略部分考場資訊，因字數過多，僅列出部分代表）

跟著我們一起在志光學儒保成 找到屬於工科人的工頂人生



選對好老師，中年轉職好順利！

我進選公司裁員，覺得公職夠穩定，決定踏上國考之路。隔了20幾年重拾書本，選擇好的補習班讓我事半功倍。熱力學老師親流體力學老師，我非常推崇，只要照著老師講的記下來、寫下來，這樣就夠了。

1年考取 古○芳 109年普考機械工程



專業名師指導，提升解題順暢度！

本以為適合闖蕩，但發現穩定的生活才是我想要的。老師的教材本有明確分析與統整，再加上會由老師出申請題讓考生做練習，增加寫題目的敏感及順暢度。考前還有總複習課程，精準預測範圍、統整考前重點。

全國探花 李○庭 109年鐵路員級機械工程

為你設計的學習模式，讓你靈活學習、輕鬆準備！



面授學習
直接，有效

- ▲ 面對面教學，現場解決疑惑
- ▲ 專業名師統整、分析考試重點
- ▲ 定期測驗，隨時檢視學習效果



雲端函授
自主，彈性

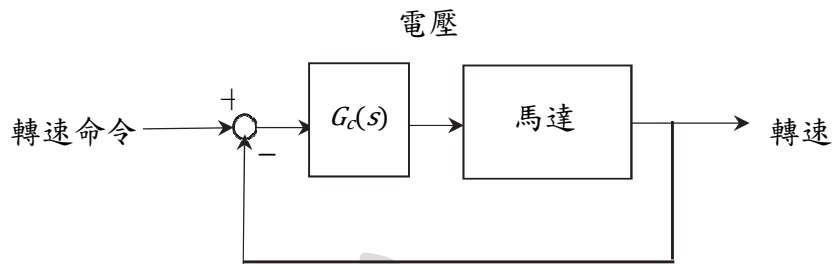
- ▲ 不再煩惱通勤，教材直接送到家
- ▲ 反覆聽課，不怕觀念聽不懂
- ▲ 完全自由，自主安排學習進度



視訊學習
便利，專注

- ▲ 安靜舒適上課環境，提高專注力
- ▲ 看課時間自由預約，不必擔心時間衝突
- ▲ 可暫停、倒轉或快轉，深度學習超簡單

三、考慮以下之單一回授馬達速度控制之方塊圖。其中馬達之轉移函數為 $\frac{30}{s+20}$ ，輸入為電壓，輸出為轉速。



- (一) 給定控制器 $G_c(s)=1$ ，則此馬達速度控制系統的頻寬 ω_{BW} (單位為 rad/sec) 為何？(10 分)
- (二) 給定控制器 $G_c(s)=1$ ，轉速命令為一弦波 (sinusoidal) $500\sin(\omega_{BW}t)$ ， t 表示時間 (單位為 sec)，則馬達穩態 (steady-state) 轉速應為何？(10 分)
- (三) 給定控制器 $G_c(s)=K_p+\frac{K_I}{s}$ ，如欲使馬達控制系統對於單位斜坡 (unit ramp) 輸入之穩態誤差 (steady-state error) 為 $\frac{1}{30}$ ，且 2% 安定時間 (settling time) 為 0.2 秒。則此控制器該如何設計？(10 分)

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》：瞭解時域分析設計即可做出

【擬答】

$$(一) H(s) = \frac{\frac{30}{s+20}}{1 + \frac{30}{s+20}} = \frac{30}{s+50} \Rightarrow \omega_{BW} = 50 \text{ rad/s}$$

$$(二) v_{in} = 500 \sin 50t (V)$$

$$\omega_m = 500 \angle 0^\circ \times \frac{30}{50 + j50} = 500 \angle 0^\circ \times \frac{30}{50\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 150\sqrt{2} \angle -45^\circ$$

$$\text{則 } \omega_m(t) = 150\sqrt{2} \sin(50t - 45^\circ) (V)$$

$$(三) e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{30}{s+20} \times \left(\frac{K_p s + K_I}{s} \right)} = \frac{1}{\frac{3}{2} K_I} = \frac{1}{30} \Rightarrow K_I = 20$$

$$T(s)(\pm 2\%) = \frac{4}{\xi \omega_n} = 0.2 \Rightarrow \xi \omega_n = 20$$

$$H(s) = \frac{\frac{30}{s+20}}{1 + \frac{30}{s+20} \times \left(\frac{K_p s + 20}{s} \right)} = \frac{\frac{30}{s+20}}{\frac{s(s+20) + 30(K_p s + 20)}{s(s+20)}} = \frac{30s}{s^2 + (30K_p + 20)s + 600}$$

$$\text{則 } 30K_p + 20 = 2\xi \omega_n = 40 \Rightarrow K_p = \frac{2}{3}$$