

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：交通技術

科 目：統計學

王瑋老師

一、設 X 為一隨機變數，其機率分配如下，令 $Y = (2X - 1)^2$ ，試求：

X	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	p	$4p$	$2p$	p	$2p$

(一) 期望值 $E(Y^2)$ 。(5 分)(二) 共變異數 $Cov(X, Y)$ 。(5 分)

【解題關鍵】

《考題難易》★☆☆☆☆

《破題關鍵》基本的單變數變數變換搭配共變數的考題，小心計算便可拿分。

【解析】

$$(1) \sum f(x) = p + 4p + 2p + p + 2p = 10p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{10}$$

X	-2	-1	0	1	2
$Y = (2X - 1)^2$	25	9	1	1	9
$f(y)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$

整理如下：

Y	1	9	25
$f(y)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$

$$E(Y^2) = 1^2 \times \frac{3}{10} + 9^2 \times \frac{6}{10} + 25^2 \times \frac{1}{10} = 111.4$$

$$(2) E(XY) = (-2) \times 25 \times \frac{1}{10} + (-1) \times 9 \times \frac{4}{10} + \dots + 2 \times 9 \times \frac{2}{10} = -4.9$$

$$E(X) = (-2) \times \frac{1}{10} + (-1) \times \frac{4}{10} + 0 \times \frac{2}{10} + 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{2}{10} = -0.1$$

$$E(Y) = 1 \times \frac{3}{10} + 9 \times \frac{6}{10} + 25 \times \frac{1}{10} = 8.2$$

$$Cov(X, Y) = -4.9 - (-0.1) \times 8.2 = 3.3$$

二、調查民眾曾經使用過 A、B、C 三家快遞業者之比例如下：

曾使用過快遞 A	50%	曾使用過快遞 A 及 B	15%	三家皆曾使用過	1%
曾使用過快遞 B	30%	曾使用過快遞 A 及 C	5%		
曾使用過快遞 C	10%	曾使用過快遞 B 及 C	3%		

公職王歷屆試題 (110 地方特考)

今隨機抽取一位民眾，試求：

- (1) 僅使用過快遞 A 之機率。(5 分)
- (2) 給定其至少曾經使用過一家快遞的條件下，試問其使用過快遞 C 之機率。(5 分)
- (3) 給定其曾經使用過快遞 B 的條件下，試問其三家快遞皆曾使用過之機率。(5 分)

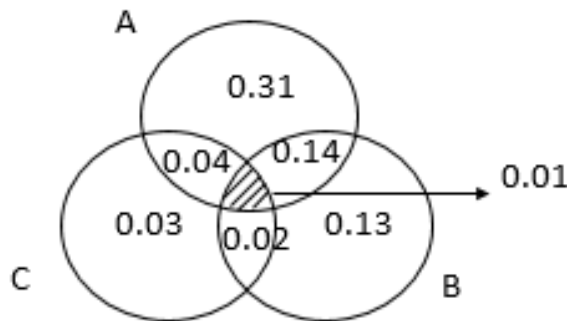
【解題關鍵】

《考題難易》★★☆☆☆

《破題關鍵》看似困難的三個事件的機率運算，但其實只要列出三個事件之間的文氏圖，便可直接透過文氏圖進行歸納，亦得到最終的機率。

【解析】

$$(1) P(A \cap B' \cap C') = P(A) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 0.5 - 0.15 - 0.05 + 0.01 = 0.31$$



$$\begin{aligned}(2) P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) \\ &\quad - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \\ &= 0.5 + 0.3 + 0.1 - 0.15 - 0.05 - 0.03 + 0.01 \\ &= 0.68\end{aligned}$$

$$P(C | \text{至少使用一家}) = \frac{P(C)}{P(A \cup B \cup C)} = \frac{0.1}{0.68} = 0.14706$$

$$(3) P(\text{三家皆使用過} | B) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(B)} = \frac{0.01}{0.3} = 0.0333$$

三、某物流公司使用三條附有不同影像辨識系統之輸送帶 A1、A2、A3 進行貨物之辨識與分流。已知 A1 之處理量為 A3 之 1.5 倍，A2 之處理量為 A3 之 1.2 倍，三種辨識系統之錯誤辨識率分別為 5%、4%、6%。

- (1) 若已知有一件貨品辨識錯誤，試求該錯誤為 A3 所處理之機率。(8 分)
- (2) 該公司為應付業務量之增加，另增加三條輸送帶 B1、B2、B3，三條輸送帶均使用與 A2 相同之影像辨識系統，並分擔該公司 40% 之業務量，剩餘 60% 之業務量則由原來之輸送帶負責。今隨機抽取一件貨品，試求發生辨識錯誤之機率。(8 分)
- (3) 若已知有一件貨品辨識錯誤，試求該辨識錯誤為新的三條輸送帶所處理之機率。(9 分)

【解題關鍵】

《考題難易》★★☆☆☆

《破題關鍵》本題屬貝氏定理的應用，雖不困難，但建議採用樹狀圖可釐清個事件之間的關係，可便於計算相關的條件機率。

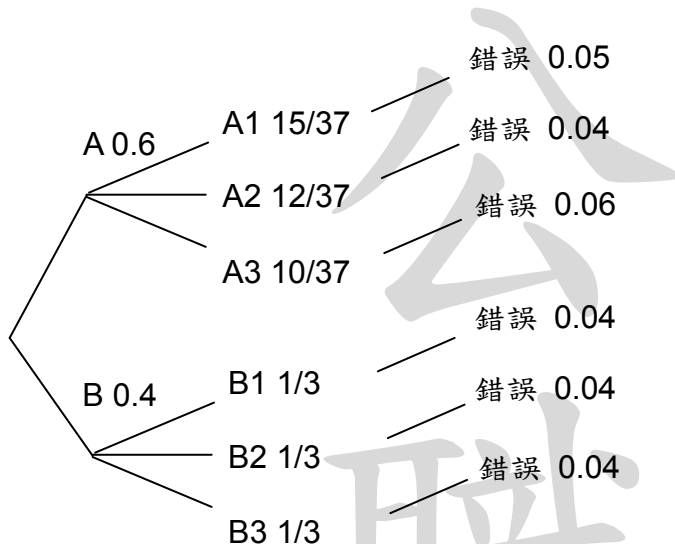
【解析】

$$(1) A_1 : A_2 : A_3 = 1.5 : 1.2 : 1 = \frac{15}{37} : \frac{12}{37} : \frac{10}{37}$$

$$\Rightarrow P(A_1) = \frac{15}{37}, P(A_2) = \frac{12}{37}, P(A_3) = \frac{10}{37}$$

$$P(A_3 | error) = \frac{\frac{10}{37} \times 0.06}{\frac{15}{37} \times 0.05 + \frac{12}{37} \times 0.04 + \frac{10}{37} \times 0.06} = 0.0089$$

(2)



$$P(error) = 0.6 \times \left(\frac{15}{37} \times 0.05 + \frac{12}{37} \times 0.04 + \frac{10}{37} \times 0.06 \right) + 0.4 \times 0.04 = 0.0457$$

$$(3) P(B | error) = \frac{0.4 \times 0.04}{0.0457} = 0.3503$$

第一名的輔考實力 志光.保成.學儒

交通行政/交通技術 10大全方位課程

從基礎到精通，一系列專業輔導課程，幫助您快速上榜

實力養成班 提早準備 提高上榜機會	總複習班 考前觀念統整 法條時事最新補充
正規班 課程最完整 奠定考取實力	成效卓越讀書會 學員有口皆碑 最具成效的方式
高分作文班 名師指導 拆解高分答題技巧	全國線上模擬考 藉由測驗了解 各科分數及總排名落點
申論作答課 針對法科、學科 之區別深入探討	能力指標檢測系統 線上測驗同時診斷 各科目章節強弱
題庫班 教您以最快速度 解出正確答案	3Q線上練題批閱 在家也能好好寫申論 線上批閱更彈性

(各班輔導規劃略有不同，部分課程需自費加選，詳情請洽各班服務櫃台)

公職王歷屆試題 (110 地方特考)

四、蒐集某都市每天之交通事故次數，發現去年平均每天發生 100 件交通事故，標準差 12 件。

(1)若隨機抽取 4 天之交通事故次數，試求此 4 天之平均交通事故次數高於 112 件之機率。

(8 分)

(2)假設今年每天之交通事故次數服從常態分配，且標準差與去年相同。為檢定今年之平均交通事故次數是否比去年高，甲生主張於今年隨機抽取 36 天，若其平均次數高於 102 件時，就認為今年事故次數比去年高。試寫出虛無假設與對立假設，並計算甲生檢定方法對應之型 I 誤差。(8 分)

(3)承(2)。若由 36 天資料得出樣本和為 $\sum x_i = 3672$ ，樣本平方和為 $\sum x_i^2 = 379044$ ，試求其今年交通事故平均數 μ 之 99%信賴區間。(9 分)

【解題關鍵】

《考題難易》★★☆☆☆

《破題關鍵》樣本平均數的抽樣分配機率、假設檢定與信賴區間皆為課本基本題，比較容易不明白題意的是題(2)，主要關鍵在於平均次數高於 102 代表拒絕域，此題後續可提供對立假設之平均值，便可求算相對應的型 II 誤差機率。

【解析】

(1)需假設交通事故次數服從常態分配

$$X \sim N(\mu = 100, \sigma^2 = 12^2)$$

$$P(\bar{x} > 112) = P\left(Z > \frac{112 - 100}{12 / \sqrt{4}}\right) = P(Z > 2) = 0.0228$$

(2) $\alpha = P(C | H_0) = P(\bar{x} > 102 | \mu_0 = 100)$

$$= P\left(Z > \frac{102 - 100}{12 / \sqrt{36}}\right)$$

$$= P(Z > 1) = 0.1587$$

(3) $\bar{x} = \frac{3672}{36} = 102$ ， $s = \sqrt{\frac{379044 - 36 \times 102^2}{36 - 1}} = 11.3389$

今年交通事故平均數 μ 之 99%信賴區間為

$$\bar{x} \pm Z_{0.005} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow 102 \pm 2.576 \cdot \frac{11.3389}{\sqrt{36}}$$

$$\Rightarrow [97.1318, 106.8682]$$

多元學習方式

讓你考試準備一次到位

1

面授學習 | 名師親臨
疑惑馬上解

2

數位學習 | 隨選隨看
可重複學習

3

雲端學習 | 隨時隨地
零距離上課

4

購書學習 | 自學達人
省錢又自主

現在到志光.保成.學儒報名交通行政/交通技術課程 享專案優惠價

五、欲比較四種不同品牌之產品其使用年限，分別抽取若干件數，其使用年限資料如下：

品牌 1	5	7	4	4	5	4	6			
品牌 2	4	3	2	5	6	4				
品牌 3	5	8	7	5	6	7	7	5	4	
品牌 4	6	5	4	6	4	7	5	4	3	6

- (1) 試列出變異數分析表。(8分)
- (2) 在 5% 之顯著水準下，試檢定四種品牌產品之平均使用年限是否有顯著差異。(8分)
- (3) 試求品牌 3 與品牌 2 產品使用年限差($\mu_3 - \mu_2$)之 95% 信賴區間。(9分)

【解題關鍵】

《考題難易》★☆☆☆☆

《破題關鍵》變異數分析基本題型，題(3)事後檢定題目未限定方法，可採用最小顯著差異法即可。

【解析】

$$\begin{aligned}
 (1) \bar{X}_1 &= 5 \quad \bar{X}_2 = 4 \quad \bar{X}_3 = 6 \quad \bar{X}_4 = 5 \quad \bar{X}_{..} = 5.09375 \\
 SST &= \sum \sum (X_{ij} - \bar{X}_{..})^2 = (5 - 5.09375)^2 + \dots + (6 - 5.09375)^2 = 60.71875 \\
 SSTR &= \sum \sum (\bar{X}_i - \bar{X}_{..})^2 = \sum n_i (\bar{X}_i - \bar{X}_{..})^2 \\
 &= 7 \times (5 - 5.09375)^2 + \dots + 10 \times (5 - 5.09375)^2 \\
 &= 14.712875 \\
 SSE &= SST - SSTR = 46.005875 \\
 &\text{ANOVA 表}
 \end{aligned}$$

	SS	df	MS	F
Treatment	14.712875	3	4.904	2.985
Error	46.005875	28	1.643	
Total	60.71875	31		

(2) H_0 : 四種品牌產品平均使用年限沒有差異

H_1 : 四種品牌產品平均使用年限有差異

$\alpha = 0.05$

$F^* = 2.985 \in C$ ，拒絕 H_0

$C: \{F^* > F_{0.05}(3, 28) = 2.95\}$

有顯著證據說四種品牌產品平均使用年限有差異

(3) 採最小顯著差異法進行事後比較

$\mu_3 - \mu_2$ 之 95% 信賴區間為

$$(\bar{X}_3 - \bar{X}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-k) \sqrt{MSE \left(\frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

$$\Rightarrow (6 - 4) \pm 2.0484 \sqrt{1.643 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{6} \right)}$$

$$\Rightarrow [0.6162, 3.3838] \text{ 不包含 } 0$$

所以品牌 3 與品牌 2 產品使用年限顯著差異

志光 × 保成 × 學儒

快速考取

全方位智慧
服務系統



線上線下 給您 **最強大的支援**

激推！考生必看

公職王影音頻道



名師精析各科目考試重點、口面試準備技巧、上榜生經驗分享等全方位影音資訊。

線上模擬測驗



運用海量題目，協助考生訓練解題速度，檢視學習成效並及時修正弱點。

歷屆試題下載



收錄各年度國考試題及解題，讓考生練習考古題時更易突破盲點，找到解題關鍵。

國考申論加分



各考試領域專業文章分析解讀趨勢動態，協助考生加深各科目的答題內涵。