

111 年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

考試別：鐵路人員考試

等 別：員級考試

類 科：機械工程

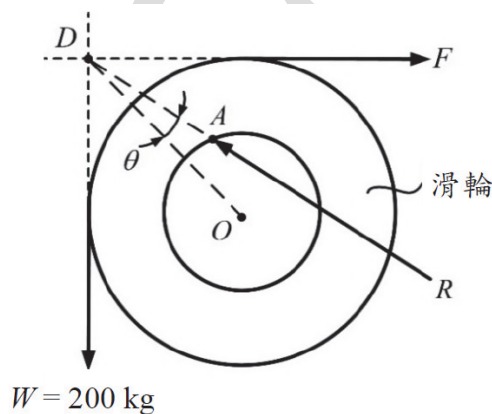
科 目：機械力學概要

黃易老師解題

一、如圖所示繞轉軸旋轉之滑輪直徑為 1 m，轉軸半徑為 250 mm，其動摩擦係數為 0.2，轉軸支持滑輪之反作用合力 R 作用在 A 點：

(一)求 R 與 OD 連線夾角 θ ? (10 分)

(二)求使用滑輪提升 200 kg 重物時，所需之水平拖動力 F 為多少? (10 分)

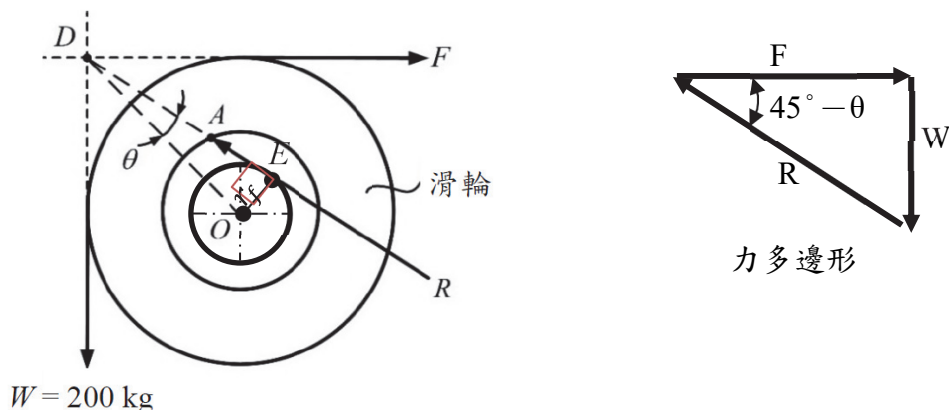


【解題關鍵】

- 《考題難易》：★★。
- 《破題關鍵》：靜力學第四章摩擦，對整體取自由體圖，先求摩擦圓半徑，其近似值等於轉軸半徑 \times 摩擦係數，所以支持滑輪之反作用合力 R 會垂直摩擦圓半徑，就可以畫出水平作用力(F)、重物重力(W)及反作用合力(R)的力多邊形。

【擬答】

(1)取轉軸的自由體圖



(2) E 點到轉軸中心 O 的垂直距離 R 的作用線為摩擦圓半徑(r_f)

$$r_f = r \sin \phi_k \approx r \mu_k$$

$$\therefore r_f = 250 \times 0.20 = 50(\text{mm})$$

(3)左邊的荷重和力 F 作用下，在水平方向向右，即將進行的運動是順時針方向提升負載。利用力的三角形作圖可以找出 F ，由於 W 、 P 和 R 不平行。

(4)同時的 R 的作用線必須通過 W 和 F 的交點，並與摩擦圓相切半徑=50mm 的摩擦力。

(5)根據直角三角形(ΔOED)

公職王歷屆試題 (111 鐵路特考試題解答)

$$\sin \theta = \frac{\overline{OE}}{\overline{OD}} \Rightarrow \theta = \sin^{-1} \frac{50}{500\sqrt{2}} = 4.05^\circ$$

(6) 根據力的多邊形關係

$$\therefore F = W \times \frac{1}{\tan(45^\circ - \theta)} = 200 \times \frac{1}{\tan(45^\circ - 4.05^\circ)} = 230.48(kgw) = 2261(N)$$

ANS :

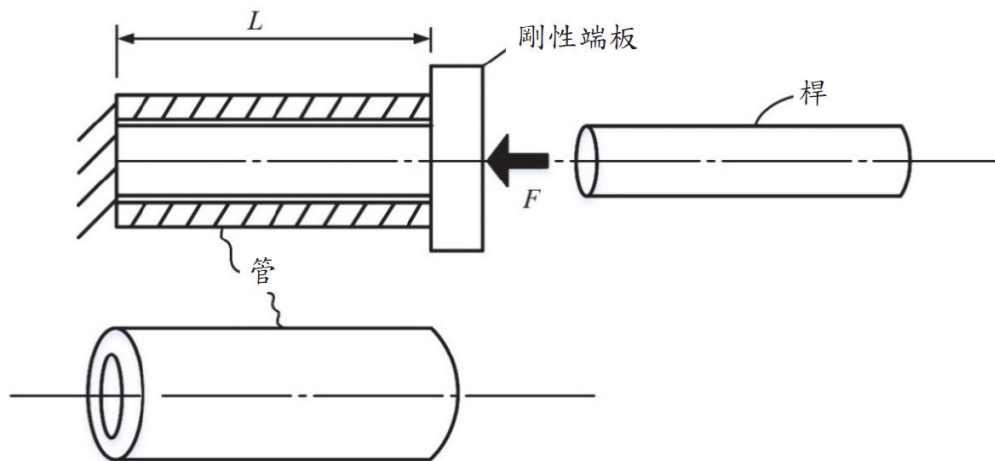
(一) R 與 OD 連線夾角 $\theta = 4.05^\circ$

(二) 使用滑輪提升 200 kg 重物時，所需之水平拖動力 $F = 230.48(kgw) = 2261(N)$

二、長度 $L = 1\text{ m}$ 之圓桿置於等長之圓管中，其一端固定不動，另一端則同時受剛性端板軸向力之作用，圓桿直徑 50 mm，圓管內徑 60 mm，外徑 100 mm，桿材之彈性模數（楊氏係數）為 200 GPa，管材之彈性模數為 100 GPa ($1\text{ GPa} = 10^9\text{ N/m}^2$)，當軸向力 $F = 10000\text{ N}$ ：

(一) 求桿及管分別所受之軸向內力？(10 分)

(二) 求兩者之變形量（軸向壓縮量）？(10 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★。

2. 《破題關鍵》：材料力學第一章應力與變形量，實心桿的受力 + 空心管的受力 = 總受力因為剛性板的作用，所以實心桿與空心管的變形量必相同 (δ)，再根據虎克定律，可以求出實心桿與空心管的所受軸向壓應力。

【擬答】

(一) 求面積

$$\text{實心桿面積 } A_R = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times (50\text{mm})^2}{4} = 1963.50(\text{mm}^2)$$

$$\text{空心管面積 } A_P = \frac{\pi \times (D_0^2 - D_1^2)}{4} = \frac{\pi \times [(100\text{mm})^2 - (60\text{mm})^2]}{4} = 5026.55(\text{mm}^2)$$

(二) 實心桿的受力 (P_R) + 空心管的受力 (P_P) = 總受力 (F) …………… (1)

因為剛性板的作用，所以實心桿與空心管的變形量 (δ) 必相同，根據變形量公式：

$$\delta = \frac{PL}{AE} \Rightarrow P = \frac{AE\delta}{L} \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) \text{ 代入 } (1) \text{ 得 } \Rightarrow \frac{A_R E_R \delta}{L} + \frac{A_P E_P \delta}{L} = F \Rightarrow \delta = \frac{FL}{A_R E_R + A_P E_P}$$

$$\delta = \frac{(10000N)(1000mm)}{1963.50(mm^2)(200 \times 10^3 N/mm^2) + 5026.55(mm^2)(100 \times 10^3 N/mm^2)}$$

$$\delta = 0.011(mm)$$

(三)實心桿與空心管的應變(ε)也必相同

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0.011(mm)}{1000(mm)} = 1.11 \times 10^{-5}$$

(四)根據虎克定律，實心桿(σ_R)與空心管(σ_P)的所受軸向壓應力分別為

$$\sigma_R = E_R \varepsilon = (200 \times 10^3 N/mm^2) \times (1.11 \times 10^{-5}) = 2.22(MPa)$$

$$\sigma_P = E_P \varepsilon = (100 \times 10^3 N/mm^2) \times (1.11 \times 10^{-5}) = 1.11(MPa)$$

ANS :

(一)桿所受之軸向內力為**2.22(MPa)**及管所受之軸向內力為**1.11(MPa)**。

(二)兩者之變形量(軸向壓縮量) $\delta = 0.011(mm)$ 。

三、一均勻懸臂樑(cantilever beam)，其材料之彈性模數(楊氏係數)為200 GPa (1 GPa=10⁹ N/m²)，長度1 m，剖面為寬50 mm、高度50 mm之正方形，一端固定，自由端受橫向力F=1000 N的作用：

(一)求樑中最大之正向應力？(10分)

(二)求樑變形在自由端之橫向位移量？(10分)

【解題關鍵】

1.《考題難易》：★。

2.《破題關鍵》：材料力學第三章懸臂樑受集中負荷時樑的應力與撓度，直接帶入課堂上推討導出的公式即可解出答案。

【擬答】

(一)懸臂樑受集中負荷時樑中最大之正向應力

1.最大彎矩(M_{max})

$$M_{max} = P \times L = 1000(N) \times 1000(mm) = 1 \times 10^6(N \cdot mm)$$

2.矩形懸臂樑在自由端受集中負荷之彎曲應力(σ_M)

$$\sigma_M = \frac{M_{max}y}{I} = \frac{M_{max}}{Z} = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6 \times 1 \times 10^6(N \cdot mm)}{(50mm)(50mm)^2} = 48(MPa)$$

(二)懸臂樑受集中負荷時樑變形在自由端之橫向位移量(撓度)

1.矩形樑隊形心軸慣性矩(I)

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(50mm) \times (50mm)^3}{12} = 520833.33(mm^4)$$

2.懸臂樑受集中負荷時樑變形在自由端之橫向位移量(撓度)(y)

$$y = \frac{FL^3}{3EI} = \frac{1000(N) \times [1000(mm)]^3}{3 \times (200 \times 10^3 MPa) \times 520833.33(mm^4)} = 3.2(mm)$$

ANS :

(一)樑中最大之正向應力 $\sigma_M = 48(MPa)$ 。

(二)樑變形在自由端之橫向位移量 $y = 3.2(mm)$ 。

志光·學儒·保成



我全都要

公職工科
國營工科

一次準備 多次考取機會



張○維 資訊管理系

110鐵路佐級電子工程 9個月考取

補習班老師會幫忙整理好重點與考題，並且由淺入深的教學，讓我一開始先建立基本觀念，之後遇到進階的考題可以更加得心應手。

專業課程規劃

年度班	扎實的課程安排，讓您火速擁有考試硬實力
兩年班	完整課程安排，穩固您的應考實力
考取班	一次繳費輔考至您考取(每年只要繳交換證教材費用)

工科新班開課 全面優惠中

志光·學儒·保成



你，也能快速就業

掌握機會

鐵路特考攻略班 公職、國營一次搞定

鐵路運輸攻略班	鐵路事務攻略班	鐵路工科攻略班	鐵路員級攻略班
鐵路佐級運輸營業 + 初等考交通行政 + 郵局內勤(專業職二)	鐵路佐級事務管理 + 初等考一般行政 + 台電僱員綜合行政	鐵路佐級工科 + 初等考電子 + 台電工科	鐵路員級運輸營業 + 國營職員企管組

郭○伶 鐵路特考佐級運輸營業·郵局專業職二櫃台業務

不希望以後遇到中年失業，所以決定投入國考，由於郵局專業職二櫃台業務與鐵路佐級運輸營業有許多科目重疊，加上補習班相差的科目有優惠價，所以決定兩個考試一起準備。



現在報名鐵路課程享超值優惠價

四、以彈簧常數 $k=10^5 \text{ N/m}$ 的彈簧懸吊質量 $m=10 \text{ kg}$ 物體：

(一)求其簡諧振盪的自然頻率？(10 分)

(二)以簡諧力量作用於質量塊其大小在 100 N 至 -100 N 之間範圍內，激振頻率為 10 Hz ，求質量塊上下振動之振幅？(5 分)

(三)以靜力 100 N 作用在質量塊上，則其偏離平衡位置多少？(5 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★★★。

2. 《破題關鍵》：動力學第二章質點動力學之牛頓運動定律，利用彈簧作用力與向心力之間關係就可以得到震動週期，頻率為週期的倒數。

【擬答】

(一)簡諧振盪的自然頻率

利用彈簧作用力與向心力之間關係就可以得到震動週期；

$$kx = m \times 4\pi^2 \frac{R}{T^2}, \text{ 又 } R = x \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = T = 2\pi \sqrt{\frac{10(\text{kg})}{1 \times 10^5(\text{N/m})}} = \frac{\pi}{50} = 0.0628(\text{sec})$$

所以自然頻率的公式為：

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1 \times 10^5(\text{N/m})}{10(\text{kg})}} = \frac{100}{2\pi} = 15.92(\text{Hz})$$

(二)以簡諧力量作用於質量塊其大小在 100 N 至 -100 N 之間範圍內，激振頻率為 10 Hz ，求質量塊上下振動之振幅

$$F = F_s = F_n \Rightarrow 100(\text{N}) = 10(\text{kg}) \times a_n \therefore a_n = 10(\text{m/sec}^2)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = f = \frac{\omega_n}{2\pi} \Rightarrow \omega_n = 2\pi f = 2\pi \times 10(\text{Hz}) = 62.83(\text{rad/sec})$$

$$\text{又 } \because a_n = Z \times (\omega_n)^2 \therefore Z = \frac{a_n}{(\omega_n)^2} = \frac{10(\text{m/sec}^2)}{[62.83(\text{rad/sec})]^2} = 2.53 \times 10^{-3}(\text{m}) = 2.53(\text{mm})$$

$$x = Z \sin(\omega_n t) \Rightarrow x = 2.53 \times 10^{-3}(\text{m}) \sin(62.83t)$$

(三)以靜力 100 N 作用在質量塊上，則其偏離平衡位置(x)

|所以彈簧上作用力=外加靜力

$$F_s = F = kx \Rightarrow x = \frac{F}{k}$$

$$x = \frac{100(\text{N})}{1 \times 10^5(\text{N/m})} = 1 \times 10^{-3}(\text{m}) = 1(\text{mm})$$

ANS :

(一)其簡諧振盪的自然頻率= **15.92(Hz)**；

(二)質量塊上下振動之振幅= **$2.53 \times 10^{-3}(\text{m}) = 2.53(\text{mm})$** ；

(三)以靜力 100 N 作用在質量塊上，則其偏離平衡位置= **$1 \times 10^{-3}(\text{m}) = 1(\text{mm})$** 。

公職王歷屆試題 (111 鐵路特考試題解答)

五、一個質量 400 kg 的物體在無重力之太空中以速度等於 $V_0 = 500i$ (m/s) 移動。當某瞬間，此物體自行分裂成為 A 質量 250 kg 及 B 質量 150 kg 兩塊。經過 3 秒，A 的位置在 $r_A = 2100i + 900j - 1200k$ (m)，速度為 $V_A = 1000i + 400j - 600k$ (m/s)，求此時 B 之速度向量及位置向量？(20 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★。
2. 《破題關鍵》：動力學第二章質點動力學中因為無外力存在，所以題目適用於動量守恆，在 x、y、z 三個方向可以視為獨立向量。

【擬答】

(一) 經過 3 秒，此時 B 之速度向量

因為無外力存在，所以題目適用於動量守恆。

在 x 方向：

$$P_x = P'_{Ax} + P'_{Bx} = m \times V_{0x} = m_A \times U_{Ax} + m_B \times U_{Bx}$$
$$400 \times 500 = 250 \times 1000 + 150 \times U_{Bx} \quad \therefore U_{Bx} = -333.3(\text{m/sec})$$

在 y 方向：

$$P_y = P'_{Ay} + P'_{By} = m \times V_{0y} = m_A \times U_{Ay} + m_B \times U_{By}$$
$$0 = 250 \times 400 + 150 \times U_{By} \quad \therefore U_{By} = -666.7(\text{m/sec})$$

在 z 方向：

$$P_z = P'_{Az} + P'_{Bz} = m \times V_{0z} = m_A \times U_{Az} + m_B \times U_{Bz}$$
$$0 = 250 \times (-600) + 150 \times U_{Bz} \quad \therefore U_{Bz} = 1000(\text{m/sec})$$

經過 3 秒，此時 B 之速度向量 $\vec{U}_B = -333.3\vec{i} - 666.7\vec{j} + 1000\vec{k}$

(二) 經過 3 秒，此時 B 之位置向量

(1) 分裂的原始位置

$$\vec{r}_0 = (2100 - 1000 \times 3)\vec{i} + (900 - 400 \times 3)\vec{j} + [(-1200) - (-600 \times 3)]\vec{k}$$

$$\vec{r}_0 = -900\vec{i} - 300\vec{j} + 600\vec{k}$$

(2) 經過 3 秒，此時 B 之位置向量

$$\vec{r}_B = [(-900) + (-333.3 \times 3)]\vec{i} + [(-300) + (-666.7 \times 3)]\vec{j} + (600 + 1000 \times 3)\vec{k}$$

$$\vec{r}_B = -1900\vec{i} - 2300\vec{j} + 3600\vec{k}$$

ANS：

(1) 經過 3 秒，此時 B 之速度向量 $\vec{U}_B = -333.3\vec{i} - 666.7\vec{j} + 1000\vec{k}$ ；

(2) 經過 3 秒，此時 B 之位置向量 $\vec{r}_B = -1900\vec{i} - 2300\vec{j} + 3600\vec{k}$ 。