

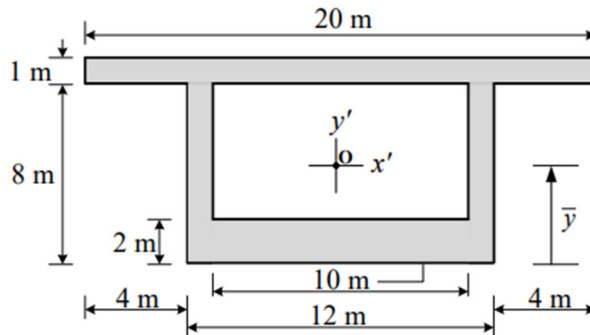
111 年公務人員普通考試試題

類 科：土木工程

科 目：工程力學概要

簡立強老師解題

一、左右對稱的箱型斷梁面，若斷面積的形心位置在 x' 軸與 y' 軸的焦點 O ，如圖一所示。試求箱型梁的形心位置 $\bar{y}$ 和斷面積對 x' 軸的慣性矩。(25 分)



圖一

【解題關鍵】

《考題難易》★

《破題關鍵》*慣性矩求解時應適當的切割斷面

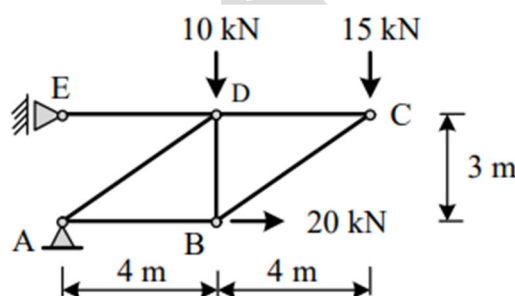
【擬答】

$$\bar{y} = \frac{20 \times 9 \times 4.5 - 10 \times 6 \times \left(\frac{6}{2} + 2\right) - 8 \times 4 \times 2 \times 4}{20 \times 9 - 10 \times 6 - 8 \times 4 \times 2} = 4.536 \text{ m}$$

$$y_t = 9 - \bar{y} = 9 - 4.536 = 4.464 \text{ m}$$

$$I_{x'} = \frac{1}{12} \times 20 \times 1^3 + 20 \times 1 \times (4.464 - 0.5)^2 + \frac{1}{3} \times 2 \times (3.464^3 + 4.536^3) + \frac{1}{12} \times 10 \times 2^3 + 10 \times 2 \times (4.536 - 1)^2 = 662.6 \text{ m}^4$$

二、桁架承受載重如圖二所示，試求支承 A 的反力及桿件 BC、BD、AB、AD 所承受的力。(25 分)



圖二

【解題關鍵】

《考題難易》★★

《破題關鍵》*要求的桿件力在 C 及 B 點都只有一根桿件為斜桿，以節點法解就可輕鬆得解。

【擬答】

平衡條件：

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow 10 \times 4 + 15 \times 8 - 20 \times 3 - A_x \times 3 = 0 \Rightarrow A_x = \frac{100}{3} \text{ kN}(\rightarrow)$$

公職王歷屆試題 (111 年普考)

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 10 - 15 = 0 \Rightarrow A_y = 25 \text{ kN}(\uparrow)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow E_x + A_x + 20 = 0 \Rightarrow E_x = -\frac{100}{3} - 20 = -\frac{160}{3} = \frac{160}{3} \text{ kN}(\leftarrow)$$

設 S_{BC} 、 S_{BD} 、 S_{AB} 為拉力

節點 C

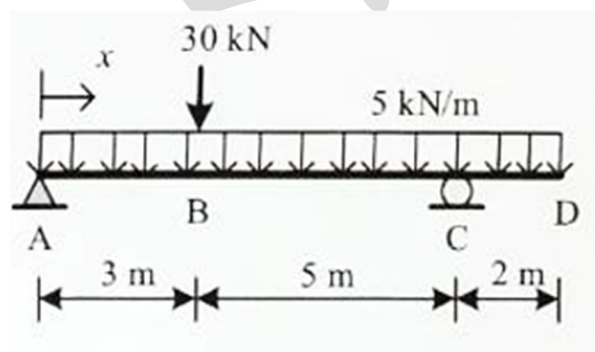
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_{BC} * \frac{3}{5} + 15 = 0 \Rightarrow S_{BC} = -25 \text{ kN} = 25 \text{ kN}(\text{壓力})$$

節點 B

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow S_{AB} - 20 - S_{BC} * \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow S_{AB} = 20 - 25 * \frac{4}{5} = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_{BD} + S_{BC} * \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow S_{BD} = 25 * \frac{3}{5} = 15 \text{ kN}(\text{拉力})$$

三、梁長 10m，材料剛度 EI 為常數，在支承 A 為樞接，支承 C 為滾接，承受集中載重及均佈載重如圖三所示。試求距離左支承（A 支承）x 處的剪力 $V(x)$ 和彎矩 $M(x)$ 的函數，繪製梁的剪力圖和彎矩圖，並標示此梁支零彎矩的位置。（30 分）



圖三

【解題關鍵】

《考題難易》★★★

《破題關鍵》*以剪力，彎矩和均布載重之間的關係，求解 $V(x)$ 和 $M(x)$ 。

*分段求解，標示 x 的範圍。

【擬答】

設支承 C 反力 $C_y(\uparrow)$ ，支承 A 反力 $A_y(\uparrow)$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 30 * 3 + \frac{1}{2} * 5 * 10^2 - C_y * 8 = 0 \Rightarrow C_y = 42.5 \text{ kN}(\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + C_y - 30 - 5 * 10 = 0 \Rightarrow A_y = 37.5 \text{ kN}(\uparrow)$$

AB 段 ($0 \leq x \leq 3$)

$$V_A = 37.5 \text{ kN}, M_A = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\frac{dV}{dx} = -w \Rightarrow V_{(x)} - V_A = -5x \Rightarrow V_{(x)} = -5x - V_A = -5x - 37.5$$

$$\frac{dM}{dx} = V \Rightarrow M_{(x)} - M_A = -\frac{5}{2}x^2 + 37.5x \Rightarrow M_{(x)} = -\frac{5}{2}x^2 + 37.5x$$

BC 段 ($0 \leq x \leq 5$)

$$V_{BL} = -5 * 3 + 37.5 = 22.5 \text{ kN}$$

$$V_{BR} = 22.5 - 30 = -7.5 \text{ kN}$$

$$M_B = -\frac{5}{2} * 3^2 + 37.5 * 3 = 90 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\frac{dV}{dx} = -w \Rightarrow V_{(x)} - V_{BR} = -5x \Rightarrow V_{(x)} = -5x + V_{BR} = -5x - 7.5$$

$$\frac{dM}{dx} = V \Rightarrow M_{(x)} - M_B = -\frac{5}{2}x^2 - 7.5x \Rightarrow M_{(x)} = -\frac{5}{2}x^2 - 7.5x + 90$$

CD 段 ($0 \leq x \leq 2$)

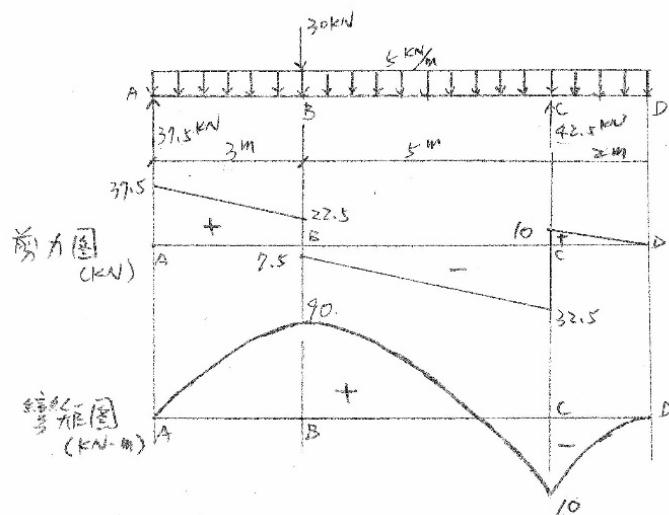
$$V_{CL} = -5 * 5 - 7.5 = -32.5 \text{ kN}$$

$$V_{CR} = -32.5 + 42.5 = 10 \text{ kN}$$

$$M_C = -\frac{5}{2} * 5^2 - 7.5 * 5 + 90 = -10 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\frac{dV}{dx} = -w \Rightarrow V_{(x)} - V_{CR} = -5x \Rightarrow V_{(x)} = -5x + V_{CR} = -5x + 10$$

$$\frac{dM}{dx} = V \Rightarrow M_{(x)} - M_C = -\frac{5}{2}x^2 + 10x \Rightarrow M_{(x)} = -\frac{5}{2}x^2 + 10x - 10$$



由彎矩圖可知 BC 段內有彎矩為零處

$$M_{(x)} = -\frac{5}{2}x^2 - 7.5x + 90 = 0 \Rightarrow x = 4.685 \text{ m}$$

距支承 A 距離 $4.685 + 3 = 7.685 \text{ m}$ 處彎矩為零

志光
保成
學儒



112年 虛實整合

多元學習新型態

重聽OK
旁聽OK



突破傳統上課形式 **5大方式**彈性又便利

| 面授學習 | 直播學習 | 在家學習 | 視訊學習 | Wifi學習 |

◆學習◆
零時差

同類科各班別
皆可同步直播上課

◆服務◆
零死角

服務緊貼需求
隨時掌握學習狀況



線上
課業諮詢



老師
申論批閱



雙師資
雙循環



多元
補課方式



上榜生
經驗親授



時事
專題講座



歷屆試題
練習



班導師
制度

各班服務略有不同，詳情請洽全國志光、保成、學儒門市

志光 學儒 保成

到底怎樣才能 輕鬆考取?



快來掌握 **8** 大課程密招



法科架構班

結合實務例子
建構法科概念



扎實正規班

完整堂數
循序漸進



工科全科班

公職+國營
一次到位



作文實戰班

強化寫作架構
理清邏輯概念



主題題庫班

主題教學
考點分析



精華總複習

掌握考點
增強實力



全真模擬考

比照真實考試
檢視應考實力



考前關懷講座

名師最終提點
觀念更加清晰



公職王歷屆試題 (111 年普考)

四、板為均質等向性材料，尺寸為 $450 \times 650 \times 20\text{mm}$ 。

(一)若板承受雙軸平面應力 $\sigma_x = 31\text{MPa}$ 及 $\sigma_y = 17\text{MPa}$ 作用，其相對的應變為 $\varepsilon_x = 240 \times 10^{-6}$ 和 $\varepsilon_y = 85 \times 10^{-6}$ ，求板的彈性模數 E 及柏松比 (Poisson's ratio) ν 。(10 分)

(二)若板為鋼材，承受雙軸平面應力 $\sigma_x = 67\text{MPa}$ 及 $\sigma_y = -23\text{MPa}$ 作用，鋼材的彈性模數 $E = 200\text{GPa}$ ，柏松比 $\nu = 0.30$ ，求鋼板的面內最大剪應變 $\gamma_{\max}$ 。(10 分)

【解題關鍵】

《考題難易》★★★

《破題關鍵》*廣義虎克定律的應用

*鋼板內最大剪應變要先以莫爾圓的半徑為求出最大剪應力，本題的剪力彈性模數 G 需自行求得。

【擬答】

(一)

$$\sigma_x = 31\text{MPa}, \sigma_y = 17\text{MPa}, \varepsilon_x = 240 \times 10^{-6}, \varepsilon_y = 85 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\Rightarrow 240 \times 10^{-6}E = 31 - \nu(17 + 0)$$

$$\Rightarrow 17\nu + 240 \times 10^{-6}E - 31 = 0 \dots \dots (1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z)$$

$$\Rightarrow 85 \times 10^{-6}E = 17 - \nu(31 + 0)$$

$$\Rightarrow 31\nu + 85 \times 10^{-6}E - 17 = 0 \dots \dots (2)$$

解上(1)(2)二式得 $E = 112.1\text{GPa}$ ， $\nu = 0.24$

(二)

$$\sigma_x = 67\text{MPa}, \sigma_y = -23\text{MPa}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{67 + 23}{2} = 45\text{MPa}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \frac{200}{2(1 + 0.3)} = 76.9\text{GPa}$$

$$\gamma_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{G} = \frac{45}{76.9 \times 10^3} = 5.85 \times 10^{-4}$$