111 年公務人員普通考試試題

類　科：經建行政
科　目：統計學概要

吳迪老師

參考值：
$z_{0.006}$=2.512，$z_{0.022}$=2.014，$z_{0.025}$=1.960，$z_{0.05}$=1.645，$z_{0.1}$=1.282，$z_{0.2}$=0.842
$t_{0.025,9}$=2.262，$t_{0.025,15}$=2.131，$t_{0.025,18}$=2.101，$t_{0.05,9}$=1.833，$t_{0.05,15}$=1.753，$t_{0.05,18}$=1.734
$X^2_{0.005,3}$=12.838，$X^2_{0.005,4}$=14.860，$X^2_{0.01,3}$=11.345，$X^2_{0.01,4}$=13.277，$X^2_{0.05,3}$=7.815，$X^2_{0.05,4}$=9.488
$F_{0.25,2,9}$=5.715，$F_{0.025,1,18}$=5.978，$F_{0.05,2,9}$=4.256，$F_{0.05,1,18}$=4.414

一、以下是甲、乙二地區之人口分布，以及 C 流行病在各年齡層之確診率與致死率。

人口分布(%)：

	0-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	>=70
甲	15.5	10.5	12.5	15.0	17.5	14.5	14.5
乙	21.0	13.5	17.5	15.0	16.5	12.5	4.0

各年齡層之確診率(%)：

	0-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	>=70
甲	2.5	3.5	6.5	10.5	15.0	25.5	36.5
乙	3.0	6.5	15.5	24.0	22.5	16.5	12.0

各年齡層之致死率(%)：

	0-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	>=70
甲	0.0	0.0	0.0	0.2	0.3	6.5	12.5
乙	0.0	0.2	0.3	0.4	1.5	8.0	13.5

其中，各年齡層之致死率=(該年齡層因 C 流行病而死亡之人數)/(該年齡層之確診人數)，各年齡層之確診率=(該年齡層之確診人數)/(所有年齡層之總確診人數)，並依地區分別計算。

㈠試問甲地區人口年齡之中位數落在那個年齡層？(5 分)

㈡不分年齡層之下，試分別計算甲、乙二地區之整體致死率。(10 分)

㈢試說明為何一個地區即使在各年齡層之致死率皆高於另一地區，其整體致死率仍可能低於另一地區。(5 分)

1.《考題難易》：★★簡單
2.《破題關鍵》：配合時事求機率有關的定義，其中有考到辛普森悖論，在人口結構相同的條件下比較兩地區的死亡率才有意義。

【擬答】

㈠以累積人數到 50%可求得中位數，落在 40 - 49 年齡層。

㈡ *1.* 甲地區整體致死率
=10.5%×0.2%+15.0%×0.3%+25.5%×6.5%+36.5%×12.5%=6.286%

2. 乙地區整體致死率
=6.5%×0.2%+15.5%×0.3%+24%×0.4%+22.5%×1.5%+16.5%×8%+12%×13.5%=3.433%

㈢甲地區各年齡層的致死率均低於乙地區，但甲地區整體致死率卻高於乙地區，這是由於人口結構不同所造成的，這種現象稱為辛普森悖論。

二、假設 X_1，X_2，…，X_{100} 為從標準常態機率分配隨機抽取之樣本，今從剛畢業之社會新鮮人隨機抽取 100 人，記錄其首份工作之月薪(萬元)，得 Y_1，Y_2，…，Y_{100}。現將此二組數據分別由小至大排序，得 $X_{(1)}<X_{(2)}<\cdots<X_{(100)}$與 $Y_{(1)}<Y_{(2)}<\cdots<Y_{(100)}$。若$(X_{(i)},Y_{(i)})$之分散圖，約為一條截距為 4、斜率為 0.5 之直線。試問社會新鮮人首份工作之月薪服從何種機率分配？又，月薪超過 5 萬元之比例為何？(10 分)

1.《考題難易》：★★簡單
2.《破題關鍵》：考常態分配的線性轉換，基本題。

【擬答】

㈠ X~N(0,1)，且 Y=4+0.5X

⇒Y~N(4,0.25)

即平均數 4，變異數 0.25 的常態分配

㈡ $P(Y>5)=P(Z>\frac{5-4}{0.5})=P(Z>2)=0.0228$

三、甲部門負責檢查 A 產品之品質，給予優、良、可、差四種評等。根據過去幾年之經驗，A 產品屬於此四個類別之比例分別為 10%、30%、40%、20%。今年隨機抽取 A 產品 400 件予以檢查，其中屬於此四種評等之比例分別為 12.5%、24%、37.5%、26%。在 0.01 顯著水準下，試檢定今年 A 產品之品質評等分布與過去幾年是否相同？(15 分)

1.《考題難易》：★非常簡單
2.《破題關鍵》：考卡方適合度檢定，是常見的考古題。

【擬答】

	優	良	可	差
Oi	50	96	150	104
Pi	10%	30%	40%	20%
ei	40	120	160	80

$\begin{cases} H_0：今年 A 產品之品質評等分布與過去幾年相同 \\ H_1：今年 A 產品之品質評等分布與過去幾年不同 \end{cases}$

$\alpha=0.05$

拒絕域 C= $\{X^2 \mid X^2>X^2_{0.01}(3)=11.345\}$

$$X^2=\sum\frac{(O_i-e_i)^2}{e_i}$$

$$=\frac{(50-40)^2}{40}+\frac{(96-120)^2}{120}+\frac{(150-160)^2}{160}+\frac{(104-80)^2}{80}$$

$=15.125\in C \Rightarrow R_eH_0$

結論：有證據顯示今年 A 產品之品質評等分布與過去幾年不同。

四、甲地區設置「樂齡學習中心」，提供 A、B 與 C 三種課程，這三種課程過去四期的評鑑分數如下。假設評鑑分數分別為來自三個常態母體之隨機變數，其母體平均數為 μ_A、μ_B、μ_C，而變異數相同。

A	79	78	83	80
B	90	84	91	95
C	80	78	82	76

㈠試寫出 ANOVA 表，並在顯著水準 0.05 下，檢定三種課程之評鑑分數是否相同。(15 分)

㈡試估計母體變異數，並求出 $\mu_A-\mu_B$ 的 95%信賴區間。(10 分)

1.《考題難易》：★★簡單
2.《破題關鍵》：考單因子 ANOVA，是常見的考古題。

【擬答】

㈠ $T_{1.}=320$，$T_{2.}=360$，$T_{3.}=316$，$T_{..}=996$

$n_1=n_2=n_3=4$，$N=12$

$\Sigma\Sigma X_{ij}^2=79^2+78^2+\ldots\ldots+76^2=83060$

SST=SSTR+SSE

① $SST=\Sigma\Sigma X_{ij}^2-\frac{T_{..}^2}{N}=83060-\frac{996^2}{12}=392$

② $SSTR=\Sigma\frac{T_{i.}^2}{n_i}-\frac{T_{..}^2}{N}=\left[\frac{320^2}{4}+\frac{360^2}{4}+\frac{316^2}{4}\right]-\frac{996^2}{12}=296$

③ SSE=SST－SSTR=96

ANOVA 表：

來源	SS	df	MS	F 值
組間	296	2	148	F=13.87
組內	96	9	10.67	
總變異	392	11		

$\begin{cases} H_0：\mu_A=\mu_B=\mu_C \\ H_1：\mu_i\text{不全相同，}i=A,B,C \end{cases}$

$\alpha=0.05$

拒絕域 $C=\{F \mid F>F_{0.05}(2,9)=4.256\}$

$F=13.87\in C\Rightarrow$ ReHo

結論：有證據顯示三種課程之評鑑分數不全相同。

㈡ $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma_3^2=MSE=10.67$

$\mu_A-\mu_B$ 信賴度 95%之信賴區間為

$$\left(\overline{X_A}-\overline{X_B}\pm t_{0.05}(9)\sqrt{\frac{MSE}{n_1}+\frac{MSE}{n_2}}\right)\Rightarrow\left(80-90\pm 2.262\sqrt{\frac{10.67}{4}+\frac{10.67}{4}}\right)$$

$\Rightarrow$（－15.2247，－4.7753）

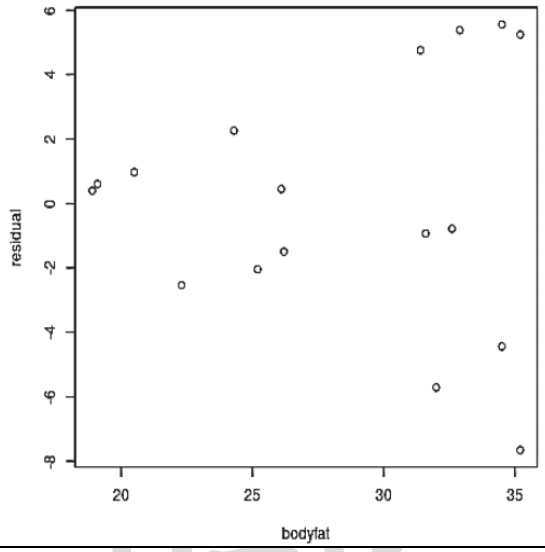
五、「身高體重指數」(Body Mass Index)是以身高、體重比例計算之指標，計算公式為：體重(公斤)/身高平方(公尺平方)。「體脂肪率」(Body Fat Percentage)是全身脂肪重量占體重的比例。王主任隨機抽取 20 位 60 歲以上男性，資料顯示兩變數之樣本相關係數為 0.56，以「身高體重指數」(y)對「體脂肪率」(x)作線性迴歸，得到估計的標準誤(standard error of estimate)為 5，以及下方殘差圖：

㈠試寫出 ANOVA 表。(10 分)

㈡試求判定係數(coefficient of determination)並解釋其意義。(5 分)

㈢在顯著水準 0.05 下，試檢定斜率係數是否為正值。(10 分)

㈣根據殘差圖試說明迴歸模型之假設是否合理。(5 分)



1.《考題難易》：★★簡單

2.《破題關鍵》：考簡單迴歸分析及其 ANOVA，但題目有些變化，考生做答時要細心

【擬答】

㈠ ANOVA 表：

來源	SS	df	MS	F 值
迴歸	206	1	206	F=8.24
殘差	450	18	25	
線變異	656	19		

㈡判定係數 $R^2=r^2=0.56^2=0.3136=31.36\%$

即此迴歸線解釋總變異比例為 31.36%

㈢$Y_i=\beta_0+\beta_1X_i+\varepsilon_i$ ，$\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma^2)$

$$\begin{cases} H_0：\beta \leqq 0 \\ H_1：\beta > 0 \end{cases}$$

$\alpha=0.05$

拒絕域 C= { F | F＞$F_{0.05}(1,18)$ =4.414 }

$F=8.24 \in C \Rightarrow R_eH_0$

結論：有證據顯示斜率係數為正值。

㈣因為 Body Fat 越大，殘值分佈範圍越大，即呈現開口向右漏斗分佈，所以未滿足迴歸模型之假設。

志光 × 保成 × 學儒
跟著學長姐
你也可以高分上榜
普考狀元 高考榜眼 黃〇慧 110高普考・經建行政
老師的許多重要考點以及解題架構都講解十分清楚，如果沒有法律基礎，只要跟著老師的步調，也能拿到平均分數。成功從來都沒有捷徑,想要怎樣的人生就得自己爭取，只要堅持到最後一刻，相信榜單上一定有你。
雙料金榜 應屆考取 傅〇 110高普考・財稅行政
這裡的師資很齊全，後備的服務資源也很完善。我是在校期間報名校園專案課程，這個課程有多元的上課方式，讓我可以一邊完成學校的課業，也不會落下補習班的進度，也因此我才能在畢業就考取公職。
雙料金榜 莊〇家 110高普考・統計
考試與學習是長期的，不應該是考試前要熬夜苦讀，考完試就可以不用繼續念書，應該視準備考試為生活的一部分，想放鬆就放鬆，但還是要持續的念，數學是累積學習的科目，慢慢理解每一個細節，就有機會上榜。
一年考取 陳〇宇 110高普考・財稅行政
正規班幾乎整天都會上課，在當天課程結束後，我至少會花兩個小時以上的時間將當日的課程做複習，加深自己的印象。除了補習班提供的教材資源外，並沒有額外購買其他參考書。補習班提供課本內容非常詳盡，準備國考綽綽有餘。

就是要找有上榜決心的你
志光 × 保成 × 學儒
高普考
地方特考
奪榜特訓班
十大課程特色
集中管理
學員須遵守奪榜特訓班管理辦法，徹底執行點名，嚴格管理。
固定劃位
一人一位，嚴格規定每日作息時間，幫助同學朝上榜前進。
按表操課
針對每個科目規劃複習進度表，讓你有效率的執行時間管理。
全面檢視
針對學習課程，規劃進度檢視考、課後考、全範圍複習考。
三大會考
比照國考日程考試，事先體驗國考臨場感，提升應考實力。
申論指導
傳授申論題高分答題與寫作技巧，迅速提升作答能力。
專屬課輔
專屬課輔導師，針對應考科目或測驗內容，提供解答與指導。
弱科加強
針對重點科目進行命題焦點授課，複習考試重點或補充新實務見解。
佳作觀摩
定期公布奪榜特訓班學生申論佳作，藉此學習他人寫作長處。
選擇精熟
訓練縮短作答時間，測驗後做課後檢討，助您短時間內精熟選擇題。
－完整課程資訊詳洽全國志光・保成・學儒門市－