111年公務人員高等考試三級考試試題

等別：高考三級
類科：土木工程
科目：測量學

賴明老師解題

一、任何測量作業之先，大都需要實施控制測量，建立一些控制點以作為後續測量作業的依據。請說明控制測量的工作項目及其作業的基本原則。(25分)

【解題關鍵】
1.《考題難易》★★★
2.《破題關鍵》關鍵字：控制測量。重點提要：工作項目及其作業的基本準則。

【擬答】：

「控制測量」是指進行測量工作前，先於施測區域周圍及內部選定數個點位，並以精密測量儀器測定點位的坐標，這些點位統稱為「控制點」，作為後續所有測量作業的依據。

㈠控制測量的工作項目

*1.*依據基本測量實施規則

⑴點位清查、選點及埋點。
⑵網形設計及精度評估。
⑶作業規劃。
⑷儀器裝備校正。
⑸觀測及計算。
⑹精度及變動量分析。
⑺調製成果圖表。
⑻建檔及公告。

*2.*如採用　加密控制點衛星定位測量

⑴規劃準備：作業前的準備工作，包含施測前之資料蒐集等應備事項及作業方法。
⑵新設點位規劃：對區域範圍進行整體評估，作為新設點位之依據，應符合相關原則。
⑶控制點清查：準備工作完成後，應對現存之控制點位進行清理，作業包含清查前之準備工作、清查中之繪製調查表、清查後之成果整理及檢測等。
⑷實地選點：為確保新設點有良好之衛星定位測量適應性，實地勘查選點後，製作紀錄表，作為第一階段成果檢查。
⑸埋設標石：為確保標石長時間穩固，作為測量依據，降低因時間造成之破損或難以辨識等情形，遂訂定相關埋設之作業流程。
⑹外業觀測：因應靜態觀測之作業精度及時間，於外業實測前應先行規劃其排程，並對規劃結果做第二階段成果檢查。
⑺成果計算與偵錯：因加密控制點具有作為本市施測依據之重要性，對成果解算之精度務必詳實精確要求，於外業觀測結束後即應立即進行解算，倘有明顯錯誤者方可迅速應對。
⑻成果檢查：於點位成果計算完全結束後，做第三階段成果檢查，檢查通過後方可作後續成果之應用。
⑼調製成果圖表：為求加密控制點成果之長期適用性，調製成果圖表力求統一及資訊完整，以便於未來相關作業之使用。
⑽成果移交：實施衛星測量後之各項成果、圖冊、電子資料檔案，繳交相關機關，各機關視權責與資料性質分別保管使用。

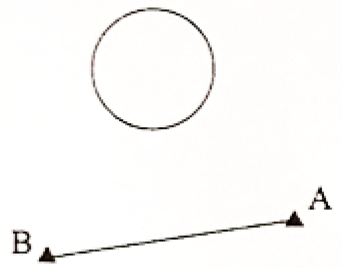
㈡控制測量作業的基本準則

如辦理加密控制點衛星測量，其作業的基本準則。

*1.*作業方法：採靜態測量方式辦理，並使用雙頻衛星接收儀。
*2.*人員編組：每組人員以 2 人為原則，點位較難到達時可酌量增加人數。

3. 布設原則：加密控制點以實際辦理地區為實施單位，一級加密控制點邊長應以 3~8 公里布設一點為原則；二級加密控制點邊長則以 500 公尺布設一點為原則，如因地形限制時，則以 300～1500 公尺布設一點，所布設點位，應均勻涵蓋全測區。
4. 坐標系統：辦理加密控制點測量作業所採用之坐標系統係依據「地籍測量實施規則」第四條規定，以內政部公布之「測量基準」辦理相關成果計算。
   測量基準以採用 1997 臺灣地區大地基準（TWD97）為原則，採用 1980 年國際大地測量學與地球物理學協會公布之參考橢球體（GRS80），其橢球參數如下：長半徑 a=6378137 公尺，短半徑 b=6356752.3141 公尺，扁率 f=1/298.257222101。
   地圖投影方式，臺灣、琉球、綠島、蘭嶼及龜山島等地區採用橫梅式投影經差二度分帶，其中央子午線為東經 121 度，投影原點向西移 250,000 公尺，中央子午線尺度比為 0.9999。
5. 精度規範：觀測應使用可接收雙頻載波相位之大地測量用衛星接收儀，儀器精度優於 5mm±1ppm。

二、今天有大型圓形構造物，因故無法在其中心或頂端設置任何測量儀器，且圓形構造物內外部無法通視，內部也無法對空通視，其外緣一圈也對空通視不良。在該圓形構造物的外部不遠處有兩個可以互相通視的已知點A和B(如略圖)，試設計一個以全測站儀測量求定該圓形構造物中心坐標及圓半徑的可行方法，並請說明應用所設計的測量方法如何計算出該圓形構造物的中心坐標及圓半徑。(25分)



【解題關鍵】
1.《考題難易》★★★★
2.《破題關鍵》關鍵字：測量方法之設計，無法對空通視，全測站儀測量。
　　　　　　　重點提要：圓形，切線，最短距離。

【命中特區】
書名：測量學 題型班上課講義
作者：賴明
章節出處：考古題，考題 B-6-38，96-地方特考四等-測量學概要-第一題。

【擬答】：
假設：A 點坐標為(E_A,N_A)，B 點坐標為(E_B,N_B)
　　　圓心 O 點坐標為(E_O,N_O)，圓半徑為 R。

㈠以全測站儀測量求定該圓形構造物中心坐標及圓半徑的可行方法
1. 於已知點 A 點整置全測站儀，後視另一個已知點 B 點，以標定方向。
2. 右旋全測站儀，照準圓形構造物的二條切線，得二個切點 T_1，T_2，觀測得二個水平角 β_1，β_2。
3. 仍於 A 點，再照準 A 點到構造物的最短距離，得 ℓ

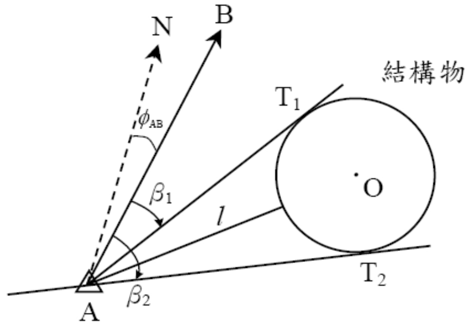
㈡圓心坐標及圓半徑之計算
1. 由 A,B 二個已知點坐標，得方位角
⑴計算坐標差：$\Delta E_{AB}=E_B-E_A$ 和 $\Delta N_{AB}=N_B-N_A$。
⑵取坐標差的絕對值，計算初步的方位角 θ_{AB}

$$\theta_{AB}=\tan^{-1}\frac{|E_B-E_A|}{|N_B-N_A|}=\tan^{-1}\frac{|\Delta E_{AB}|}{|\Delta N_{AB}|}$$

⑶依據所在的象限，由下表計算方位角 ϕ_{AB}

象限	ΔE	ΔN	方位角 ϕ_{AB}
Ⅰ	＋	＋	$\phi_{AB}=\theta_{AB}$
Ⅱ	＋	－	$\phi_{AB}=180°-\theta_{AB}$
Ⅲ	－	－	$\phi_{AB}=180°+\theta_{AB}$
Ⅳ	－	＋	$\phi_{AB}=360°-\theta_{AB}$

2. 計算圓半徑 R



如右圖， $\angle T_1AT_2=\beta_2-\beta_1$

$\because \overline{OT_1}=\overline{OT_2}=R=$半徑， $\angle AT_1O=\angle AT_2O=90°$ ，

$\overline{AT_1}=\overline{AT_2}=$切線長

$\therefore$ ΔAOT_1 全等於ΔAOT_2 （SAS 關係）

$\therefore \angle OAT_1=\angle OAT_2=\frac{1}{2}\angle T_1OT_2=\frac{1}{2}\times(\beta_2-\beta_1)$

ΔAOT_2 中， $\dfrac{R}{R+\ell}=\sin\angle OAT_2=\sin\left[\frac{1}{2}(\beta_2-\beta_1)\right]$

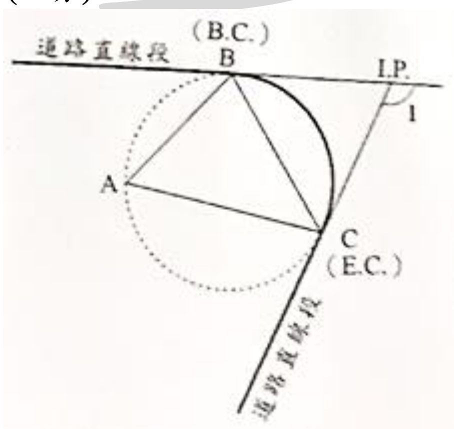
$R=\ell\times\dfrac{\sin\angle OAT_2}{1-\sin\angle OAT_2}$

3. 計算圓心 O 點坐標為(E_O,N_O)

$\overline{AO}=R+\ell=\ell+\ell\times\dfrac{\sin\angle OAT_2}{1-\sin\angle OAT_2}=\dfrac{\ell}{1-\sin\angle OAT_2}$ ， $\phi_{AO}=\phi_{AB}+\beta_1+\angle T_1AO$

$E_O=E_A+\overline{AO}\times\sin\phi_{AO}$ ， $N_O=N_A+\overline{AO}\times\cos\phi_{AO}$

三、一條公路如圖所示，BC為圓弧路段，B點為圓弧曲線的起點(B.C.)，C點為圓弧曲線的終點(E.C.)。A、B、C三點共圓，其坐標分別為(x_A，y_A) = (190.000,260.000)、(x_B，y_B) = (500.000,560.000)和(x_C，y_C) = (755.000,110.000)(單位均為公尺)，I.P點的里程為210K+348。試求三角形△ABC的三個邊長和三個內角值、圓弧曲線率半徑、B點到I.P.點的線長、圓弧$\widehat{BC}$的長度和角度I之值、圓弧曲線起點(B.C.)和終點(E.C.)的里程。(所有角度計算到秒，秒以下四捨五入；長度計算到毫米，毫米以下四捨五入)。(25分)



【解題關鍵】
1.《考題難易》★★★★★
2.《破題關鍵》關鍵字：單曲線分析。重點提要：單曲線圓心=外接圓圓心(外心)。

【擬答】：

1. 計算三角形ΔABC 的三個邊長

$a=\overline{BC}=\sqrt{(755-500)^2+(110-560)^2}=517.228\,m$

$$b=\overline{AC}=\sqrt{(755-190)^2+(110-260)^2}=584.572m$$

$$c=\overline{AB}=\sqrt{(500-190)^2+(560-260)^2}=431.393m$$

2.計算三角形△ABC 的三個內角值，使用餘弦定律

$$\angle A=\cos^{-1}\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\cos^{-1}\frac{584.572^2+431.393^2-517.228^2}{2\times584.572\times431.393}=58°55'45''$$

$$\angle B=\cos^{-1}\frac{a^2+c^2-b^2}{2ca}=\cos^{-1}\frac{517.228^2+431.393^2-584.572^2}{2\times517.228\times431.393}=75°28'40''$$

$$\angle C=\cos^{-1}\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\cos^{-1}\frac{584.572^2+517.228^2-431.393^2}{2\times584.572\times517.228}=45°35'35''$$

3.圓弧曲線曲率半徑

(1)先計算外接圓圓心坐標

假設：A,B,C 三點所形成的外接圓圓心 O(外心)坐標為(X,Y)

依據定義：外心 O 至三角形三個頂點的距離相等

$$(X-X_A)^2+(Y-Y_A)^2=(X-X_B)^2+(Y-Y_B)^2 \quad \ldots\ldots(1)$$

$$(X-X_B)^2+(Y-Y_B)^2=(X-X_C)^2+(Y-Y_C)^2 \quad \ldots\ldots(2)$$

展開，整理得 $2(X_B-X_A)\cdot X+2(Y_B-Y_A)\cdot Y=X_B^2+Y_B^2-(X_A^2+Y_A^2)$

$2(X_C-X_B)\cdot X+2(Y_C-Y_B)\cdot Y=X_C^2+Y_C^2-(X_B^2+Y_B^2)$

令：$a_1=2(X_B-X_A)$，$b_1=2(Y_B-Y_A)$，$c_1=X_B^2+Y_B^2-(X_A^2+Y_A^2)$

$a_2=2(X_C-X_B)$，$b_2=2(Y_C-Y_B)$，$c_2=X_C^2+Y_C^2-(X_B^2+Y_B^2)$

得 $\begin{cases}a_1X+b_1Y=c_1\\a_2X+b_2Y=c_2\end{cases}$，其解為 $X=\dfrac{\begin{vmatrix}c_1 & c_2\\b_1 & b_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\b_1 & b_2\end{vmatrix}}$，$Y=-\dfrac{\begin{vmatrix}c_1 & c_2\\a_1 & a_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\b_1 & b_2\end{vmatrix}}$

已知：$X_A=190, Y_A=260$，$X_B=500, Y_B=560$，$X_C=755, Y_C=110$

$a_1=2(X_B-X_A)=2\times(500-190)=620$，$b_1=2(Y_B-Y_A)=2\times(560-260)=300$

$c_1=X_B^2+Y_B^2-(X_A^2+Y_A^2)=500^2+560^2-(190^2+260^2)=459900$

$a_2=2(X_C-X_B)=2\times(755-500)=510$，$b_2=2(Y_C-Y_B)=2\times(110-560)=-900$

$c_2=X_C^2+Y_C^2-(X_B^2+Y_B^2)=755^2+110^2-(500^2+560^2)=18525$

$$\therefore \quad X=\frac{\begin{vmatrix}c_1 & c_2\\b_1 & b_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\b_1 & b_2\end{vmatrix}}=\frac{\begin{vmatrix}459900 & 18525\\600 & -900\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}620 & 510\\600 & -900\end{vmatrix}}=\frac{-425025000}{-864000}=491.92m$$

$$Y=-\frac{\begin{vmatrix}c_1 & c_2\\a_1 & a_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\b_1 & b_2\end{vmatrix}}=-\frac{\begin{vmatrix}459900 & 18525\\620 & 510\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}620 & 510\\600 & -900\end{vmatrix}}=-\frac{223063500}{-864000}=258.175m，$$

圓心坐標(X,Y)=(491.927m,258.175m)

(2)計算圓半徑 R

$$R=\overline{OB}=\sqrt{(491.927-500)^2+(258.175-560)^2}=301.932m=\overline{OA}=\overline{OC}$$

4.角度 I 之值

$\because a=\overline{BC}=$長弦長，$\dfrac{\frac{a}{2}}{R}=\sin\dfrac{I}{2}$，$I=2\times\sin^{-1}\dfrac{\frac{a}{2}}{R}=2\times\sin^{-1}\dfrac{\frac{1}{2}\times517.228}{301.932}=117°51'31''$

5. 切線長 T：$T = R \cdot \tan\dfrac{I}{2} = 301.932 \times \tan\dfrac{117°51'31''}{2} = 501.096m$

6. 圓弧長 L：$L = R \cdot I \cdot \dfrac{\pi}{180°} = 301.932 \times 117°51'31'' = 621.080m$

7. 起點（B.C.）和終點（E.C.）的里程

起點的里程=I.P.點的里程 – 切線長 = 210K+348 – 501.096=209K+846.904

終點的里程=起點的里程+圓弧長=209K+846.904+621.080=210K+467.984

四、試申論大氣折光差及水準面曲率差(習稱為地球曲率差)對於一條直接水準測線的影響。(25分)

【解題關鍵】

1.《考題難易》★★★

2 2.《破題關鍵》關鍵字：兩差。重點提要：對直接水準測線的影響。

【命中特區】

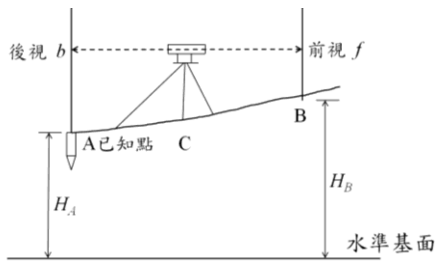
書名：測量學　上課教材

作者：賴明

章節出處：第三章 水準測量　之　八、水準儀的校正與整置。

【擬答】：

大氣折光差及水準面曲率差（習稱為地球曲率差）=兩差



∵ 地球曲率差 $C_E = \dfrac{S^2}{2R}$，大氣折光差 $C_R = -k\dfrac{S^2}{2R}$

∴ 兩差 $C_{E-R} = C_E + C_R = (1-k)\dfrac{S^2}{2R}$

式中；R：地球曲率半經 6371 km。

S：二點間水平距離(公里)。

k：大氣折光係數 k=0.13。

設：測站 C 與觀測點 A,B 二點的水平距離為 $\overline{AC}$、$\overline{BC}$；觀測 A,B 二點的讀數為 b, f。如考慮兩差，則 A,B 二點高程差 Δh_{AB}

$$\Delta h_{AB} = \left[b - (1-k)\frac{\overline{AC}^2}{2R}\right] - \left[f - (1-k)\frac{\overline{BC}^2}{2R}\right]，\Delta h_{AB} = (b-f) - (1-k)\left(\frac{\overline{AC}^2}{2R} - \frac{\overline{BC}^2}{2R}\right)$$

式中；$(1-k)\left(\dfrac{\overline{AC}^2}{2R} - \dfrac{\overline{BC}^2}{2R}\right)$ 為兩差對直接水準測線之影響值

如；後視距離=前視距離，$\overline{AC} = \overline{BC}$，則 $\left(\dfrac{\overline{AC}^2}{2R} - \dfrac{\overline{BC}^2}{2R}\right) = 0$

∴ A,B 二點高程差 $\Delta h_{AB} = b - f$　　∴ 前、後視距離相等可以消除兩差