

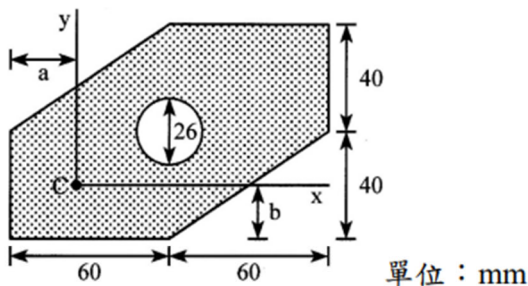
111 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：土木工程

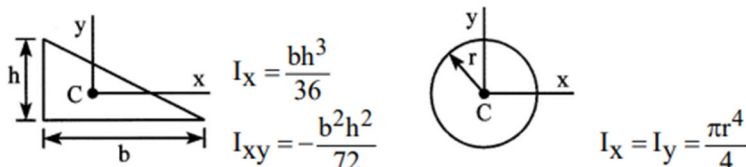
科 目：工程力學（包括材料力學）

簡立強老師解題

- 一、有一材質均勻之六邊形板尺寸如下圖所示，板中心有一 26mm 直徑之開孔。試求此板形心 C 與板邊界之距離 a 及 b。如 x 與 y 為通過板形心 C 之水平軸及垂直軸，試求此板之慣性矩 I_x 、 I_y 及慣性矩乘積 I_{xy} 。(25 分)



提示：



【解題關鍵】

《考題難易》★

《破題關鍵》*板尺寸有對稱性，可直接求得形心在對稱軸的交點。

*利用平行軸定理求慣性矩。

【擬答】

板尺寸對稱於開孔圓心，故 $a = 60 \text{ mm}$ ， $b = 40 \text{ mm}$

$$a = \frac{80 \times 120 \times 60 - \frac{1}{2} \times 60 \times 40 \times 20 - \frac{1}{2} \times 60 \times 40 \times 100 - \frac{\pi}{4} \times 26^2 \times 60}{80 \times 120 - \frac{1}{2} \times 60 \times 40 \times 2 - \frac{\pi}{4} \times 26^2}$$

$$\Rightarrow a = 60 \text{ mm}$$

$$I_x = \frac{1}{12} \times 120 \times 80^3 - \frac{\pi}{4} (13)^4 - \frac{1}{36} \times 60 \times 40^3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 60 \times 40 \times \left(\frac{2}{3} \times 40\right)^2 \times 2$$

$$= 3177568 \text{ mm}^4$$

$$I_y = \frac{1}{12} \times 80 \times 120^3 - \frac{\pi}{4} (13)^4 - \frac{1}{36} \times 40 \times 60^3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 60 \times 40 \times \left(\frac{2}{3} \times 60\right)^2 \times 2$$

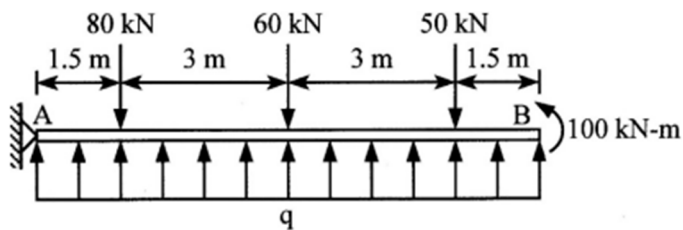
$$= 7177568 \text{ mm}^4$$

$$I_{xy} = 0 - \left[-\frac{1}{72} \times 60^2 \times 40^2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 60 \times 40 \times (-40) \left(\frac{2}{3} \times 40\right) - \frac{1}{2} \times 60 \times 40 \times (40) \left(-\frac{2}{3} \times 40\right) \right] = 2720000 \text{ mm}^4$$

答： $a = 60 \text{ mm}$ ， $b = 40 \text{ mm}$ 慣性矩 $I_x = 3177568 \text{ mm}^4$ ， $I_y = 7177568 \text{ mm}^4$ 慣性積 $I_{xy} = 2720000 \text{ mm}^4$

公職王歷屆試題 (111 年高考三級)

二、一 AB 水平桿件受一垂直均佈載重 q 、三個垂直集中載重及一個集中彎矩載重，A 點為鉸支承(hinge)，B 點為自由端。若已知該桿件處於靜止狀態，試計算均佈載重 q 之值、A 點之水平與垂直反力(包含作用方向)，並試繪此桿件之剪力圖及彎矩圖。(25 分)



【解題關鍵】

《考題難易》★★

《破題關鍵》*均布載重為向上，口訣為均斜凹，因此彎矩圖為凹曲線。

*均布載重為定值，所以各段剪力圖斜率是相同，繪製時須注意。

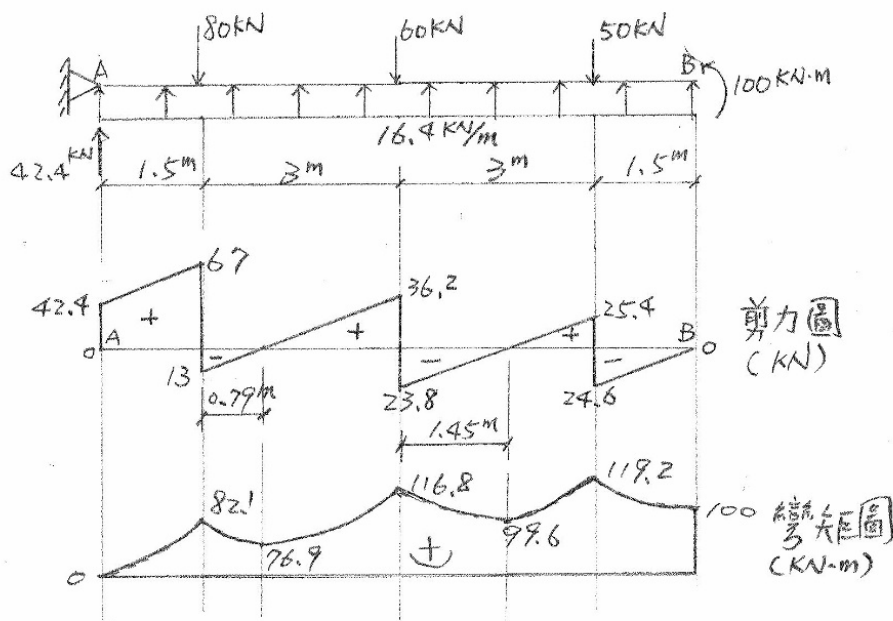
【擬答】

桿件處於靜止狀態，以靜力平衡解反力

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 80 \times 1.5 + 60 \times 4.5 + 50 \times 7.5 - 100 - 0.5 \times q \times 9^2 = 0 \Rightarrow q = 16.4 \text{ kN/m}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0 \text{ (A 點之水平反力)}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 80 + 60 + 50 - 16.4 \times 9 - A_y = 0 \Rightarrow A_y = 42.4 \text{ kN}(\uparrow) \text{ (A 點之垂直反力)}$$



志光學儒保成

我變強的祕密

⚙️ 工科題庫班 ⚙️

解析 題目觀念



精選易錯題型
加強觀念解析

強化 解題技巧



以題目授課
加強應考實力

增快 答題速度



加強快速審題
增加取分機會

題庫班老師會將考試內容做統整，並講解解題需注意的點，讓學生在考場上遇到相似題型，不會不知如何著手以及解省時間。

110年 高考&鐵路高員電子工程 李O憲 **考取2種考試**



志光學儒保成

到底怎樣才能 輕鬆考取?



快來掌握 8 大課程密招



法科架構班

結合實務例子
建構法科概念



扎實正規班

完整堂數
循序漸進



工科全科班

公職+國營
一次到位



作文實戰班

強化寫作架構
理清邏輯概念



主題題庫班

主題教學
考點分析



精華總複習

掌握考點
增強實力



全真模擬考

比照真實考試
檢視應考實力



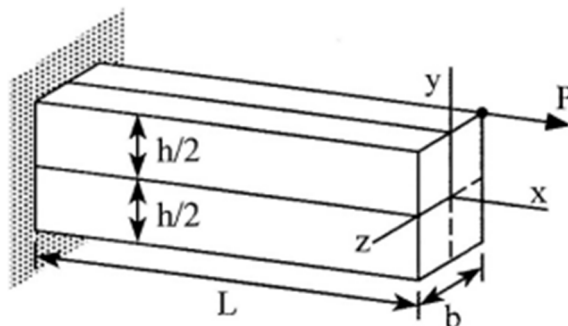
考前關懷講座

名師最終提點
觀念更加清晰



公職王歷屆試題 (111年高三級)

三、有一矩形斷面之懸臂梁，梁長度 $L=4\text{m}$ ，寬度 $b=40\text{cm}$ ，高度 $h=60\text{cm}$ 。此梁於自由端受一集中載重 P ， P 平行於 x 軸且作用於梁斷面之角落。此梁任一斷面受到之彎矩 M_y 及 M_z 為何？如此梁所能承受之最大張應力值或最大壓應力值皆不能超過 40MPa ，試計算 P 之最大值為何？(25分)



【解題關鍵】

《考題難易》★★

《破題關鍵》*將軸力移至形心點上時須加上彎矩 M_y 及 M_z ， M_y 對應 I_y ， M_z 對應 I_z 。

*須分別求出最大張應力可施加的 P 力及最大壓應力可施加的 P 力，二者取小者。

【擬答】

軸力 $N=P$

$$M_y = P \times \frac{b}{2} = \frac{Pb}{2}$$

$$M_z = P \times \frac{h}{2} = \frac{Ph}{2}$$

$$I_z = \frac{1}{12}bh^3$$

$$I_y = \frac{1}{12}b^3h$$

$$A = bh$$

最大張應力

$$\sigma_t = \frac{P}{A} + \frac{M_y(\frac{b}{2})}{I_y} + \frac{M_z(\frac{h}{2})}{I_z} = \frac{P}{bh} + \frac{\frac{Pb}{2} \cdot \frac{b}{2}}{\frac{1}{12}b^3h} + \frac{\frac{Ph}{2} \cdot \frac{h}{2}}{\frac{1}{12}bh^3}$$

$$\Rightarrow \sigma_t = \frac{P}{bh} + \frac{3P}{bh} + \frac{3P}{bh} = \frac{7P}{bh}$$

$$\sigma_t \leq 40\text{MPa} \Rightarrow \frac{7P}{bh} \leq 40\text{MPa} \Rightarrow 7P \leq 40bh = 40(400)(600) \Rightarrow P \leq 1371\text{ kN}$$

最大壓應力

$$\sigma_c = \frac{P}{bh} - \frac{3P}{bh} - \frac{3P}{bh} = \frac{-5P}{bh}$$

$$\sigma_c \leq 40\text{MPa} \Rightarrow \frac{5P}{bh} \leq 40\text{MPa} \Rightarrow 5P \leq 40(400)(600) \Rightarrow P \leq 1920\text{ kN}$$

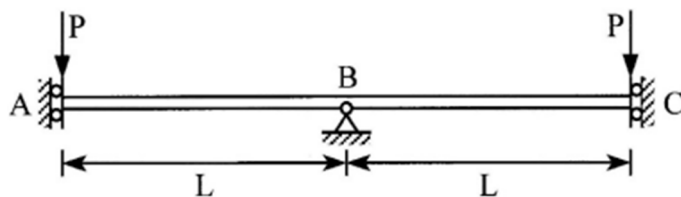
答： $M_y = \frac{Pb}{2}$

$M_z = \frac{Ph}{2}$

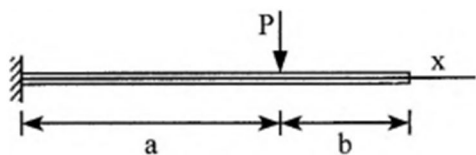
P 最大值為 1371kN

公職王歷屆試題 (111 年高考三級)

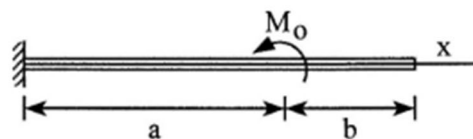
四、有一 ABC 連續樑，B 點為鉸支撐，A 點及 C 點為滑動支撐 (sliding support)，設梁之彎矩勁度為 EI。試求 B 點之反力及作用方向、B 點之彎矩 (註明正值或負值)，A 點及 C 點之彎矩 (註明正值或負值)，A 點及 C 點之位移及位移方向。(25 分)



提示：考慮對稱性及重疊法



$$v(x) = -\frac{Px^2}{6EI}(3a-x), \quad (0 \leq x \leq a)$$



$$v(x) = \frac{M_0x^2}{2EI}, \quad (0 \leq x \leq a)$$

【解題關鍵】

《考題難易》★★★

《破題關鍵》*梁為對稱梁，在對稱點的轉角為零。A 點及 C 點的彎矩相等且方向相反。

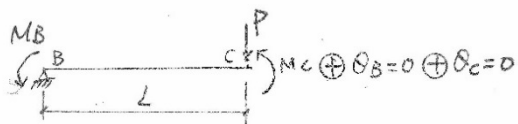
*折 BC 段自由體，因 $\theta_B = 0$ 且為鉸支撐無位移，故可視為固定端的力學行為。

*拆解梁的 BC 段利用題目給的公式，以 C 點的轉角為零的條件可求出 C 點的未知彎矩值。

* $\theta = V'(x)$ ， $V(x)$ 的一次微分為轉角。

【擬答】

梁為對稱梁，所以 $\theta_B = 0$ 且 A 點及 C 點之彎矩相等方向相反



如自由體圖，B 點可視為固定支承，依題意 $v(x)$ 公式計算 C 點之轉角 $\theta_C = 0$

由 $\theta = V'(x)$ 計算轉角

集中載重 P 得 θ_{CP}

$$\theta_{CP} = V'_{xP}(L) = -\frac{PL}{2EI}(2L-L) = -\frac{PL^2}{2EI}$$

彎矩載重 M_c 得 θ_{cM}

$$\theta_{cM} = V'_{xM}(L) = \frac{M_cL}{EI}$$

$$\theta_C = 0 \Rightarrow \theta_{CP} + \theta_{cM} = 0 \Rightarrow -\frac{PL^2}{2EI} + \frac{M_cL}{EI} = 0$$

$$\therefore M_c = \frac{PL}{2} (\checkmark)$$

如自由體圖 B 點彎矩

$$M_B = PL - \frac{PL}{2} = \frac{PL}{2} (\text{負值})$$

由整體梁假設 B 點反力 B_y 向上

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y - 2P = 0 \Rightarrow B_y = 2P (\uparrow)$$

A 點及 C 點之位移及位移方向，由自由體圖得知

$$\Delta_A = \Delta_C = V_{xP} + V_{xM} = -\frac{PL^2}{6EI}(3L-L) + \frac{M_cL^2}{2EI} = -\frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL^3}{2EI} = -\frac{PL^3}{12EI} = \frac{PL^3}{12EI} (\downarrow)$$

公職王歷屆試題 (111年 高考三級)

答：B 點反力 $B_y = 2P$ 向上

B 點之彎矩為 $\frac{PL}{2}$ (負值)

A 點及 C 點之彎矩 $M_A = \frac{PL}{2}$ (↺) , $M_C = \frac{PL}{2}$ (↻)

A 點及 C 點之位移 $\Delta_A = \Delta_C = \frac{PL^3}{12EI}$ 向下

公
職
王