

111 年公務人員高等考試三級考試試題

等 別：三等考試

類 科：測量製圖

科 目：測量學（包括地籍測量）

賴明老師

甲、申論題部分：

- 一、國際地球參考框架（International Terrestrial Reference Frame, ITRF）的公布資訊包含各框架站坐標、速度及震後變形模型（post-seismic deformation model），臺灣 TWD97 坐標亦約制於 ITRF 之下，試申論 TWD97 如何與 ITRF 聯繫，以及可如何運用 ITRF 公布的資訊維護 TWD97 坐標成果。（25 分）

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：國際地球參考框架（ITRF）、TWD97。

重點提要：TWD97 與 ITRF 聯繫、運用 ITRF 資訊維護 TWD97 坐標。

【擬答】

(一)TWD97 與 ITRF 聯繫

1. TWD97[1997]

TWD97 採用國際地球參考框架(ITRF)，當年度採用框架 ITRF94。ITRF 為利用全球測站網之觀測資料推算所得之地心坐標系統，其方位採國際時間局(BIH)定義在 1984.0 時刻的方位。

2. TWD97[2010]

其測量基準與定義均與 TWD97 相同，惟套合至國際固定站之 2010.0 時刻成果，再依據 ITRS 公告的框架轉換參數，將成果轉換至 ITRF94 框架，此為現階段臺灣採用的國家坐標系統。

3. TWD97[2019]

以 ITRF14(2014)國際地面參考框架為基準，計算鄰近臺灣的國際基準站 6 站與全國 GNSS 連續站 432 站間之基線解算成果。或以 ITRF14 國際地面參考框架為基準，計算鄰近臺灣的國際基準站 13 站與全國 GNSS 連續站 432 站間之基線解算成果。重新測設 TWD97[2019]坐標。

(二)運用 ITRF 公布的資訊維護 TWD97 坐標成果的方法

方法有三種：重新測設 TWD97[2019]坐標、更新全部 TWD97[2010]坐標、維護部分 TWD97[2010]坐標。

1. 重新測設 TWD97[2019]坐標

(1)將網形平差成果，利用 ITRS 所提供的地面參考框架轉換參數及公式，由 ITRF2014 轉換至 ITRF94@2019.0 之坐標成果。

(2)以國際基準站作為約制點，套合計算求得全國 GNSS 連續站 TWD97[2019]坐標 (ITRF94 @2019.0)

(3)再以全國 GNSS 連續站 TWD97[2019]坐標作為約制點，套合計算求得個衛星控制點 TWD97[2019]坐標(ITRF94 @2019.0)

2. 更新全部 TWD97[2010]坐標

(1)依網形聯合平差成果，選定金門、馬祖連續站之 TWD97[2010]公告坐標作為約制點，套合計算求得全國 432 個 GNSS 連續站 TWD97[2010]更新後坐標(ITRF94 @2019.0)。

(2)再以全國 432 個 GNSS 連續站 TWD97[2010]更新後坐標作為約制點，套合計算求得 2354 點全國各級衛星控制點 TWD97[2010]更新後坐標(ITRF94 @2019.0)。

3. 維護部分 TWD97[2010]坐標

- (1)選定 GNSS 連續站及各級基本控制點之約制門檻值。
- (2)將 GNSS 連續站之自由網聯合平差成果與 TWD97[2010]公告坐標進行比對，如大地基準站之平面變動量小於 3 公分，一等衛星控制點(GNSS 連續站)之平面變動量小於 5 公分，則視為未變動(一級約制點)。
- (3)以未變動 GNSS 連續站之 TWD97[2010]公告坐標(一級約制點)作為約制點，套合計算求得其他已變動 GNSS 連續站之 TWD97[2010]公告坐標(二級約制點)。
- (4)再以未變動 GNSS 連續站之 TWD97[2010]公告坐標(一級約制點)及已變動 GNSS 連續站之 TWD97[2010]公告坐標(二級約制點)，套合計算求得各級衛星控制點坐標，並與其 TWD97[2010]公告坐標進行比對，如平面變動量小於 7 公分的基本控制點視為未變動(三級約制點)。
- (5)最後以未變動 GNSS 連續站之 TWD97[2010]公告坐標(一級約制點)、已變動 GNSS 連續站之 TWD97[2010]公告坐標(二級約制點)及未變動衛星控制點 TWD97[2010]公告坐標(三級約制點)作為約制點，套合計算求得其他已變動衛星控制點 TWD97[2010]維護後坐標。

二、請說明六參數轉換(affine transformation)的內容，並推导图(1)旋轉矩陣的各元素 r_i ；另若測區共同點分別如图(2)、(3)之分布，則在相同精度品質下，試說明何種分布求得的轉換參數較佳。(25 分)

自 XY 坐標系 (XY 軸垂直) 旋轉至 $X'Y'$ 坐標系

$$(X'Y' \text{ 軸垂直}) \text{ 的旋轉矩陣 } R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ r_3 & r_4 \end{bmatrix}$$

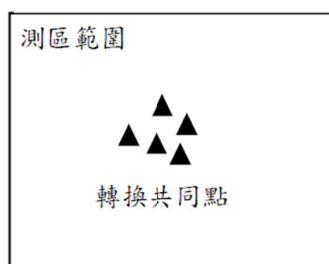
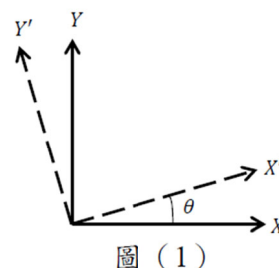


圖 (2)

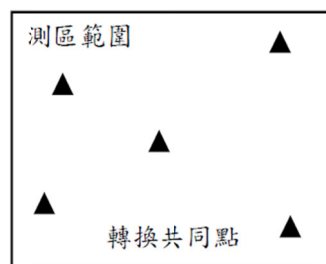


圖 (3)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：單參數轉換、六參數轉換。重點提要：公式推導。

【命中特區】

書名：測量學 上課教材

作者：賴明

章節出處：第一章 平面測量學基礎 之 第 6 節 坐標轉換

【擬答】

(一)六參數轉換的內容

1. 說明： β ：旋轉參數。 δ ： x, y 軸並非正交（非直角座標系統）之夾角 c_1, c_2 ：平移參數。 Sx ： x_1 軸之尺度比參數。 Sy ： y_1 軸之尺度比參數2. 考慮坐標軸非正交之效應 ($x_1' - x_1$)

$$\begin{cases} x_1' = x_1 \times \cos \delta \\ y_1' = y_1 \times \sin \delta \end{cases} \quad \text{設 } \delta \text{ 很小} \quad \cos \delta \approx 1 \quad \sin \delta \approx \delta$$

$$\therefore \begin{cases} x_1' = x_1 \\ y_1' = y_1 + \delta \times x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1' \\ y_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \delta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = M_\delta \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

3. 再考慮：平移 (c_1, c_2)，旋轉 (β)，尺度比 (Sx 對 x_1 ， Sy 對 y_1) 效應

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \delta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Sx \times x_1 \\ Sy \times y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = M_\beta M_\delta \begin{bmatrix} Sx \times x_1 \\ Sy \times y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$$M = M_\beta M_\delta = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \delta & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta - \delta \times \sin \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta + \delta \times \cos \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} Sx \times x_1 \\ Sy \times y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = Sx(\cos \beta - \delta \times \sin \beta) \quad b_1 = -Sx \times \sin \beta$$

$$a_2 = Sy(\sin \beta + \delta \times \cos \beta) \quad b_2 = Sy \times \cos \beta$$

志光
保成
學儒

112年 虛實整合

多元學習新型態

重聽OK
旁聽OK

突破傳統上課形式 5大方式彈性又便利

| 面授學習 | 直播學習 | 在家學習 | 視訊學習 | Wifi學習 |

◆學習◆
零時差同類科各班別
皆可同步直播上課◆服務◆
零死角服務緊貼需求
隨時掌握學習狀況線上
課業諮詢老師
申論批閱雙師資
雙循環多元
補課方式上榜生
經驗親授時事
專題講座歷屆試題
練習班導師
制度

各班服務略有不同，詳情請洽全國志光、保成、學儒門市

(二)推導圖(1)旋轉矩陣的各元素 r_i

1. 旋轉

(1)原始 P 點坐標 (X, Y)

$$\begin{cases} X = r \times \cos \beta \\ Y = r \times \sin \beta \end{cases}$$

(2)坐標旋轉 θ 角，但仍具相同的原點，則 P 點坐標 (X', Y')

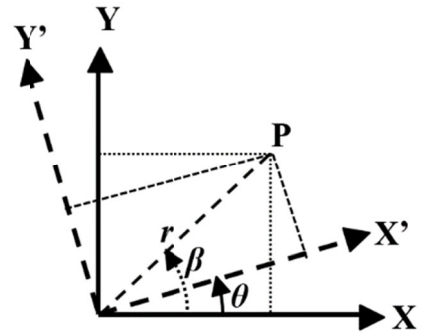
$$\begin{aligned} X' &= r \times \cos(\beta - \theta) = r \times [\cos \beta \times \cos \theta + \sin \beta \times \sin \theta] \\ &= r \times \cos \beta \times \cos \theta + r \times \sin \beta \times \sin \theta = X \cos \theta + Y \sin \theta \\ Y' &= r \times \sin(\beta - \theta) = r \times [\sin \beta \times \cos \theta - \cos \beta \times \sin \theta] \\ &= r \times \sin \theta \times \cos \beta - r \times \cos \theta \times \sin \beta = y_1 \cos \beta - x_1 \sin \beta \end{aligned}$$

$$\text{整理：} \begin{cases} X' = X \cos \theta + Y \sin \theta \\ Y' = -X \sin \theta + Y \cos \theta \end{cases}$$

$$\text{矩陣式：} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix}$$

(三)說明何種分布求得的轉換參數較佳

以均勻分布在測區外圍的轉換控制點較佳，亦即，以圖(3)較佳。



志光學儒保成

到底怎樣才能 輕鬆考取?

快來掌握 8 大課程密招



法科架構班

結合實務例子
建構法科概念

扎實正規班

完整堂數
循序漸進

工科全科班

公職+國營
一次到位

作文實戰班

強化寫作架構
理清邏輯概念

主題題庫班

主題教學
考點分析

精華總複習

掌握考點
增強實力

全真模擬考

比照真實考試
檢視應考實力

考前關懷講座

名師最終提點
觀念更加清晰

7/29(五)前，憑111年高普考准考證報名課程享考生折扣

三、如圖(4)所示，A, B, C, D 為宗地的界址點，坐標如表(1)，E 點位於 AD 直線上， $\overline{AE} = 5m$ ，試求 E 點坐標？今欲以 E 為分割線起點，將宗地 ABCD 等分為二，則分割線

的迄點 F 應在那條直線上？其坐標為何？

如何放樣 F 點？(25 分)

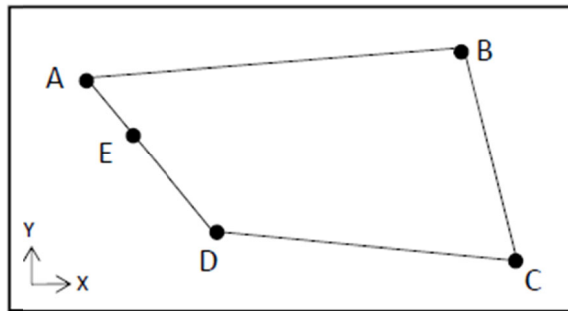


圖 (4)

表 (1)

界址點號	X (m)	Y (m)
A	50.00	120.00
B	80.00	125.00
C	85.00	80.00
D	60.00	90.00

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：等面積分割。重點提要：先行坐標平移。

【命中特區】

書名：測量學 上課教材

作者：賴明

章節出處：第九章 地籍測量 之 三、多邊形的分割方法

【擬答】

已知：A(X_A, Y_A)=(50m, 120m)，B(X_B, Y_B)=(80m, 125m)

C(X_C, Y_C)=(85m, 80m)，D(X_D, Y_D)=(60m, 90m)

(一)坐標平移

平移方程式： $x = X - X_{\min} = X - 50$ ， $y = Y - Y_{\min} = Y - 80$

坐標平移後，各點坐標： $A(x_A, y_A) = (0, 40)$ ， $B(x_B, y_B) = (30, 45)$

$C(x_C, y_C) = (35, 0)$ ， $D(x_D, y_D) = (10, 10)$

(二)計算 E 點坐標

1. 由 A, D 二點坐標，計算方位角 ϕ_{AD}

$\Delta x = x_D - x_A = 10 - 0 = 10m > 0$ ， $\Delta y = y_D - y_A = 10 - 40 = -30 < 0$ ，第 III 象限

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta x}{\Delta y} \right| = \tan^{-1} \left| \frac{10}{-30} \right| = 18^\circ 26' 5.82''$$

$$\phi_{AD} = 180^\circ - \theta = 180^\circ - 18^\circ 26' 5.82'' = 161^\circ 33' 54.1''$$

2. 計算 E 點坐標

$$\phi_{AE} = \phi_{AD} = 161^\circ 33' 54.1''，\overline{AE} = 5m$$

$$x_E = x_A + \overline{AE} \cdot \sin \phi_{AE} = 0 + 5 \times \sin 161^\circ 33' 54.1'' = 1.58m$$

$$y_E = y_A + \overline{AE} \cdot \cos \phi_{AE} = 40 + 5 \times \cos 161^\circ 33' 54.1'' = 35.26m$$

$$X_E = x_E + 50 = 1.58 + 50 = 51.58m，Y_E = y_E + 80 = 35.26 + 80 = 115.26m$$

$$\therefore E(X_E, Y_E) = (51.58m, 115.26m)$$

(三)分割線的迄點 F 應在那條直線上之分析

1. 四邊形 ABCD 面積 S_o

$$S_o = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C & x_D & x_A \\ y_A & y_B & y_C & y_D & y_A \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 30 & 35 & 10 & 0 \\ 40 & 45 & 0 & 10 & 40 \end{vmatrix} = 1012.5m^2$$

2. $\triangle ABD$ 面積 S_1

$$S_1 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & x_B & x_D & x_A \\ y_A & y_B & y_D & y_A \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 30 & 10 & 0 \\ 40 & 45 & 10 & 40 \end{vmatrix} = 475m^2, \frac{1}{2}S_o = 506.25m^2$$

$\therefore 475 < 506.25, S_1 < \frac{1}{2}S_o$, $\triangle ABD$ 面積 $<$ 四邊形 ABCD 面積之半

$\therefore$ F 點應在 BC 線上

3. BC 直線方程式

$$\frac{y-y_C}{x-x_C} = \frac{y_B-y_C}{x_B-x_C} \Rightarrow \frac{y-0}{x-35} = \frac{45-0}{30-35} = \frac{45}{-5} = -9, y = -9 \cdot (x-35) = -9x + 315$$

4. 計算 F 點坐標：等面積分割

$$\triangle AFB \text{ 面積} = \frac{1}{2}S_o, \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & x & 30 & 0 \\ 40 & y & 45 & 40 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \times 1012.5$$

$$5x - 30y + 1200 = 1012.5, y = -9x + 315 \text{ 代入, 得 } x = 33.68, y = 11.86$$

$$X_F = x + 50 = 83.68m, Y_F = y + 80 = 91.86m$$

$$\therefore F(X_F, Y_F) = (83.68m, 91.86m)$$

志光學儒保成

我變強的祕密

工科題庫班

解析 題目觀念



精選易錯題型
加強觀念解析

強化 解題技巧



以題目授課
加強應考實力

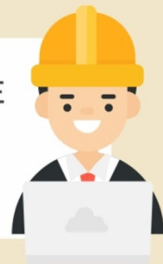
增快 答題速度



加強快速審題
增加取分機會

題庫班老師 會將考試內容做統整，並講解解題需注意的點，讓學生在考場上遇到相似題型，不會不知如何著手以及解省時間。

110年高考&鐵路高員電子工程 李○憲 **考取2種考試**



四、若測區的高程點如圖(5)所示，高程的單位為 m，實線為山脊線、虛線為山谷線，請繪製等高距為 2 m 的等高線。(25 分)

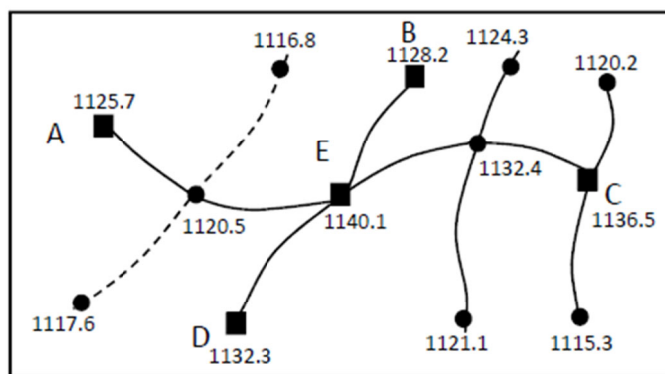


圖 (5)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：等高線繪製。重點提要：內插、繪製原則。

【命中特區】

書名：測量學 上課教材

作者：賴明

章節出處：第七章 工程測量 之 第1節 地形測量 之 三、等高線種類及特性

【擬答】

繪製等高距為 2 m 的等高線之原則：

1. 等高線與山脊線近似垂直相交。
2. 等高線與山谷線呈 V 形，開口朝向高程較低方向。
3. 採用線性內差的方式，決定等高線穿越山脊線、山谷線的位置。

