

111 年公務人員高等考試三級考試試題

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：迴歸分析

王瑋老師

甲、申論題部分：

- 一、下表為隨機抽取全臺 30 處茶園所生產的某一品種之茶葉資料，包括該茶園所在的區域（標示為 1、2、3）、茶葉每 10 公克價格（單位：新臺幣元）及由茶葉的特性綜合計算而得之兩種因素（甲、乙）分數。

茶園	因素甲 (X_1)	因素乙 (X_2)	區域 (X_3)	價格 (Y)
1	3.1	4.1	1	9.8
2	3.5	3.9	1	12.6
3	4.8	4.7	1	11.9
4	3.1	3.6	1	11.1
5	5.5	5.1	1	9.3
6	5.0	4.1	1	12.8
7	4.8	3.3	1	12.8
8	4.3	5.2	1	12.0
9	3.9	2.9	3	13.6
10	4.7	3.9	1	13.9
11	4.5	3.6	3	14.4
12	4.3	3.6	2	12.3
13	7.0	4.1	3	16.1
14	6.7	3.7	3	16.1
15	5.8	4.1	3	15.5
16	5.6	4.4	3	15.5
17	4.8	4.6	3	13.8
18	5.5	4.1	3	13.8
19	4.3	3.1	1	11.3
20	3.4	3.4	2	10.9
21	6.6	4.8	3	15.1
22	5.3	3.8	3	13.5
23	5.0	3.7	2	10.8
24	4.1	4.0	2	9.5
25	5.7	4.7	3	12.7
26	4.7	4.9	2	11.6
27	5.1	5.1	1	11.7
28	5.0	5.1	2	11.9
29	5.0	4.4	2	10.8
30	2.9	3.9	2	8.5
總和	144.00	123.90	60	375.60
總平方和	722.02	523.03	142	4821.30

「總和」與「總平方和」表示該變數之值的加總及取平方後之加總。

定義區域 X_3 之指標變數如下：

公職王歷屆試題 (111 高考三級)

$$D_1 = \begin{cases} 1 & \text{若該茶園屬於區域1} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, D_2 = \begin{cases} 1 & \text{若該茶園屬於區域2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

$$D_3 = \begin{cases} 1 & \text{若該茶園屬於區域3} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

以茶葉每 10 公克之價格為反映變數，考慮迴歸模型如下：

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_3 + \varepsilon \quad \text{模型 A}$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 D_2 + \beta_2 D_3 + \varepsilon \quad \text{模型 B}$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \varepsilon \quad \text{模型 C}$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 + \varepsilon \quad \text{模型 D}$$

$$Y = \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 + \varepsilon \quad \text{模型 E}$$

ε 為隨機誤差項。

(一) 說明模型 A、B、C、D 及 E 所表達的意義，並決定那些模型是較合適的。(10 分)

(二) 依據模型 B，得到以下估計結果：

	Estimate	Std Err
Intercept	11.7455	0.3789
D_2	-0.9580	0.540
D_3	2.8091	0.5359

$$R^2 = 0.6410$$

試詳細說明係數 β_2 之估計值的意義，並計算此模型之迴歸標準誤的估計。(8 分)

(三) 試寫出模型 C、D 及 E 之所有迴歸係數的估計值。(12 分)

1. 《考題難易》★★★☆☆

2. 《解題關鍵》虛擬變數應用的經典題，觀念雖然明確，但要寫好解釋並不容易，尤其模型 D 與模型 E 的差別。103 年經建的普考統計學有考過類似的觀念，可參考王瑋，迴歸分析 P.7-156 完全相同例題，並且在題庫班講義 67 頁更是完全命中。

【擬答】

(一)

1. A 模型不適合，此模型是將區域變項視為連續變項來預測茶葉的價格，但區域變項為類別變項，所以模型設定不正確。
2. B 模型適合，此模型考慮虛擬變項來預測茶葉的價格，以區域 1 為參考組， β_1 代表區域 2 相較於區域 1 的茶葉每 10 公克的價格差距， β_2 代表區域 3 相較於區域 1 的茶葉每 10 公克的價格差距。
3. C 模型適合，此模型考慮虛擬變項來預測茶葉的價格，以區域 3 為參考組， β_1 代表區域 1 相較於區域 3 的茶葉每 10 公克的價格差距， β_2 代表區域 2 相較於區域 3 的茶葉每 10 公克的價格差距。
4. D 模型不適合，此模型雖然也考慮虛擬變項來預測茶葉的價格，但三個分類設定了三個虛擬變項，造成線性相依的情況，會使方程式無法求得估計值(即三個方程式卻要求解四個未知數)。
5. E 模型適合，此模型考慮虛擬變項來預測茶葉的價格，設定了三個虛擬變項的零截距模型，此時的 β_1 代表區域 1 茶葉每 10 公克的價格平均值， β_2 代表區域 2 茶葉每 10 公克的

價格平均值， β_3 代表區域 3 茶葉每 10 公克的價格平均值。

(二) 區域 1 ($D_2 = 0, D_3 = 0$) : $Y = \beta_0$

區域 3 ($D_2 = 0, D_3 = 1$) : $Y = \beta_0 + \beta_2$

所以 β_2 代表區域 3 相較於區域 1 的茶葉每 10 公克的價格差距

$$SSTO = SS_Y = 4821.3 - \frac{375.6^2}{30} = 118.788$$

$$R^2 = 0.641 \Rightarrow 1 - \frac{SSE}{SSTO} \Rightarrow SSE = 42.644892$$

$$\text{迴歸標準誤估計 } S = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{42.644892}{30-3}} = 1.2568$$

公職

志光
保成
學儒



112年 虛實整合

多元學習新型態

重聽OK
旁聽OK



突破傳統上課形式 **5大方式彈性又便利**

| 面授學習 | 直播學習 | 在家學習 | 視訊學習 | Wifi學習 |

◆ 學習 ◆
零時差

同類科各班別
皆可同步直播上課

◆ 服務 ◆
零死角

服務緊貼需求
隨時掌握學習狀況



線上
課業諮詢



老師
申論批閱



雙師資
雙循環



多元
補課方式



上榜生
經驗親授



時事
專題講座



歷屆試題
練習



班導師
制度

各班服務略有不同，詳情請洽全國志光、保成、學儒門市

公職王歷屆試題 (111 高考三級)

(三)由(2)可知，區域 1 平均值為 $\hat{Y}_1 = \hat{\beta}_0 = 11.7455$

區域 2 平均值為 $\hat{Y}_2 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 = 11.7455 - 0.958 = 10.7875$

區域 3 平均值為 $\hat{Y}_3 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 = 11.7455 + 2.8091 = 14.5546$

1. 模型 C

區域 1 ($D_1 = 1, D_2 = 0$) : $Y = \beta_0 + \beta_1 \Rightarrow \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 = 11.7455$

區域 2 ($D_1 = 0, D_2 = 1$) : $Y = \beta_0 + \beta_2 \Rightarrow \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 = 10.7875$

區域 3 ($D_1 = 0, D_2 = 0$) : $Y = \beta_0 \Rightarrow \hat{\beta}_0 = 14.5546$

故 $Y = 14.5546 - 2.8091D_1 - 3.7671D_2$

2. 模型 D 無唯一解

3. 模型 E

區域 1 ($D_1 = 1, D_2 = 0, D_3 = 0$) : $Y = \beta_1 \Rightarrow \hat{\beta}_1 = 11.7455$

區域 2 ($D_1 = 0, D_2 = 1, D_3 = 0$) : $Y = \beta_2 \Rightarrow \hat{\beta}_2 = 10.7875$

區域 3 ($D_1 = 0, D_2 = 0, D_3 = 1$) : $Y = \beta_3 \Rightarrow \hat{\beta}_3 = 14.5546$

故 $Y = 11.7455D_1 + 10.7875D_2 + 14.5546D_3$

二、承上題，令模型 F 為 $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 D_2 + \beta_4 D_3 + \varepsilon$ 。

依據模型 F，得到以下估計結果：

	Estimate	Std Err
Intercept	10.6039	1.4918
X_1	0.8881	0.2752
X_2	-0.6561	0.3686
D_2	-0.9285	0.5097
D_3	1.6658	0.5853

$$R^2=0.7473$$

(一)若有一茶園位於區域 1，且其因素甲與因素乙的分數皆為 4.5。該品種之茶葉包裝方式為 500 公克一盒，請估計一盒的售價。(4 分)

(二)若將反應變數的單位改為茶葉每公斤之價格，寫出此迴歸模型之係數估計結果及其標準誤(如表格中之 Estimate 與 Std Err)。(8 分)

(三)在顯著水準為 0.05 下，檢定 β_1 與 β_2 是否同時等於 0。(8 分)

1. 《考題難易》★★☆☆☆

2. 《解題關鍵》多元迴歸模型的變數轉換在 102 年高考有類似考題，可參考王瑋，迴歸分析 P.5-37 與題庫班講義 P.51 皆有類似例題可參考。另外，第(三)小題的模型選擇幾乎是必考中的必考題，尤其正課與題目班一再強調的判定係數公式完全命中。

【擬答】

(一) $X_1 = 4.5, X_2 = 4.5, D_2 = 0, D_3 = 0$ ，每 10 公克的價格預測值為

$$\hat{Y} = 10.6039 + 0.8881 \times 4.5 - 0.6561 \times 4.5 = 11.6479$$

所以 500 公克的價格預測值為 $11.6479 \times 50 = 582.395$ (元)

(二) $Y^* = \frac{1}{100} Y \Rightarrow Y = 100Y^*$ ，將原模型替換如下

$$100\hat{Y}^* = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 D_2 + \hat{\beta}_4 D_3$$

$$\Rightarrow \hat{Y}^* = \frac{1}{100} \hat{\beta}_0 + \frac{1}{100} \hat{\beta}_1 X_1 + \frac{1}{100} \hat{\beta}_2 X_2 + \frac{1}{100} \hat{\beta}_3 D_2 + \frac{1}{100} \hat{\beta}_4 D_3$$

因此所有係數與標準誤皆為原模型的 100 分之 1，即

	Estimate	Std Err
Intercept	0.106039	0.014918
X_1	0.008881	0.002752
X_2	-0.006561	0.003686
D_2	-0.009285	0.005097
D_3	0.016658	0.005853

($\Rightarrow H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ $H_0: \beta_1, \beta_2$ 不全為 0
等同於檢定

$$H_0: Y = \beta_0 + \beta_3 D_2 + \beta_4 D_3 \quad R^2 = 0.641$$

$$H_1: Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 D_2 + \beta_4 D_3 \quad R^2 = 0.7473$$

$$F^* = \frac{30 - 5}{2} \times \frac{0.7473 - 0.641}{1 - 0.7473} = 5.258 \in C$$

$$C: \{F^* > F_{0.05}(2, 25) = 3.3852\}$$

拒絕 H_0 ，所以有顯著證據 β_1, β_2 不會同等於 0



就是要找有上榜決心的你

志光 × 保成 × 學儒

高普考 地方特考 奪榜特訓班

十大課程特色

<p>集中管理 學員須遵守奪榜特訓班管理辦法，徹底執行點名，嚴格管理。</p>	<p>固定劃位 一人一位，嚴格規定每日作息時間，幫助同學朝上榜前進。</p>	<p>按表操課 針對每個科目規劃複習進度表，讓你有效率的執行時間管理。</p>	
<p>全面檢視 針對學習課程，規劃進度檢視考、課後考、全範圍複習考。</p>	<p>三大會考 比照國考日程考試，事先體驗國考臨場感，提升應考實力。</p>	<p>申論指導 傳授申論題高分答題與寫作技巧，迅速提升作答能力。</p>	
<p>專屬課輔 專屬課輔導師，針對應考科目或測驗內容，提供解答與指導。</p>	<p>弱科加強 針對重點科目進行命題焦點授課，複習考試重點或補充新實務見解。</p>	<p>佳作觀摩 定期公布奪榜特訓班學生申論佳作，藉此學習他人寫作長處。</p>	<p>選擇精熟 訓練縮短作答時間，測驗後做課後檢討，助您短時間內精熟選擇題。</p>

— 完整課程資訊詳洽全國志光 · 保成 · 學儒門市 —

三、若迴歸分析得到以下變異數分析 (Analysis of variance, ANOVA) 表：

Source of variation	Degrees of freedom	Sum of squares	Mean square	F
Regression	(1)	(1)	(8)	(13)
X_1	(2)	33.2	(9)	(14)
$X_2 X_1$	(3)	15.3	(10)	(15)
$X_3 X_1, X_2$	(4)	22.2	(11)	(16)
Error	(5)	(7)	(12)	
Total	29	106.3		

(一)請寫出 ANOVA 表中 (1) 至 (16) 的值。(16 分)

(二)在顯著水準為 0.05 下，詳述 ANOVA 表中 (13) 至 (16) 所提供之檢定的意義與結果。(14 分)

1. 《考題難易》★★★★☆☆

2. 《解題關鍵》序列平方和雖然不是常見考題，但基本觀念仍然重要，此題與 100 年高考幾乎相同命題方式，可參考王瑋，迴歸分析 P.7-114 完全相同例題；但關於序列平方和的 ANOVA 表的 F 檢定在實務上有兩種形式，可參考 106 年高考，即 F 檢定統計量的分母皆採用完整模式的 MSE，然而如此的 F 檢定，較無逐步迴歸的概念，所以此處 F 檢定量採類似前向選擇法的方式計算。

【擬答】

(一)ANOVA 表如下

Source of variation	Degrees of freedom	Sum of squares	Mean square	F
Regression	<u>3</u>	<u>70.7</u>	<u>23.567</u>	<u>17.21</u>
X_1	<u>1</u>	33.2	<u>33.2</u>	
$X_2 X_1$	<u>1</u>	15.3	<u>15.3</u>	
$X_3 X_1, X_2$	<u>1</u>	22.2	<u>22.2</u>	
Error	<u>26</u>	<u>35.6</u>	<u>1.369</u>	
Total	29	106.3		

$$SSR = SSR(X_1) + SSR(X_2 | X_1) + SSR(X_3 | X_1, X_2) = 70.7$$

$$SSE = SSTO - SSR = 106.3 - 70.7 = 35.6$$

(二)

$$1. H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0 \quad H_1 : \beta_1, \beta_2, \beta_3 \text{ 不全為 } 0$$

$$F_{(13)}^* = \frac{SSR / 3}{SSE / 26} = \frac{23.5667}{1.3692} = 17.21 \in C$$

$$C : \{F_{(13)}^* > F_{0.05}(3, 26) = 2.9752\}$$

拒絕 H_0 ，有顯著的證據 X_1, X_2, X_3 可以共同解釋 Y

$$2. H_0 : Y = \beta_0 \quad H_1 : Y = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

$$F_{(14)}^* = \frac{SSR(X_1) / 1}{SSE(X_1) / 28} = \frac{33.2 / 1}{73.1 / 28} = 12.72 \in C$$

其中 $SSE(X_1) = SSTO - SSR(X_1) = 106.3 - 33.2 = 73.1$

$C : \{F_{(14)}^* > F_{0.05}(1, 28) = 4.196\}$

拒絕 H_0 ， X_1 對 Y 有顯著解釋力

3. $H_0 : Y = \beta_0 + \beta_1 X_1$ $H_1 : Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$

$F_{(15)}^* = \frac{SSR(X_2 | X_1) / 1}{SSE(X_1, X_2) / 27} = \frac{15.3 / 1}{57.8 / 27} = 7.15 \in C$

其中 $SSE(X_1, X_2) = SSE(X_1) - SSR(X_2 | X_1) = 73.1 - 15.3 = 57.8$

$C : \{F_{(15)}^* > F_{0.05}(1, 27) = 4.21\}$

拒絕 H_0 ， X_1 在模型的情況下， X_2 對 Y 有顯著解釋力

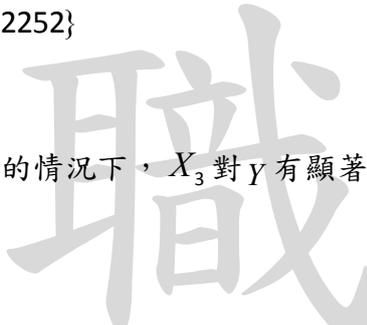
4. $H_0 : Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$ $H_1 : Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$

$F_{(16)}^* = \frac{SSR(X_3 | X_1, X_2) / 1}{SSE(X_1, X_2, X_3) / 26} = \frac{22.2 / 1}{35.6 / 26} = 16.21 \in C$

$C : \{F_{(16)}^* > F_{0.05}(1, 26) = 4.2252\}$

$SSE(X_1, X_2, X_3) = 28.79$

拒絕 H_0 ， X_1, X_2 在模型的情況下， X_3 對 Y 有顯著解釋力



志光 × 保成 × 學儒

跟著學長姐

你也可以 **高分上榜**



普考
狀元

高
考
榜
眼

黃○慧 110高普考·經建行政

老師的許多重要考點以及解題架構都講解十分清楚，如果沒有法律基礎，只要跟著老師的步調，也能拿到平均分數。成功從來都沒有捷徑，想要怎樣的人生就得自己爭取，只要堅持到最後一刻，相信榜單上一定有你。

雙
料
金
榜

應
屆
考
取

傅○ 110高普考·財稅行政

這裡的師資很齊全，後備的服務資源也很完善。我是在校期間報名校園專案課程，這個課程有多元的上課方式，讓我可以一邊完成學校的課業，也不會落下補習班的進度，也因此我才能在畢業就考取公職。

雙
料
金
榜

莊○家 110高普考·統計

考試與學習是長期的，不應該是考試前要熬夜苦讀，考完試就可以不用繼續念書，應該視準備考試為生活的一部分，想放鬆就放鬆，但還是要持續的念，數學是累積學習的科目，慢慢理解每一個細節，就有機會上榜。

一
年
考
取

陳○宇 110高普考·財稅行政

正規班幾乎整天都會上課，在當天課程結束後，我至少會花兩個小時以上的時間將當日的課程做複習，加深自己的印象。除了補習班提供的教材資源外，並沒有額外購買其他參考書。補習班提供課本內容非常詳盡，準備國考綽綽有餘。

四、考慮 p 個解釋變數 (X_1, X_2, \dots, X_p) ， n 個觀測值的複迴歸模型如下：

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$$

(一)試以上述模型詳述共線性的意義，當共線性現象發生時所可能導致之影響。(10 分)

(二)詳述變異膨脹因子 (variance inflation factor, VIF) 之定義及其判斷準則。(10 分)

1. 《考題難易》★☆☆☆☆
2. 《解題關鍵》共線性意義與判斷屬課內基本題，107 年地特與 103 年高考皆有命題，可參考王瑋，迴歸分析 P.7-109 與 P.7-110 完全相同例題演練。

【擬答】

(一)在迴歸模型中，若自變項間存在高度相關，則稱其有共線性問題，其可導致迴歸推論結果不穩定，因為一旦發生共線性的現象，矩陣 $(X'X)$ 裡存在一縱行幾乎成為其他一行或數行的線性組合，因此 $(X'X)$ 之行列式值變成很小，導致其估計值不穩定，也會使得估計值的標準誤放大，使推論傾向不顯著或無法預期的結果。

(二)變異膨脹因子 $VIF_{X_i} = \frac{1}{1 - R^2(X_i \text{ 對其他自變數作複迴歸})}$ 。其中分母 R^2 代表解釋變數 X_i 對

迴歸模型中其他 $p-1$ 個解釋變數進行迴歸分析後之複判定係數，我們期望 X_i 不應被其他變數解釋度太高。若解釋度太高，則代表此模型具有共線性的風險，一般認為 VIF 值大於 10，則此 X_i 可被其他自變數解釋或取代，即存在共線性問題。

志光 × 保成 × 學儒

適合非上榜不可的你

高普考取班 8 大保障

一次繳費
輔導至考取

學費省很大

考取班全年課程不間斷，一次繳清學費輔導至考取。

課程最完整

完整課程循環，基礎班→正規班→專題課→總複習...等，全部擁有。

上榜賺獎金

報名考取班第一年考取同職等考試，頒發高額獎學金。

學習最便利

輔導期間可依自己時間選擇面授或視訊學習，提高學習效率。

師資最多元

重點科目安排多元師資，雙循環教學，可旁聽加強弱科，強化上榜實力。

加選最超值

輔導期間可加選其他科目增加考試機會，加選另享專案優惠。

榜單最實在

年年榜單見證，錄取人數最多，錄取率最高，奪榜實力全國第一。

公約有保障

考取班簽訂公約，保障您的權利與義務至考取為止。

— 完整課程資訊詳洽全國志光·保成·學儒門市 —

F - Distribution ($\alpha = 0.05$ in the Right Tail)

df ₂ \ df ₁		Numerator Degrees of Freedom								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Denominator Degrees of Freedom	1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
	2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385
	3	10.128	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123
	4	7.7086	9.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.0410	6.9988
	5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725
	6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.0990
	7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767
	8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881
	9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789
	10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204
	11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.9480	2.8962
	12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964
	13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144
	14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458
	15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7066	2.6408	2.5876
	16	4.4940	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911	2.5377
	17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.8100	2.6987	2.6143	2.5480	2.4943
	18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5767	2.5102	2.4563
	19	4.3807	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5435	2.4768	2.4227
	20	4.3512	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.5990	2.5140	2.4471	2.3928
	21	4.3248	3.4668	3.0725	2.8401	2.6848	2.5727	2.4876	2.4205	2.3660
	22	4.3009	3.4434	3.0491	2.8167	2.6613	2.5491	2.4638	2.3965	2.3419
	23	4.2793	3.4221	3.0280	2.7955	2.6400	2.5277	2.4422	2.3748	2.3201
	24	4.2597	3.4028	3.0088	2.7763	2.6207	2.5082	2.4226	2.3551	2.3002
	25	4.2417	3.3852	2.9912	2.7587	2.6030	2.4904	2.4047	2.3371	2.2821
26	4.2252	3.3690	2.9752	2.7426	2.5868	2.4741	2.3883	2.3205	2.2655	
27	4.2100	3.3541	2.9604	2.7278	2.5719	2.4591	2.3732	2.3053	2.2501	
28	4.1960	3.3404	2.9467	2.7141	2.5581	2.4453	2.3593	2.2913	2.2360	
29	4.1830	3.3277	2.9340	2.7014	2.5454	2.4324	2.3463	2.2783	2.2229	
30	4.1709	3.3158	2.9223	2.6896	2.5336	2.4205	2.3343	2.2662	2.2107	
40	4.0847	3.2317	2.8387	2.6060	2.4495	2.3359	2.2490	2.1802	2.1240	
60	4.0012	3.1504	2.7581	2.5252	2.3683	2.2541	2.1665	2.0970	2.0401	
120	3.9201	3.0718	2.6802	2.4472	2.2899	2.1750	2.0868	2.0164	1.9588	
∞	3.8415	2.9957	2.6049	2.3719	2.2141	2.0986	2.0096	1.9384	1.8799	

