

111 年公務人員高等考試三級考試試題

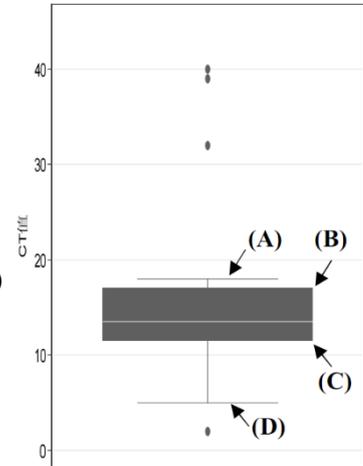
類 科：衛生技術

科 目：生物統計學(含流行病學)

王瑋老師解題

一、一群 24 位罹患嚴重特殊傳染性肺炎 (COVID-19) 患者之病毒含量循環數閾值 (CT 值, cycle threshold) 的數據與其分布的盒鬚圖 (box and whisker plot) 顯示於下。

CT 值	11, 13, 9, 2, 40, 32, 12, 15, 17, 10, 13, 14, 39, 16, 17, 12, 16, 18, 18, 7, 5, 17, 12, 13
------	--



請回答下列問題：

- (一) 盒鬚圖中之 (A)、(B)、(C)、(D) 的數值。(12 分)
 (二) 盒鬚圖之界外值的上限與下限值各為何?(8 分)

1. 考題難易：★★☆☆☆

2. 解題關鍵：雖然盒鬚圖與對應的離群值判斷是課內基本內容，但過去國考未曾命題過，可能會有所猶豫，但仍是基本可以得分的題目。可參考王瑋，生物統計學 P.27 與 P.36 例題說明。

【擬答】：

(一) 將 CT 值重新排序如下：

2, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 12, 12, 13, 13, 13,
14, 15, 16, 16, 17, 17, 17, 18, 18, 32, 40, 139

(A) 由圖可知非離群值的最大值為 18

$$(B) Q_3 = \frac{X_{(18)} + X_{(19)}}{2} = \frac{17 + 17}{2} = 17$$

$$(C) Q_1 = \frac{X_{(6)} + X_{(7)}}{2} = \frac{11 + 12}{2} = 11.5$$

(D) 由圖可知非離群值的最小值為 5

$$(二) IQR = Q_3 - Q_1 = 17 - 11.5 = 5.5$$

界外值的上限為 $Q_3 + 1.5IQR = 17 + 1.5 \times 5.5 = 25.25$

界外值的下限為 $Q_1 - 1.5IQR = 11.5 - 1.5 \times 5.5 = 2.75$

公職王歷屆試題 (111 高考三級)

二、癌症病人經過 A 與 B 臨床治療方案處置後的腫瘤細胞體積 (立方毫米) 之平均值、標準誤 (standard error, SE) 與標準差的自由度分別陳列於下表。

方案	平均值	標準誤	自由度
A 治療方案	6.4	0.70	12
B 治療方案	5.2	0.83	24

請回答下列問題：(每小題 15 分，共 30 分)

(附註： $\alpha = 0.05$; $Z_{0.975} = 1.96$; $t_{34,0.975} = 2.032$; $t_{35,0.975} = 2.030$; $t_{3460,0.975} = 2.028$;

$F_{24,12,0.95} = 2.51$; $F_{24,12,0.975} = 3.02$)

(一) 腫瘤細胞體積在兩種治療方案之間的變異數是否具有顯著差異？

(二) A 與 B 方案對腫瘤細胞體積的治療效果是否顯著不等？

1. 考題難易：★★★★☆☆

2. 解題關鍵：很特殊且經典的考題，雖然兩組變異數檢定與平均數檢定是課內常出的基本題，但本題給的資訊是標準誤非標準差，給自由度而非給樣本數，必須觀念相當清楚才不會做錯，是未來新的考點。獨立樣本 t 檢定相關考題可參考王瑋，生物統計學 P.164 至 P.172 諸多類似試題。

【擬答】：

(一) 設 A 方案腫瘤細胞體積為 X_i ，B 方案腫瘤細胞體積為 Y_i

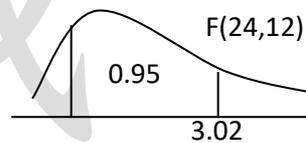
$$SE_x = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \Rightarrow S_x = 0.7 \times \sqrt{13} = 2.5239$$

$$SE_y = \frac{S_y}{\sqrt{m}} \Rightarrow S_y = 0.83 \times \sqrt{25} = 4.15$$

$$H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \quad H_1: \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$$

$$\alpha = 0.05$$

$$F^* = \frac{S_y^2}{S_x^2} = \frac{4.15^2}{2.5239^2} = 2.70 \notin C$$



不拒絕 H_0 ，所以沒有顯著證據說變異數不相同

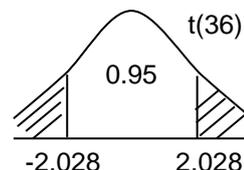
(二) $H_0: \mu_x = \mu_y \quad H_1: \mu_x \neq \mu_y$

$$\alpha = 0.05$$

$$s_p^2 = \frac{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}{n+m-2} = \frac{12 \cdot 2.5239^2 + 24 \cdot 4.15^2}{12+24} = 13.6050$$

$$T^* = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}} = \frac{6.4 - 5.2}{\sqrt{13.605 \left(\frac{1}{13} + \frac{1}{25} \right)}} = 0.95 \notin C$$

$$C: \{|T^*| > t_{.36,0.975} = 2.028\}$$



不拒絕 H_0 ，沒有顯著的證據說

A 與 B 方案對腫瘤細胞體積的治療效果不相等

公職王歷屆試題 (111 高考三級)

三、由 A 與 B 二個群體抽出之樣本個案測得之鄰苯二甲酸 2-乙基己基酯 (DEHP) 塑化劑的濃度分布顯示於下表。

A 樣本	12, 10, 6, 25, 3, 30, 66, 13, 9, 17, 15, 33
B 樣本	22, 55, 18, 12, 14, 8, 22, 68, 23, 14, 59, 11, 18, 67

假如 DEHP 每日耐受量 (tolerable daily intake) 為 $50 \mu\text{g}/\text{每公斤體重}/\text{日}$ ，超過此耐受量者為過量暴露。請回答下列問題：(每小題 10 分，共 20 分) (附註：

$$\alpha = 0.05; \chi_{1,0.95}^2 = 3.84; \chi_{2,0.95}^2 = 5.99)$$

(一) A 樣本 DEHP 的變異數為何？B 樣本 DEHP 的四分位差 (quartile deviation) 為何？

(二) 使用卡方統計法檢定 A 與 B 二個群體 DEHP 過量暴露的比例是否顯著不等？

1. 考題難易：★★☆☆☆

2. 解題關鍵：本題算是很巧妙的期望同學可以將屬量資料轉屬質的二分類形式，觀念相當單純，但因為過去也未曾考過，也會具有相當鑑別度。本題比較疑慮的是期望次數很小，也可以採用費雪精確檢定。卡方檢定齊一性檢定則可參考王瑋，生物統計學 P.255 至 P.262 諸多類似試題，費雪精確檢定則可參考王瑋，生物統計學 P.264 相同範例。

【擬答】：

$$(一) \bar{X} = \frac{12 + 10 + \dots + 33}{12} = 19.9167$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{(12 - 19.9167)^2 + \dots + (33 - 19.9167)^2}{12-1} = 296.6288$$

A 樣本變異數

排序 B 樣本 8, 11, 12, 14, 14, 18, 18, 22, 22, 23, 55, 59, 67, 68

第一四分位數為 $Q_1 = X_{(4)} = 14$

第三四分位數為 $Q_3 = X_{(11)} = 55$

$$\text{四分位差 } QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{55 - 14}{2} = 20.5$$

(二) DEHP 以 50 為切點，分為是否過量暴露，資料重新整理如下，並且計算各格子的期望值，斜線的左上方為觀察值，右下角為期望值

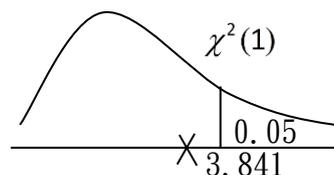
	過量(>50)	無過量	總和
A	1 2.31	11 9.69	12
B	4 2.69	10 11.31	14
總和	5	21	26

$$\alpha = 0.05, df = (2-1) \times (2-1) = 1$$

以 Yate's 校正後計算檢定統計量

$$\chi^{2*} = \sum \frac{(|O_i - E_i| - \frac{1}{2})^2}{E_i}$$

$$= \frac{(|1 - 2.31| - 0.5)^2}{2.31} + \dots + \frac{(|10 - 11.31| - 0.5)^2}{11.31} = 0.65 \notin C$$



不拒絕 H_0 ，沒有顯著證據說兩個群體 DEHP 的比例不相等

註：有 50% 格子的期望次數小於 5，所以應該採用 Fisher's exact 檢定

Step 1.

	過量	無過量	總和
A	1	11	12
B	4	10	14
總和	5	21	26

$$P_1 = \frac{12 \times 14 \times 5 \times 21!}{26 \times 1 \times 11 \times 4 \times 10!} = 0.1826$$

Step 2.

	過量	無過量	總和
A	0	12	12
B	5	9	14
總和	5	21	26

$$P_2 = \frac{12 \times 14 \times 5 \times 21!}{26 \times 0 \times 12 \times 5 \times 9!} = 0.0304$$

Step 3.

得 $p\text{-value} = 0.1826 + 0.0304 = 0.2130 > \alpha$

不拒絕 H_0 ，沒有顯著證據說兩個群體 DEHP 的比例不相等

志光 保成 學儒

112年 虛實整合

多元學習新型態

重聽OK 旁聽OK

突破傳統上課形式 5大方式彈性又便利

| 面授學習 | 直播學習 | 在家學習 | 視訊學習 | Wifi學習 |

✦學習✦
零時差

同類科各班別
皆可同步直播上課

✦服務✦
零死角

服務緊貼需求
隨時掌握學習狀況



線上
課業諮詢



老師
申論批閱



雙師資
雙循環



多元
補課方式



上榜生
經驗親授



時事
專題講座



歷屆試題
練習



班導師
制度

各班服務略有不同，詳情請洽全國志光、保成、學儒門市

公職王歷屆試題 (111 高考三級)

四、A、B、C 三種快篩劑檢測 COVID-19 感染的敏感度分別為 88%、74%、86%。請回答下列問題：(每小題 10 分，共 30 分)

(附註： $\alpha = 0.05$; $Z_{0.95} = 1.645$; $Z_{0.975} = 1.96$; $\chi^2_{1,0.95} = 3.84$; $\chi^2_{2,0.95} = 5.99$; $\chi^2_{230,95} = 7.81$)

(一) A 與 C 二種快篩劑檢測 COVID-19 感染之偽陰率分別為何？

(二) 請檢定三種快篩劑對 COVID-19 感染之偽陰率是否顯著不等？

(三) 快篩劑 C 相對於快篩劑 B 檢測出偽陰性之風險對比值 (odds ratio) 為何？其 95% 信賴區間為何？

1. 考題難易：★★☆☆☆

2. 解題關鍵：出題想法非常不錯，只可惜題目少給了三種快篩劑的受檢數，導致此題的結果不會一致。卡方檢定與勝算比的信賴區間再流病考卷中也算是常見命題，可參考 109 年地特四等衛政考題，另外 99 年地特三等衛政型式亦與本題類似，可參考王瑋，流行病學 P.6-21 與 P.6-24 命中試題。

【擬答】：

(一) 偽陰率 = 1 - 敏感度

A 快篩劑偽陰率為 $1 - 0.88 = 0.12$

C 快篩劑偽陰率為 $1 - 0.86 = 0.14$

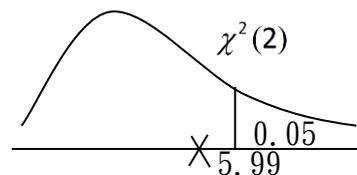
(二) 假設 A、B、C 快篩劑皆有 100 位受試者，可將資料整理如下，並且計算各格子的期望值，斜線的左上方為觀察值，右下角為期望值

	A	B	C	總和
真陽數	88 82.67	74 82.67	86 82.67	248
偽陰數	12 17.33	26 17.33	24 17.33	52
總和	100	100	100	300

$\alpha = 0.05$, $df = (3-1) \times (2-1) = 2$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$$= \frac{(88 - 82.67)^2}{82.67} + \dots + \frac{(24 - 17.33)^2}{17.33} = 8 \in C$$



拒絕 H_0 ，有顯著證據說三種快篩劑偽陰率不相等

(三) 延續(2)， $OR = \frac{86 \times 26}{74 \times 24} = 1.26$

$$\ln(OR) = 0.2303, \quad \sqrt{\frac{1}{74} + \frac{1}{86} + \frac{1}{26} + \frac{1}{24}} = 0.3245$$

勝算比之 95% 信賴區間為 $e^{0.2303 \pm 1.96 \times 0.3245} \Rightarrow [1.500, 2.378]$

註：題 2.3. 需要個案數才能計算，若設定不同，結果也會不同