

111 年公務人員高等考試三級考試試題

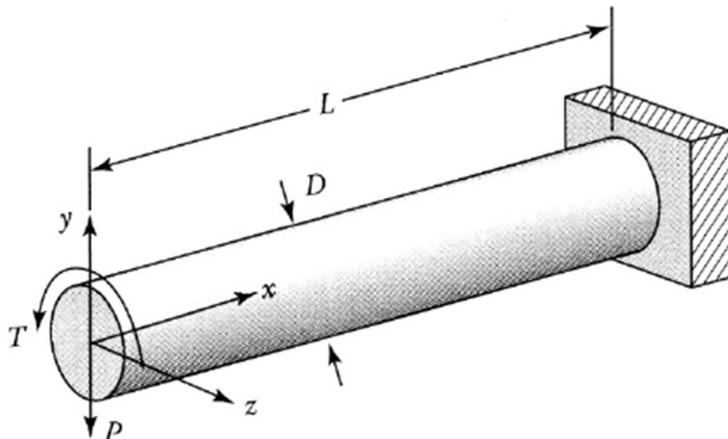
類 科：機械工程

科 目：機械設計

陳廣明老師解題

一、如下圖所示，長度 $L=300\text{ mm}$ 之實心圓柱的鑄鐵懸臂樑，在自由端同時受到扭矩 $T=680\text{ N}\cdot\text{m}$ 及橫向負荷 $P=750\text{ N}$ 作用。若鑄鐵的抗拉極限強度 $S_{ut}=350\text{ MPa}$ ，抗壓極限強度 $S_{uc}=630\text{ MPa}$ ，設計之安全係數 $n=2.5$ 。

根據最大正應力理論之設計準則，求該圓柱之直徑 D 。(20 分)



【解題關鍵】

《考題難易》★★

《破題關鍵》本題為靜態組合負載破壞理論基本題型，需有材料力學摩爾圓基礎，解得主應力後方可求得正確解答。授課符合題型，不需調整課程內容。

【擬答】

$$\text{剪應力 } \tau = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 680 \times 10^3}{\pi d^3} = \frac{3463211}{d^3} (\text{MPa})$$

考慮支撐處上表面微塊

$$\text{彎曲應力 } \sigma_x = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 750 \times 300}{\pi d^3} = \frac{2291831}{d^3} (\text{MPa})$$

$$\sigma_z = 0$$

由摩爾圓

$$\begin{aligned} \sigma_1, \sigma_2 &= \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ &= \frac{2291831}{2d^3} \pm \sqrt{\left(\frac{2291831}{2d^3}\right)^2 + \left(\frac{3463211}{d^3}\right)^2} \\ &= \frac{1145915.6}{d^3} \pm \frac{2716713.3}{d^3} \\ \sigma_1 &= \frac{3862628}{d^3}, \sigma_2 = \frac{1570797.7}{d^3} \end{aligned}$$

由最大正應力理論

$$\sigma_1 = \frac{S_{ut}}{n}, \frac{3862628}{d^3} = \frac{350}{2.5}, d = 30.2(\text{mm})$$

考慮支撐處下表面微塊

$$\sigma_x = -\frac{2291831}{d^3}, \sigma_z = 0 \text{ 由摩爾圓}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{-1145915.6}{d^3} \pm \frac{2716713.3}{d^3}, \sigma_1 = \frac{1570797.7}{d^3} (\text{MPa})$$

$$\sigma_2 = \frac{-3862628}{d^3}, \text{由最大正(交)應力理論}$$

公職王歷屆試題 (111 高考三級)

$$\frac{-3862628}{d^3} = \frac{630}{2.5}, d = 24.8\text{mm}$$

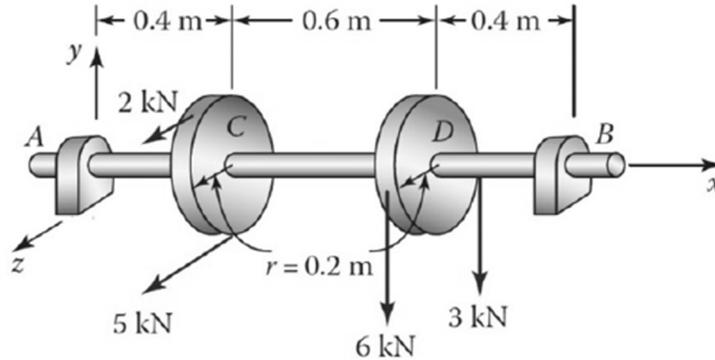
取最小直徑 $d=30.2\text{mm}$

二、直徑 $d=75\text{mm}$ 之實心圓軸 AB 承受如下圖所示之負載並旋轉，轉軸上 C、D 兩處轉輪的半徑 $r=0.2\text{ m}$ 。轉軸的降伏強度 $S_y=550\text{MPa}$ ，極限強度 $S_u=660\text{MPa}$ ，修正後之疲勞耐久限 (endurance limit) $S_e=186\text{ MPa}$ 。

(每小題 10 分，共 20 分)

(一)沿轉軸長度分別繪製彎矩分佈圖與扭矩分佈圖。

(二)考慮軸之旋轉，以畸變能失效理論 (distortion-energy theory of failure) 結合 Goodman 疲勞準則分析轉軸的安全係數。



【解題關鍵】

《考題難易》★★★

《破題關鍵》本題第一小題應屬材料力學範圍，第二小題為靜態負載配合動態破壞理論，此類題型在授課時，已有強調為重要題型，授課不需調整。

【擬答】

(一)

$$A_y = \frac{9 \times 0.4}{1.4} = 2.57\text{KN}$$

$$B_y = 9 - 2.57 = 6.43\text{KN}$$

$$A_z = -\frac{7 \times 1}{1.4} = -5\text{KN}$$

$$B_z = 7 - 5 = -2\text{KN}$$

$$M_{DZ} = 2.57 \times 1 = 2.57\text{KN} - \text{m}$$

$$M_{Cy} = -5 \times 0.4 = -2$$

$$T_C = -(5 - 2) \times 0.2 = -0.6$$

$$T_D = (6 - 3) \times 0.2 = 0.6 \text{ KN} - \text{m}$$

(二)考慮 D 點左側下表面處

$$\sigma = \frac{32 \times 2.57 \times 10^6}{\pi \times 75^3} = 62.22\text{MPa}$$

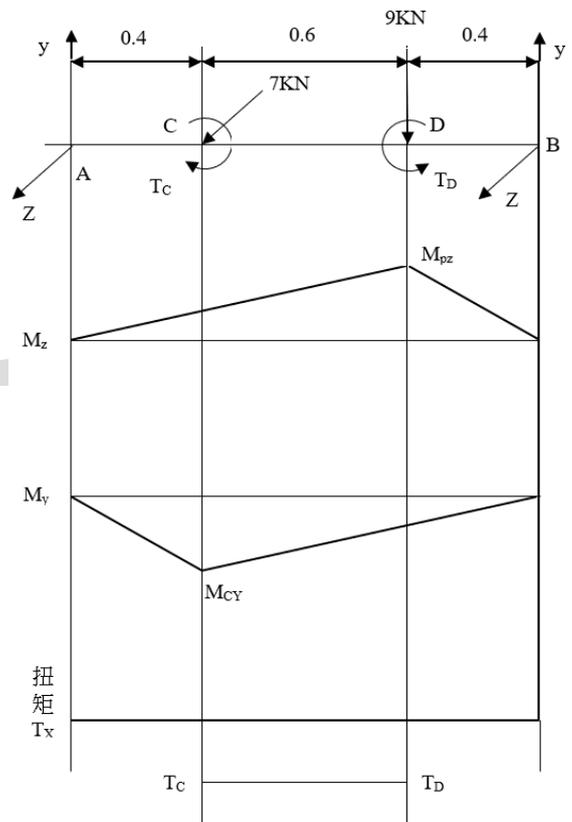
$$\tau = \frac{16 \times 0.6 \times 10^6}{\pi \times 75^3} = 7.24\text{MPa}$$

$$\sigma_{av} = 0, \sigma_r = 62.22\text{MPa}$$

$$\tau_{av} = 7.24\text{MPa}, \tau_r = 0$$

(A)依據 Spotts 書中，設 $k=1$

$$S = \sqrt{\left(\sigma_{av} + \frac{K\sigma_u}{\sigma_e}\sigma_r\right)^2 + 3\left(\tau_{av} + \frac{K\sigma_u}{e}\tau_r\right)^2}$$



$$= \sqrt{\left(0 + \frac{660}{186} \times 62.22\right)^2 + 3\left(7.24 + \frac{660}{186} \times 0\right)^2}$$

$$= 221.13$$

$$\text{安全係數 } n = \frac{550}{221.13} = 2.49$$

(B)若依據 Shigley 書中

$$S_{av} = \sqrt{\sigma_{av}^2 + 3\tau_{av}^2} = \sqrt{D + 3 \times 7.24^2} = 12.54$$

$$S_r = \sqrt{\sigma_r^2 + 3\tau_r^2} = \sqrt{(62.22)^2 + 0} = 62.22$$

由 Goodman, 設 $k=1$

$$\frac{12.54}{660} + \frac{62.22}{186} = \frac{1}{FS}$$

$$\text{得 } FS=2.82$$

三、有一外徑 $D_0=30$ mm 之螺旋壓縮彈簧，由直徑 $d=3$ mm 的鋼線所製成，鋼線的剪力模數 $G=79$ GPa，剪力降伏強度 $S_{sy}=848$ MPa，彈簧的兩端簡單磨平 (plain ground ends, 總計無效圈數為 1 圈)，總圈數為 12 圈。若彈簧被壓縮至壓實長度 (solid length) 時，彈簧內的剪應力不可超過鋼線的剪力降伏強度，試分析所容許之彈簧最大自由長度。(20 分)

$$\text{參考公式: } \tau = K \frac{16PR}{\pi d^3}, K_S = 1 + \frac{0.615}{C}, k = \frac{Gd^4}{64R^3N_C}$$

【解題關鍵】

《考題難易》★★

《破題關鍵》本題為彈簧考題，有給參考公式，但需了解自由長度等於壓實長加最大變形量，才可解出答案。此題型在授課時已有說明，授課符合考題。

【擬答】

$$\text{平均直徑 } D=30-3=27 \text{ mm}$$

$$\text{平均半徑 } R = \frac{27}{2} = 13.5 \text{ mm}$$

$$\text{彈簧指數 } C = \frac{D}{d} = \frac{27}{3} = 9$$

$$K_S = 1 + \frac{0.615}{C} = 1.068$$

$$\text{有效圈數 } N_C = 12 - 1 = 11 \text{ 圈}$$

$$\text{由 } \tau = K \frac{16PR}{\pi d^3}$$

$$848 = 1.068 \times \frac{16P \times 13.5}{\pi \times 3^3}, \text{ 得 } P = 311.8 \text{ (N)}$$

$$\text{由 } K = \frac{Gd^4}{64R^3N_C}$$

$$K = \frac{79 \times 10^3 \times 3^4}{64 \times 13.5^2 \times 11} = 3.69 \text{ (N/mm)}$$

$$\text{最大變形量 } x = \frac{P}{k} = \frac{311.8}{3.69} = 84.5 \text{ (mm)}$$

$$\text{壓實長} = 12 \times 3 = 36 \text{ (mm)}$$

$$\text{最大自由長度} = 36 + 84.5 = 120.5 \text{ (mm)}$$

志光學儒保成

到底怎樣才能 輕鬆考取?



快來掌握 8 大課程密招

- | | | | |
|------------------|--------------|------------------|------------------|
| | | | |
| 法科架構班 | 扎實正規班 | 工科全科班 | 作文實戰班 |
| 結合實務例子
建構法科概念 | 完整堂數
循序漸進 | 公職+國營
一次到位 | 強化寫作架構
理清邏輯概念 |
| | | | |
| 主題題庫班 | 精華總複習 | 全真模擬考 | 考前關懷講座 |
| 主題教學
考點分析 | 掌握考點
增強實力 | 比照真實考試
檢視應考實力 | 名師最終提點
觀念更加清晰 |



志光學儒保成

我同時考取 4 種工科考試



跟著 **連過4榜** 的學長 掌握關鍵科目解題技巧



不考取不放棄!我選擇**考取班**

推薦給正在準備工科考試的你!
基本電學是全部學科的根基, 跟著老師的課程,
從解釋概念到掌握電路的解題技巧, 成為你的上榜關鍵秘笈。

盧○源

普考 電力工程 / 鐵路特考 佐級電子工程 / 國營聯招新進職員 電機(二) / 地方特考四等 電力工程(高市)

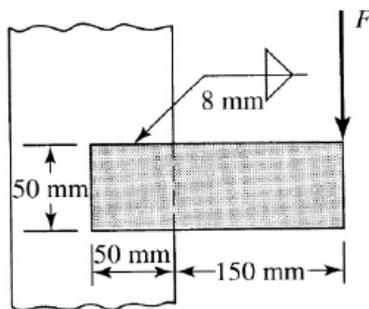


你還有這些機會!!

- 鐵路特考
- 高普考
- 地方特考
- 自來水評價人員
- 台電僱員
- 中油僱員
- 國營聯招職員級

公職王歷屆試題 (111 高考三級)

四、如下圖所示，一長方形鋼板於上下側以兩道填角銲 (fillet welds) 接合於一垂直基座上，鋼板的厚度為 20 mm。兩銲道長度均為 50 mm，銲腳 (leg) 尺寸為 8 mm。銲接後鋼板形成一懸臂結構，於自由端受一向下之負載 F ，若銲接處的容許剪應力 $\tau_{all}=140\text{MPa}$ ，求容許之最大負載 F 。(20 分)



【解題關鍵】

《考題難易》★★★

《破題關鍵》本題是熔(焊)接基本考題，但計算過程繁複，稍有不小心的，就會計算錯誤。授課內容符合考題需求，不需調整。

【擬答】

單一焊道喉部面積 $A=0.707 \times 8 \times 50=282.8(\text{mm}^2)$

直接剪應力 $\tau_1 = \frac{F}{2 \times 282.8} = \frac{F}{565.6}$ (向下)

單側面積極慣性矩 $J_1 = 282.8 \left(\frac{50^2}{12} + 25^2 \right) = 235666.7 \text{mm}^4$

總極慣性矩 $J=2J_1=471333.3 \text{mm}^4$

扭矩 $T=F \times (150+25)=175F$

考慮右下方焊道端點

扭轉剪應力 $\tau_2 = \frac{Tr}{J} = \frac{175F \times 25\sqrt{2}}{471333} = \frac{4375\sqrt{2}F}{471333}$

分解 τ_2 ， $\tau_y = \tau_2 \cos 45^\circ = \frac{4375\sqrt{2}}{471333} F \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4375F}{471333}$

$\tau_x = \tau_2 \sin 45^\circ = \frac{4375F}{471333}$

總剪應力 $\tau = \sqrt{\left(\frac{4375}{471333} F + \frac{F}{565.6} \right)^2 + \left(\frac{4375}{471333} \right)^2}$

$140 = \sqrt{2.083 \times 10^{-4} F^2}$

$F^2=94110286$

$F=9701.04(\text{N})$

公職王歷屆試題 (111 高考三級)

- 五、一個由電動馬達驅動的皮帶輪 A 經由平皮帶帶動另一個皮帶輪 B，馬達的輸出功率為 1.5 kW，馬達的轉數 $n_1=2500$ rpm。主動輪 A 的半徑 $r_1=37.5$ mm，兩輪軸互相平行且軸中心距離 $c=625$ mm，皮帶與輪之間的摩擦係數 $\mu=0.35$ ，皮帶每單位長度重量 $w=1.75$ N/m，若運轉時被動輪 B 的轉數為 1000rpm，求：
- (一)被動輪 B 的半徑 r_2 。(5 分)
 - (二)主動輪 A 被皮帶所包覆的角度 (wrap angle) φ 。(5 分)
 - (三)運轉時皮帶的緊邊張力 F_1 和鬆邊張力 F_2 。(10 分)

【解題關鍵】

《考題難易》★★

《破題關鍵》本題是皮帶相關的考題，但因有給單位長度重量，所以要考慮離心力。授課內容皆有涵蓋考題內容，不需調整課程內容。

【擬答】

(一) $\frac{1000}{2500} = \frac{37.5}{r_2}$, $r_2 = 93.75$ (mm)

(二)假設為開口帶連接傳動。A 輪是小輪

$$\varphi = \pi - 2\sin^{-1}\left(\frac{D_B - D_A}{2C}\right) = \pi - 2\sin^{-1}\left(\frac{r_2 - r_1}{C}\right)$$
$$= \pi - 2\sin^{-1}\left(\frac{93.75 - 37.5}{625}\right) = 2.961(\text{rad}) = 169.67 \text{ 度}$$

(三)離心力 $F_c = mv^2 = \frac{1.75}{9.8} \times \left(\frac{2\pi \times 37.5 \times 2500}{60 \times 1000}\right)^2 = 17.21$ (N)

$$\frac{F_1 - 17.21}{F_2 - 17.21} = e^{0.35 \times 2.961} = 2.82$$

$$F_1 - 2.82 F_2 = -31.32 \text{-----(1)}$$

$$1.5 \times 1000 = \frac{(F_1 - F_2) \times \pi \times 37.5 \times 2 \times 2500}{60 \times 1000}$$

$$F_1 - F_2 = 152.7 \text{-----(2)}$$

由(2)-(1), $F_2=101.1$ (N) 代入(2)

得 $F_1=253.86$ (N)

志光
保成
學儒



112年 虛實整合

多元學習新型態

重聽OK
旁聽OK



突破傳統上課形式 5大方式彈性又便利

| 面授學習 | 直播學習 | 在家學習 | 視訊學習 | Wifi學習 |

◆學習◆
零時差

同類科各班別
皆可同步直播上課

◆服務◆
零死角

服務緊貼需求
隨時掌握學習狀況



線上
課業諮詢



老師
申論批閱



雙師資
雙循環



多元
補課方式



上榜生
經驗親授



時事
專題講座



歷屆試題
練習



班導師
制度

各班服務略有不同，詳情請洽全國志光、保成、學儒門市