

## 111 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：土木工程

科 目：結構學

墨庸老師解題

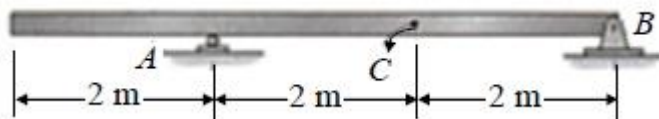
一、如下圖梁，承受  $1.5 \text{ kN/m}$  的均布活載重和  $8 \text{ kN}$  的單一集中載重，靜載重為  $2 \text{ kN/m}$ 。請回答下列問題（A 點是滾接支承，B 點是鉸支承，構件自重不計）。（25 分）

(一)繪製 C 點剪力影響線。

(二)繪製 C 點彎矩影響線。

(三)求 C 點最大正剪力。

(四)求 C 點最大正彎矩。

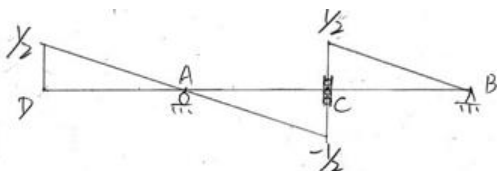


考題難度：★★☆☆☆

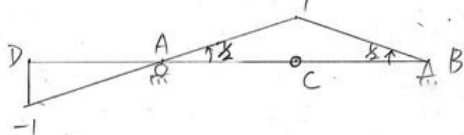
分析：靜定梁之剪力彎矩影響線皆由直線段組成，利用 Müller-Breslau 法可迅速求解，Note 靜載重固定作用於全部桿件

【擬答】

(一)  $V_C$  IF



(二)  $M_C$  IF



(三)  $V_{C,MAX} \Rightarrow$  活載重作用於  $\overline{DA}, \overline{CB}$ ，集中力作用於  $C^+$

$$\Rightarrow V_{C,MAX} = 8 \times \frac{1}{2} + 1.5 \left( \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} \right) + 2 \times \left( \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} \right)$$

$C^+$  之 IF 值  $\overline{DA}$  面積  $\overline{CB}$  Area all area

$$= 6.5 (\text{kN})$$

(四)  $M_{C,MAX} \Rightarrow$  活載重施於  $\overline{AC}, \overline{BC}$ ，集中力於 c

$$\Rightarrow M_{C,MAX} = 8 \times 1 + 1.5 \times \left( 1 \times 4 \times \frac{1}{2} \right) + 2 \times \left( 1 \times 2 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= 13 (\text{kN} \cdot \text{m})$$

公職王歷屆試題 (111 高考三級)

二、如下圖超靜定桁架，A 點是鉸支承，B 點與 C 點是滾接支承，指定 C 點支承的反力  $C_Y$  為贅力，請以最小功法計算超靜定桁架各支承點的反力與桿件桿力（構件自重不計，使用其他方法或是使用反力  $C_Y$  以外其他贅力，一律不予計分）。（每小題 5 分，共 30 分）

(一)劃出以反力  $C_Y$  替代支承點 C 成為靜定桁架 S。

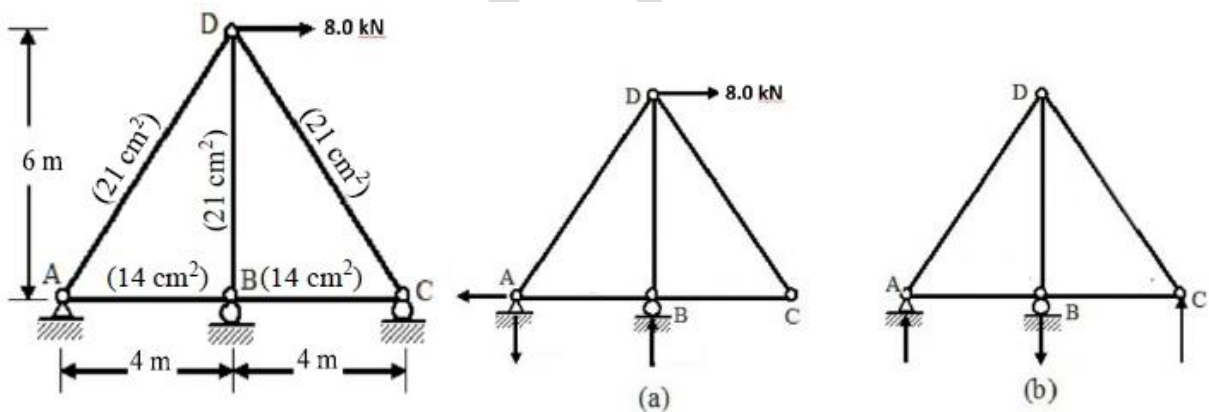
(二)計算承受原載重的靜定桁架 S，如圖(a)各桿件桿力。

(三)計算承受未知反力  $C_Y$  的靜定桁架 S，如圖(b)各桿件桿力。

四依據各桿桿力，列表計算桁架應變能  $U$  對贅力  $C_Y$  的偏微分式。

(五)解得  $C_Y$ 。

(六)計算各桿桿力。

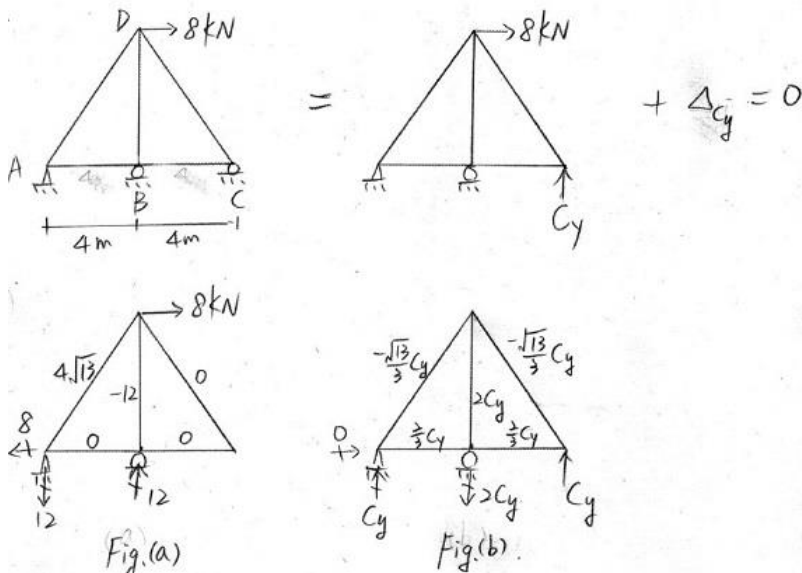


考題難度：★★★★☆

分析：本題已限定方法，依題目要求依序求解

【擬答】

(一)



(二)

$$(a) \sum M_A = 0 \Rightarrow -6(8) + 4B_y = 0 \Rightarrow B_y = 12$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = -8$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = -12$$

$$\boxed{A} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{13}} T_{AD} - 12 = 0 \Rightarrow T_{AD} = 4\sqrt{13}$$

各桿內力如  $F_{ig(a)}$  所示

$$\textcircled{三}(b) \sum M_A = 0 \Rightarrow 8C_y + 4B_y = 0 \Rightarrow B_y = -2C_y$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_x = C_y$$

$$\textcircled{C} \sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{13}} T_{CD} + C_y = 0 \Rightarrow T_{CD} = -\frac{\sqrt{13}}{3} C_y$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -T_{BC} - \frac{2}{\sqrt{13}} T_{CD} = 0 \Rightarrow T_{BC} = \frac{2}{3} C_y$$

各桿內力如  $F_{ig(b)}$

四) 令桿件真正受力為  $N = N'' + N'$ ，其中  $N$  為  $F_{ig(a)}$  之桿件受力情況， $N''$  為  $F_{ig(b)}$  之情況

$$\frac{\partial U}{\partial C_y} = \sum \left( \frac{\partial U}{\partial C_y} \right) \frac{NL}{EA}$$

各項質如下表所列：

| 桿件 | $N'_i$       | $N''_i$                   | $\frac{\partial N_i}{\partial C_y}$ | $L_i$        | $A_i$ |
|----|--------------|---------------------------|-------------------------------------|--------------|-------|
| AD | $4\sqrt{13}$ | $-\frac{\sqrt{13}C_y}{3}$ | $-\frac{\sqrt{13}}{3}$              | $2\sqrt{13}$ | 21    |
| BD | -12          | $2C_y$                    | 2                                   | 6            | 21    |
| CD | 0            | $-\frac{\sqrt{13}C_y}{3}$ | $-\frac{\sqrt{13}}{3}$              | $2\sqrt{13}$ | 21    |
| AB | 0            | $\frac{2C_y}{3}$          | $\frac{2}{3}$                       | 4            | 14    |
| BC | 0            | $\frac{2C_y}{3}$          | $\frac{2}{3}$                       | 4            | 14    |

五) 求解  $C_y$

皆合條件  $\Delta_c = 0$

$$\Rightarrow \Delta_c \frac{\partial U}{\partial C_y} = \sum \left( \frac{\partial U}{\partial C_y} \right) \frac{NL}{EA} = 0$$

$$\Rightarrow -12.8092 + 2.3888 C_y = 0$$

$$\Rightarrow C_y = 5.362 (\uparrow) (kN)$$

六) 各桿內力如下，拉力為正，單位 (kN)

$$T_{AD} = 7.9778$$

$$T_{BD} = -1.27578$$

$$T_{CD} = -6.444$$

$$T_{AB} = 3.57474$$

$$T_{BC} = 3.57474$$

志光  
保成  
學儒

112年 虛實整合

重聽OK  
旁聽OK

# 多元學習新型態

突破傳統上課形式 **5大方式彈性又便利**

| 面授學習 | 直播學習 | 在家學習 | 視訊學習 | Wifi學習 |

✦學習✦  
零時差

同類科各班別  
皆可同步直播上課

✦服務✦  
零死角

服務緊貼需求  
隨時掌握學習狀況

線上  
課業諮詢

老師  
申論批閱

雙師資  
雙循環

多元  
補課方式

上榜生  
經驗親授

時事  
專題講座

歷屆試題  
練習

班導師  
制度

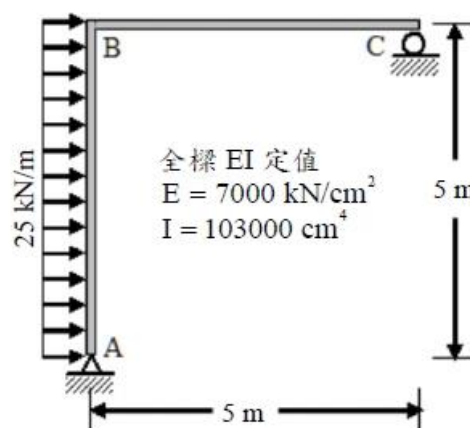
各班服務略有不同，詳情請洽全國 志光、保成、學儒門市

三、如下圖剛架，A 點為鉸支承，B 點為剛接點，C 點為滾接支承。以卡氏第二定理 Castigliano's Second Theorem) 詳細計算剛架上支承點 C 的水平變位，構件自重不計（使用其他方法一律不予計分）。

(一)在 C 點加上一個向右水平變數作用力 P，並推得 A 與 C 點支承點反力。(5 分)

(二)列出各段斷面彎矩函數及對 P 的偏微分。(10 分)

(三)使用積分公式計算支承點 C 的水平變位。(10 分)



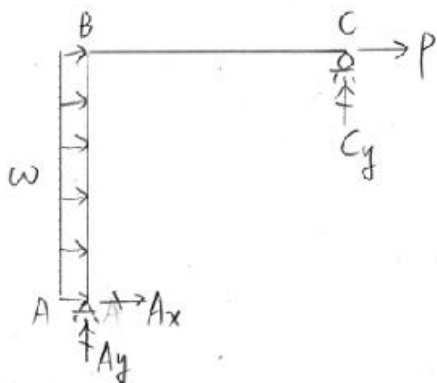
考題難度：★★☆☆☆

分析：建議注意題目給之 EI 值單位

【擬答】

$$EI = 7000 \times 103000 \text{ (kN} \cdot \text{cm}^2 \text{)} = 72100 \text{ (kN} \cdot \text{cm}^2 \text{)}$$

(一)



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = -125 - P$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 5C_y - 25 \times 5 \times \frac{5}{2} - 5P = 0 \Rightarrow C_y = \frac{125}{2} + P$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = \frac{-125}{2} - P$$

(二) 各桿彎矩

$$\boxed{AB} \quad M = -\frac{25}{2}x^2 + 125x + Px$$

$$\frac{\partial M}{\partial P} = x$$

$$\boxed{CB} \quad M = \left(\frac{125}{2} + P\right)x$$

$$\frac{\partial M}{\partial P} = x$$

$$\begin{aligned} (\text{三}) \Delta_C &= \int \left( \frac{\partial M}{\partial P} \right) \frac{M}{EI} dx = \int_0^5 \frac{x \left( -\frac{25}{2}X^2 + 125X \right)}{EI} dx + \int_0^5 \frac{x \left( \frac{125}{2}x \right)}{EI} dx \\ &= 0.081267 \text{ (m)} (\rightarrow) \end{aligned}$$

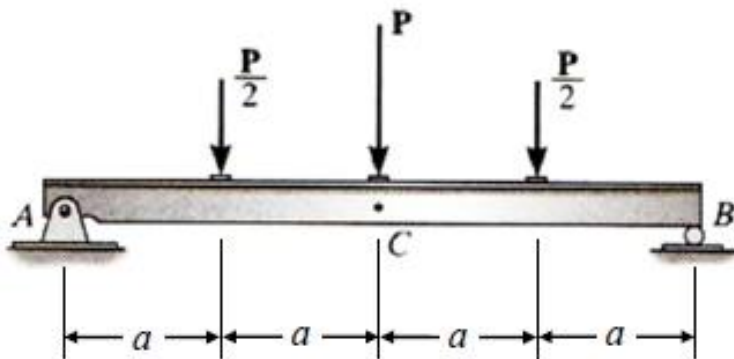
四、如下圖大梁 AB，A 點是鉸支承，B 點是滾接支承，假若 EI 為固定值，請以共軛梁法詳細計算梁在 B 點的轉角與 C 點的撓度（使用其他方法一律不予計分），構件自重不計。（每小題 5 分，共 20 分）

(一) 劃出共軛梁承受彈性載重圖。

(二) 求出共軛梁，梁端反力。

(三) 計算梁在 B 點的轉角。

(四) 計算梁 C 點的撓度。



考題難度：★★☆☆☆

分析：本題為靜定且對稱問題

【擬答】

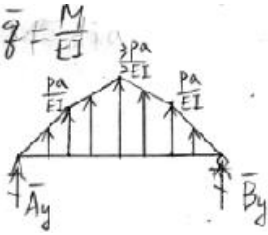
(一)求反力

$$S_{ym} \Rightarrow A_y = B_y$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y + \frac{P}{2} + P + \frac{P}{2} = 0$$

$$\Rightarrow A_y = B_y = P$$

(二)



(三)

$$\sum \bar{F}_y = 0 \Rightarrow 2 \left( \frac{pa^2}{2EI} + \frac{pa + \frac{3}{2}pa}{2EI} a \right) + \bar{A}_y \bar{B}_y = 0$$

$$S_{ym} \Rightarrow \bar{A}_y = \bar{B}_y$$

$$\Rightarrow \theta_A = \bar{A}_y = \frac{-7pa^2}{4EI}, \theta_B = -\bar{B}_y = \frac{7pa^2}{4EI} \quad (\checkmark)$$

(四)求  $\Delta_c$

看 AC

$$\sum \bar{M}_c = 0 \Rightarrow (-2a)\bar{A}_y - \left( \frac{a}{3} + a \right) \frac{pa^2}{2EI} - \left( \frac{a}{2} \right) \left( \frac{pa}{EI} \cdot a \right) - \left( \frac{a}{3} \right) \left( \frac{pa}{2EI} \cdot \frac{a}{2} \right) + \bar{M}_c = 0$$

$$\Rightarrow \Delta_c = \bar{M}_c = \frac{-9pa^3}{4EI} \text{ (負號代表向下)}$$

志光  
保成  
學儒
快速考取
全方位智慧服務系統



線上.線下 給您 **最強大的支援**

**手機APP系統**

考情、開課、預約補課、試題輕鬆掌握

**能力指標檢測系統**

線上測驗同時診斷你章節強弱

**線上模擬考 平時測驗**

定期檢視學習成效修正學習方向

**線上考前重點下載**

考前大補帖，重點一點通

**歷屆試題、解題典藏**

最完整各類國考試題及解題題庫

**國考加分學習資訊網**

最新考情、時事精闢分析，即時加分

問題解惑    試題演練

實力分析    即時資訊

YouTube 公職王影音頻道

考題剖析、考前重點等加值內容線上看

**數位/在家補課系統**

課程可重複觀看解決學習疑問

**名師申論批改**

授課名師批閱提升寫作能力

**時事專題講座**

最新修法時事彙整即時補充重點

**筆記借閱**

重點科目筆記借閱有效複習上課進度

**落點分析**

由上榜各科成績分析設定個人得分值

**WIFI教室/自修教室**

最舒暢的閱讀空間，亦可線上自助補課