

111 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：土木工程

科 目：平面測量與施工測量

一、測量某一筆梯形土地，得上底與下底分別為 150.124 公尺與 250.512 公尺，高為 120.230 公尺，並已知所使用之距離量測設備有 $\pm 20\text{ppm}$ 的標準差，請計算該梯形土地面積大小、各觀測量標準差以及土地面積之標準差。(25 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：梯形、誤差傳播定律之應用。重點提要： $\pm 20\text{ppm}$ 的意義。

【命中特區】

書名：土木 測量學

作者：賴明

章節出處：第一章 測量概論 之 第 5 節 誤差傳播定律之應用

【擬答】

已知：上底 $a=150.124\text{m}$ ，下底 $b=250.512\text{m}$ ，高 $h=120.230\text{m}$

所使用之距離量測設備有 $\pm 20\text{ppm}$ 的標準差

(一)計算該梯形土地面積 A

$$\text{面積 } A = \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{1}{2}(150.124 + 250.512) \times 120.23 = 24,084.233\text{m}^2$$

(二)各觀測量標準差

$$\text{上底 } a=150.124\text{m}=0.150124\text{km}, \text{ 標準差 } \sigma_a = \pm 20 \times 0.150124 = \pm 3\text{mm} = \pm 0.003\text{m}$$

$$\text{下底 } b=250.512\text{m}=0.250512\text{km}, \text{ 標準差 } \sigma_b = \pm 20 \times 0.250512 = \pm 5\text{mm} = \pm 0.005\text{m}$$

$$\text{高 } h=120.230\text{m}=0.12023\text{km}, \text{ 標準差 } \sigma_h = \pm 20 \times 0.12023 = \pm 2.4\text{mm} = \pm 0.0024\text{m}$$

(三)土地面積之標準差 σ_A

$$\text{面積 } A = \frac{1}{2}(a+b)h, \quad \frac{\partial A}{\partial h} = \frac{1}{2}(a+b) = \frac{1}{2}(150.124 + 250.512) = 200.318$$

$$\frac{\partial A}{\partial a} = \frac{h}{2} = \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{120.23}{2} = 60.115$$

$$\sigma_A = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial a}\right)^2 \times \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial b}\right)^2 \times \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)^2 \times \sigma_h^2}$$

$$\sigma_A = \pm \sqrt{(60.115 \times 0.003)^2 + (60.115 \times 0.005)^2 + (200.318 \times 0.0024)^2} = \pm 0.595\text{m}^2$$

$$\therefore \sigma_A = \pm 0.595\text{m}^2$$

二、在使用水準儀進行水準測量時，請說明水準線、水準面以及水平線三者之關係，並解釋視準軸誤差之定義以及可能減少視準軸誤差之觀測方式(25 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》關鍵字：水準測量、水準線、水準面、水平線。

重點提要：視準軸誤差之定義、前視距離=後視距離。

【命中特區】

書名：土木 測量學

作者：賴明

章節出處：第三章 水準測量 之 八、水準儀的校正與整置

【擬答】

(一)水準線、水準面以及水平線三者之關係

1. 水準面

為一個不規則且包於地球內之曲面。水準面上，各點垂線與重力線方向重合。同一個水準面上，各點高程相同。水準面本質為一個具有物理性質的等位面，在陸地上，水準面隨著高程增加而上升。

2. 水準線

水準線是水準面與經過地心的平面相交而成的曲線。

3. 水平線

水平面是切於水準面上一點而垂直於重力線的平面。

水平線是切於水平面上某一點的直線。

4. 三者之關係

(1) 水準線在水準面上。

水平線切於水準面上一點而垂直於重力線

(2) 在水準測量時，水平線與水準線之差值，可以類比於水平面(平面)與水準面(曲面)之分析方式，亦即，二者存在地球曲率差 C_E 。水準測量時，單向觀測(後視或前視)的距離為 100 公尺，則地球曲率差約為 0.78mm。

(3) 在普通水準測量時，水準儀與水準尺的距離大約只有數十公尺，距離較短，水平線與水準線雖有差異，但二者對高程產生的差值甚小，可視為相同。

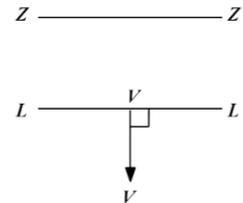
(二)視準軸誤差之定義

由水準儀儀器構造而產生視準軸誤差

如右圖。當視準軸 ZZ 不平行於水準軸 LL 時，則產生視準軸誤差。

視準軸 ZZ：望遠鏡中，物鏡中心與十字絲中心之連線。

水準軸 LL：切於水準管刻劃中點之線，亦稱水準管軸。



(三)可能減少視準軸誤差之觀測方式

觀測時，前視距離=後視距離，可減少視準軸誤差

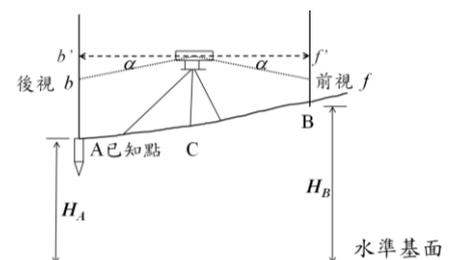
如圖所示。觀測值：後視 b 、前視 f

假設：視準軸偏下，視準軸誤差為 α

則；沒有視準軸誤差的正確值：

後視 $b' = b + \overline{AC} \times \alpha$ ，前視 $f' = f + \overline{BC} \times \alpha$

A、B 二點高程差 Δh



$$\Delta h = b' - f' = (b + \overline{AC} \times \alpha) - (f + \overline{BC} \times \alpha) = (b - f) + (\overline{AC} - \overline{BC}) \times \alpha$$

如果，前視距離=後視距離，即 $\overline{AC} = \overline{BC}$ ，則 $(\overline{AC} - \overline{BC}) \times \alpha = 0$

亦即；高程差 Δh $\Delta h = b' - f' = b - f$

∴ 前、後視距離相等可以消除視準軸誤差

三、以經緯儀觀測兩個目標點 A、B 間所夾之順鐘向水平角，得正、倒鏡觀測數值分別如下所示，並已知該經緯儀具有 ± 20 秒之照準誤差(先驗標準差)，請計算各觀測水平角殘差、水平角之估計值以及其先驗標準差。(25 分)

| | 視點(A 點) | 前視(B 點) |
|-----------|-----------|-----------|
| 正鏡(度-分-秒) | 000-00-00 | 120-30-15 |

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》關鍵字：水平角、標準差。重點提要：單角法，誤差傳播定律。

【命中特區】

書名：土木 測量學

作者：賴明

章節出處：第四章 角度測量 之 第2節 角度觀測

【擬答】

已知：該經緯儀具有 ± 20 秒之照準誤差

(一)各觀測水平角殘差

$$\text{正鏡觀測：}\theta_1 = \theta_{1B} - \theta_{1A} = 120^\circ 30' 15''$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_{1A}} = -1, \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_{1B}} = 1, \quad \sigma_{\theta_1} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_{1A}}\right)^2 \times \sigma_{\theta_{1A}}^2 + \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_{1B}}\right)^2 \times \sigma_{\theta_{1B}}^2}$$

$$\sigma_{\theta_1} = \pm \sqrt{20^2 + 20^2} = \pm 20\sqrt{2}''$$

$$\text{倒鏡觀測：}\theta_2 = \theta_{2B} - \theta_{2A} = 300^\circ 29' 55'' - 180^\circ 00' 00'' = 120^\circ 29' 45''$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_{2A}} = -1, \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_{2B}} = 1, \quad \sigma_{\theta_2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_{2A}}\right)^2 \times \sigma_{\theta_{2A}}^2 + \left(\frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_{2B}}\right)^2 \times \sigma_{\theta_{2B}}^2}$$

$$\sigma_{\theta_2} = \pm \sqrt{20^2 + 20^2} = \pm 20\sqrt{2}''$$

(二)水平角之估計值以及其先驗標準差

$$\text{水平角之估計值 } \theta = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) = \frac{1}{2}(120^\circ 30' 15'' + 120^\circ 29' 45'') = 120^\circ 30' 00''$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \theta_1} = \frac{1}{2} = \frac{\partial \theta}{\partial \theta_2}, \quad \sigma_{\theta} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \theta}{\partial \theta_1}\right)^2 \times \sigma_{\theta_1}^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial \theta_2}\right)^2 \times \sigma_{\theta_2}^2}$$

$$\sigma_{\theta} = \pm \frac{1}{2} \times \sqrt{(20\sqrt{2})^2 + (20\sqrt{2})^2} = \pm \frac{1}{2} \times 20\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \pm 20''$$



獨家 7 大輔考規劃

| | | |
|---|--|--|
| <p>幫助你快速上榜</p> | <p>1. 定時平時測驗 定時檢視學習成效，累積上榜實力。</p> |  |
| <p>2. 專業筆記借閱 提供重點筆記供學員借閱複習。</p> | <p>3. 考取學長姐見面會 循著考取學長姊的腳步前進，快速考取囉！</p> | <p>4. 修法專題關懷講座 最新時事議題補充及修法重點整理。</p> |
| <p>5. 專任班導師 班導師為補習班與學員之間的重要溝通橋樑。</p> | <p>6. 手機隨身APP系統 預約、考情、優惠、歷屆試題，一次搞定。</p> | <p>7. 視訊在家補課系統 讓你零缺課，隨時ON在進度上。</p> |

多元學習模式

| | | | | |
|---|--|---|--|--|
|  <p>現場面授 名師現場面對面 即時互動解答疑惑</p> |  <p>視訊課程 手機APP預約上課 輔導期間 無限重複看課</p> |  <p>WIFI看課 專屬WIFI教室 讓你學習時間更彈性</p> |  <p>直播教學 即時登入直播跟課 掌握進度免等待</p> |  <p>在家學習 使用在家補課點數 即可在家複習上課 (以實際課程科目為準)</p> |
|---|--|---|--|--|

四、在應用全球導航衛星系統進行虛擬距離定位測量時，通常以精度稀釋因子(Dilution of Precision)作為定位解算品質之指標，請說明該指標之定義與計算方式，並解釋如何應用該指標估計衛星定位精度。(25 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★
2. 《破題關鍵》關鍵字：衛星定位測量、DOP、定位精度。

重點提要：指標之定義與計算方式。

【命中特區】

書名：土木 測量學

作者：賴明

章節出處：第九章 衛星定位測量 之 十二、GPS 觀測精度

【擬答】

(一)精度稀釋因子(Dilution of Precision, DOP)指標之定義

測站接收儀同時觀測四個人造衛星，得四個虛擬距離 P_i

測站未知數有 4 個： (X_r, Y_r, Z_r) 與 dt

按最小二乘法解算，得：誤差分析之未知數變方—協變方矩陣為：

$$\begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} & \sigma_{Xt} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} & \sigma_{Yt} \\ \sigma_{ZX} & \sigma_{ZY} & \sigma_Z^2 & \sigma_{Zt} \\ \sigma_{tX} & \sigma_{tY} & \sigma_{tZ} & \sigma_t^2 \end{bmatrix}$$

式中： $\sigma_X^2, \sigma_Y^2, \sigma_Z^2$ ：點坐標 (X, Y, Z) 之變方。 σ_t^2 ：接收儀時鐘誤差之變方。

一般另以權係數矩陣 Q 表之： $Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix}$

以虛擬距離觀測量進行動態絕對定值（單點定位、導航定值）時，求解的點位精度 m

$$m = \sigma_o \times \sqrt{q_{ii}}$$

式中： σ_o ：虛擬距離觀測量之中誤差。 q_{ii} ：權係數矩陣 Q 主對角線之相應元素。

為評估定位結果，除應用上式估算每一未知參數解的精度外，在導航學，採用精度因子 DOP ，即：

$$m = \sigma_o \times DOP$$

(二)精度稀釋因子指標之計算方式

1. 平面位置精度： $m_H = \sigma_o \times HDOP$ ， $HDOP = \sqrt{q_{11} + q_{22}} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$
 HDOP：2D 之平面點位精度因子 (Horizontal DOP)

2. 高程精度： $m_V = \sigma_o \times VDOP$ ， $VDOP = \sqrt{q_{33}} = \sqrt{\sigma_Z^2} = \sigma_Z$
 VDOP：高程 (垂直) 精度因子 (Vertical DOP)

3. 3D 定位精度： $m_P = \sigma_o \times PDOP$ ， $PDOP = \sqrt{q_{11} + q_{22} + q_{33}} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2}$
 PDOP：3D 點位精度因子 (Position DOP)

4. 時間精度： $m_T = \sigma_o \times TDOP$ ， $TDOP = \sqrt{q_{44}} = \sqrt{\sigma_t^2} = \sigma_t$
 TDOP：時間之精度因子 (Time DOP)

5. 3D+時間精度： $m_G = \sigma_o \times GDOP$

$$GDOP = \sqrt{q_{11} + q_{22} + q_{33} + q_{44}} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2 + \sigma_t^2}$$

GDOP 幾何精度因子(Geometric DOP)：描述三維位置和時間之綜合誤差影響因子。

(三)應用該指標估計衛星定位精度的方式

∴ $m = \sigma_o \times DOP$ 如 σ_o 固定，則 $m \propto DOP$ ，即；單點定位的誤差與精度因子成正比。

如 DOP 愈小，誤差 m 愈小，定位精度提高。

假設：四顆衛星與觀測站所構成的六面體積為 V

則 $GDOP \propto \frac{1}{V}$ 亦即；體積 V 愈大，衛星在空間的分布範圍愈大，GDOP 愈小。

如衛星太過集中， V 愈小，則 GDOP 值不佳，不適合觀測。

1. 由理論分析：觀測站至衛星的任意二方向之間的夾角 $\approx 109.5^\circ$ ，六面體體積為最大。但為了減弱大氣折射的影響，觀測的仰角不能太低。
2. 理想狀況：一顆衛星位於天頂，三顆衛星位於水平面，相隔 120° ，則 V 值近似最大。
3. 如同時接收（觀測）四個以上的衛星，為了獲得最小的精度因子，存在選星問題，則可選擇各種可能的組合，以計算 GDOP，取 GDOP 最小者之衛星組合，作為計算基礎。

志光 保成 學儒

112年 虛實整合

多元學習新型態

重聽OK 旁聽OK

突破傳統上課形式 **5大方式** 彈性又便利

| 面授學習 | 直播學習 | 在家學習 | 視訊學習 | Wifi學習 |

| | | | |
|-------------|--------------------|-------------|--------------------|
| ◆學習◆ 零時差 | 同類科各班別 皆可同步直播上課 | ◆服務◆ 零死角 | 服務緊貼需求 隨時掌握學習狀況 |
| 線上 課業諮詢 | 老師 申論批閱 | 雙師資 雙循環 | 多元 補課方式 |
| 上榜生 經驗親授 | 時事 專題講座 | 歷屆試題 練習 | 班導師 制度 |

各班服務略有不同，詳情請洽全國志光、保成、學儒門市