

# 111 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：資訊處理

科 目：資料結構

甲、申論題部分：

一、請用 Big-O 符號來表示下列函式的成長速率，並說明之：

(一)  $T(n) = 3n^3 + 7n^3\sqrt{n} + n^3 \log n$  (5 分)

(二)  $T(n) = 2T(n/2) + n^2$  (10 分)

**【解題關鍵】**

《考題難易》：★★★

《破題關鍵》：本題為時間複雜度與遞迴關係式計算題，掌握 Big O 概念與遞迴關係式解法即可答題。

**【擬答】**

**【擬答】**

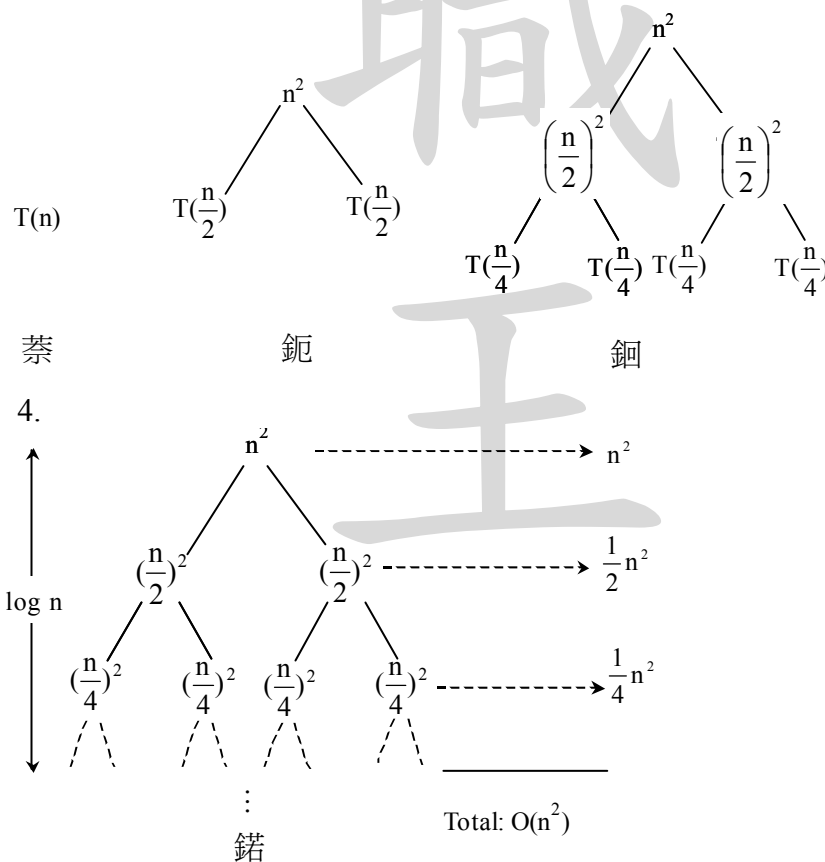
(一)  $T(n) = 3n^3 + 7n^3\sqrt{n} + n^3 \log n = O(n^{3.5})$ 。

(二)

1.

2.

3.



公職王歷屆試題 (111 地方特考)

二、常用的算術運算式 (Arithmetic Expression) 有：中序運算式 (Infix Expression)、前序運算式 (Prefix Expression)、後序運算式 (Postfix Expression) 三種表示法，考慮下面的算術運算式 (Arithmetic Expression) 並回答下列問題：

$$((6 \times (5 - 3)) - (1 + 2)) \times (((4 + 2) / 3) + (5 \times 4))$$

(一)請寫出其前序運算式 (Prefix Expression)。(5 分)

(二)請繪出其算術運算樹 (Expression Tree)。(5 分)

(三)請說明如何以此算術運算樹計算出算術運算式的值，並一步一步列出運算過程。(10 分)

**【解題關鍵】**

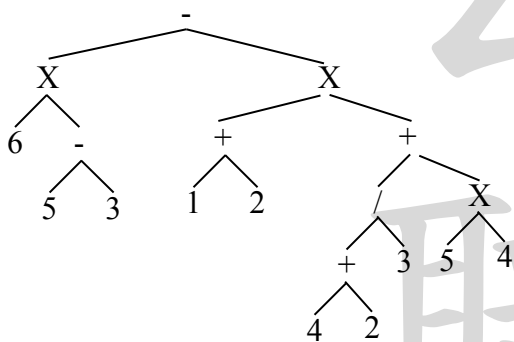
《考題難易》：★★

《破題關鍵》：運算式表示與求值基本題，理解 prefix 與運算式樹即可作答。

**【擬答】**

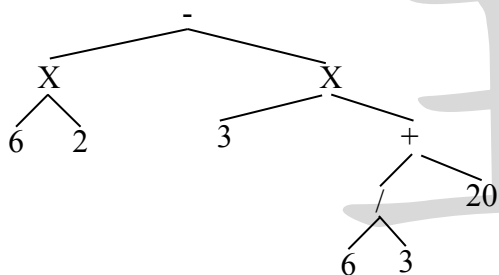
(一)前序運算式為  $- \times 6 - 5 3 \times + 1 2 + / + 4 2 3 \times 5 4$

(二)其算術運算樹如下：

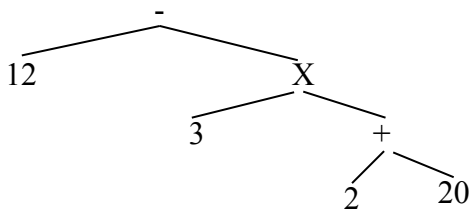


(三)算術運算樹計算過程如下：

1. 針對樹葉節點皆為運算元者與其父節點運算子運算後可得  $((6 \times (2)) - (3)) \times (((6) / 3) + (20))$ ，此時運算式樹如下：

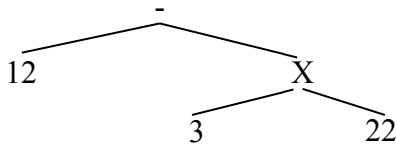


2. 再對樹葉節點皆為運算元者與其父節點運算子運算後可得  $((12) - (3)) \times ((2) + (20))$ ，此時運算式樹如下：

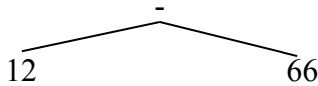


3. 再對樹葉節點皆為運算元者與其父節點運算子運算後可得

(12))-(3)x(22)，此時運算式樹如下：



4.再對樹葉節點皆為運算元者與其父節點運算子運算後可得 (12))-(66)，此時運算式樹如下：



5.最後可得結果為-54

志光 保成 學儒 機械工程 | 電子工程 | 電力工程 | 資訊處理

## 一起站上工科勝利頂點

👑 考取菁英 強勢佔榜 👑

|           |                         |           |                         |
|-----------|-------------------------|-----------|-------------------------|
| <b>狀元</b> | 【全國狀元】 111高 考電子工程-洪○銓   | <b>榜眼</b> | 【全國榜眼】 111普 考資訊處理-羅○昌   |
|           | 【竹苗區狀元】 110地特四等電子工程-詹○凱 |           | 【高雄市榜眼】 110地特三等電力工程-江○展 |
|           | 【台北市狀元】 110地特四等資訊處理-于 ○ |           | 【高雄市榜眼】 110地特四等電子工程-曾○富 |
|           | 【台中市狀元】 110地特四等電力工程-柯○訓 |           | 【台北市探花】 110地特三等電力工程-黃○任 |
|           | 【金門縣狀元】 110地特四等資訊處理-吳○展 |           | 【台北市探花】 110地特五等電子工程-柯○輝 |

|                         |                         |                      |
|-------------------------|-------------------------|----------------------|
| 【花東區第四】 110地特三等資訊處理-羅○哲 | 【全國第七】 111普 考電子工程-卓○倫   | 【全國第八】 111普考電力工程-陳○璋 |
| 【桃園市第四】 110地特三等資訊處理-丁○妮 | 【全國第七】 111初 考電子工程-柯○輝   | 【全國第八】 111普考電子工程-李○穎 |
| 【高雄市第四】 110地特四等電力工程-盧○源 | 【桃園市第七】 110地特三等電力工程-張○培 | 【全國第九】 111普考機械工程-施○佑 |
| 【高雄市第六】 110地特四等電力工程-蘇○禎 | 【全國第八】 111高 考機械工程-江○禾   |                      |

👑 單一年度優秀考取 👑

高考資訊處理 賴○全；高考資訊處理 郭○指；普考資訊處理 劉○廷；普考資訊處理 賴○全；高考電力工程 吳○顯；高考電力工程 曾○倫；高考電子工程 王○楷  
 高考資訊處理 黃○迪；高考資訊處理 廖○仲；普考資訊處理 張○偉；普考資訊處理 張○慧；高考電力工程 鄧○駿；高考電力工程 吳○璿；高考電子工程 莊○雪  
 高考資訊處理 張○偉；高考資訊處理 羅○昌；普考資訊處理 褚○華；普考資訊處理 劉○銘；高考電力工程 蔡○宇；高考電力工程 蔡○昇；普考電子工程 馮○恩  
 高考資訊處理 郭○哲；高考資訊處理 劉○廷；普考資訊處理 李○庭；普考資訊處理 陳○堂；高考電力工程 陳○璋；普考電力工程 吳○璿；普考電子工程 蔣○霖  
 高考資訊處理 胡○宏；高考資訊處理 李○庭；普考資訊處理 陳○明；普考資訊處理 廖○中；高考電力工程 王○甯；普考電力工程 吳○哲；普考機械工程 黃○榮  
 高考資訊處理 許○傑；高考資訊處理 曾○理；普考資訊處理 鄭○然；高考電力工程 蔡○鎮；高考電力工程 梁○豐；普考電力工程 梁○豐；普考機械工程 江○禾  
 高考資訊處理 陳○廷；高考資訊處理 于 ○；普考資訊處理 吳○翰；高考電力工程 李○源；高考電力工程 廣○榮；高考電子工程 卓○倫；普考機械工程 金○璋  
 高考資訊處理 陳○明；普考資訊處理 黃○迪；普考資訊處理 曾○理；高考電力工程 丁○翔；高考電力工程 吳○哲；

三、回顧二元樹結構，其為  $m$  路樹 ( $m$ -ary Trees，亦稱多元樹、 $m$  元樹) 的一個特例，請回答下列相關問題：

- (一) 給出  $m$  路樹的定義。(5 分)
- (二) 若用陣列來表示一個  $m$  路樹，請說明如何利用陣列的索引值來表示節點間的親子連結關係 (意即，假設陣列索引起始值為 0，若節點  $v$  在陣列的第  $i$  個位置，節點  $v$  的第  $c$  個子節點的位置為何？另一方面，節點  $v$  的 parent 位置為何？)。(10 分)
- (三) 基於此  $m$  路樹結構及二元搜尋樹 (Binary Search Tree) 的概念，我們可以定義出一個多元搜尋樹。當  $m=4$  的時候，可以稱此搜尋樹為四元搜尋樹。請給出(2,4)-樹((2,4)-tree)的定義並比較與四元搜尋樹的差異。(10 分)

【解題關鍵】

《考題難易》：★★★★

《破題關鍵》：一般樹表示法變化題，只要了解一般樹與 B 樹的表示方式即可完成作答。

【擬答】

- (一) m 路樹是一棵有根樹，其中每個節點的子節點不超過 m 個。
- (二) m 元樹也可以作為隱式資料結構按廣度優先順序存儲在陣列中，如果樹是一棵完整的 m 元樹，這種方法不會浪費空間。在這個緊湊的安排中，如果一個節點 v 在陣列的第 i 個位置，它的第 c 個子節點可在  $(m \cdot i + c)$  索引處找到，而其父節點（如果有）位於  $\text{floor}((i-1)/m)$  索引處。
- (三) (2,4) tree 又稱為 2-3-4 樹，是階為 4 的 B 樹。根據 Knuth 的定義，一個 m 階的 B 樹是一個有以下屬性的樹：
1. 每一個節點最多有 m 個子節點，以 (2,4) tree 而言，最多有 4 個節點。
  2. 每一個非葉子節點（除根節點）最少有  $\lceil m/2 \rceil$  個子節點，以 (2,4) tree 而言，最少有 2 個節點。
  3. 如果根節點不是葉子節點，那麼它至少有兩個子節點
  4. 有 k 個子節點的非葉子節點擁有 k - 1 個鍵
  5. 所有的葉子節點都在同一層
- 2-3-4 樹把數據存儲在叫做元素的單獨單元中。它們組合成節點，每個節點都是下列之一
- 2-節點，就是說，它包含 1 個元素和 2 個子節點，
  - 3-節點，就是說，它包含 2 個元素和 3 個子節點，
  - 4-節點，就是說，它包含 3 個元素和 4 個子節點。
- 2-3-4 樹與四元搜尋樹的差異就在上面的 5. 所有的葉子節點都在同一層；2-3-4 樹所有的葉子節點都在同一層；但四元搜尋樹則不要求。

四、二元堆積 (Binary Heap) 是一種優先佇列 (Priority Queue)，主要用來管理具有優先權順序的資料物件，每個資料物件具有一個可以界定大小或前後順序的鍵值 (Key)，我們在此假設鍵值越低的資料物件有越高的優先權。

- (一) 請完整描述最小堆積 (Min\_Heap) 的定義與相關的操作功能。(5 分)
- (二) 請說明堆積排序 (Heap Sort) 的方法並分析其時間複雜度。(5 分)
- (三) 若有兩個二元樹  $T_1$  及  $T_2$ ，其節點具有堆積特性且高度分別是  $O(\log n)$  與  $O(\log m)$ ，請提供一個方法將此兩個二元樹結合成為一個節點具有堆積特性的二元樹 T，此方法的時間須為  $O(\log n + \log m)$ 。(10 分)

【解題關鍵】

《考題難易》：★★★

《破題關鍵》：堆積應用題，了解堆積資料結構與其應用方式即可作答。

【擬答】

- (一) Binary heap 是一個完全二元樹 (complete binary tree)，完全樹的意思是除了最後一層外每一層都填滿，最後一層必須由左至右填入。Min heap 每個節點的值，小於其左節點的值和右節點的值，根節點是整棵樹最小的節點。
- (二) 堆積排序 (Heap Sort) 演算法就是先建立堆積，然後進行排序，每刪除一次樹根就採 Heapify 重建堆積，直到完成排序，演算法如下，這個方法的時間複雜度是 Heapify 的時間、加上執行 n 次 RollDown() 的時間。前者耗費  $O(n)$ 、後者耗費  $\sum_{ni=1} \log i = \Theta(n \log n)$ 。因此總執行時間為  $O(n \log n)$ 。
- def heapify(arr, N, i):

```

largest = i # Initialize largest as root
l = 2 * i + 1 # left = 2*i + 1
r = 2 * i + 2 # right = 2*i + 2

# See if left child of root exists and is greater than root
if l < N and arr[largest] < arr[l]:
    largest = l
# See if right child of root exists and is
# greater than root
if r < N and arr[largest] < arr[r]:
    largest = r
# Change root, if needed
if largest != i:
    arr[i], arr[largest] = arr[largest], arr[i] # swap
    # Heapify the root.
    heapify(arr, N, largest)
# The main function to sort an array of given size
def heapSort(arr):
    N = len(arr)
    # Build a maxheap.
    for i in range(N//2 - 1, -1, -1):
        heapify(arr, N, i)
    # One by one extract elements
    for i in range(N-1, 0, -1):
        arr[i], arr[0] = arr[0], arr[i] # swap
        heapify(arr, i, 0)
# Driver's code
if __name__ == '__main__':
    arr = [12, 11, 13, 5, 6, 7]

    # Function call
    heapSort(arr)

```

(三)合併兩個 Heap Tree: 最優方法是把兩個 heap tree 首尾相連放在一個陣列中，然後構造新的 heap tree. 時間複雜度為  $O(\log n + \log m)$ ，其中  $n$ 、 $m$  為兩個 heap tree 的元素數目，演算法如下：

```

def buildMaxHeap(arr, N):
    # building the heap from first non-leaf
    # node by calling Max heapify function
    for i in range(int(N / 2) - 1, -1, -1):
        MaxHeapify(arr, N, i)
def mergeHeaps(merged, a, b, N, M):

```



```
# Copy elements of a[] and b[] one by one to merged[]
for i in range(N):
    merged[i] = a[i]
for i in range(M):
    merged[N + i] = b[i]
# build heap for the modified array of size n+m
buildMaxHeap(merged, N + M)
# Driver's code
if __name__ == '__main__':
    a = [10, 5, 6, 2]
    b = [12, 7, 9]
    N = len(a)
    M = len(b)
    merged = [0] * (M + N)
    # Function call
    mergeHeaps(merged, a, b, N, M)
```

公  
職

志光保成學儒  
還想變更强  學長姐推薦    
**工科題庫班**

 **解析** 題目觀念  
 精選易錯題型  
加強觀念解析

 **強化** 解題技巧  
 以題目授課  
加強應考實力

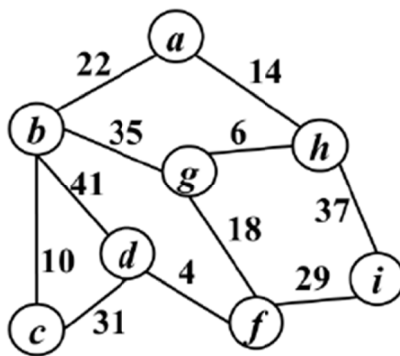
 **增快** 答題速度  
 加強快速審題  
增加取分機會

**題庫班老師**會針對考題趨勢，整理一系列的考試重點，有著老師精選過後的考古題再加上老師帶過一遍，讓頭腦立刻有深刻的印象。

111年普考資訊處理 張○慧 **優秀考取**



五、下圖是一個加權圖  $G=(V,E)$ ，其中  $V$  是點集合而  $E$  是邊集合。



- (一)請使用相鄰矩陣 (Adjacency Matrix) 表示法來表示加權圖  $G$ 。(5 分)
- (二)不考慮權重，從節點  $g$  開始並按照字母順序對  $G$  進行廣度優先尋訪 (Breadth-First Search, BFS)，請繪出尋訪完後所產生的 BFS 樹 (BFS Tree)。(5 分)
- (三)請利用 Prim's 演算法，從節點  $d$  起始，找出一個最小擴張樹 (Minimum Spanning tree)，請以圖示方式一步步畫出過程與結果，並說明 Prim's 演算法的時間複雜度。(10 分)

**【解題關鍵】**

《考題難易》：★★

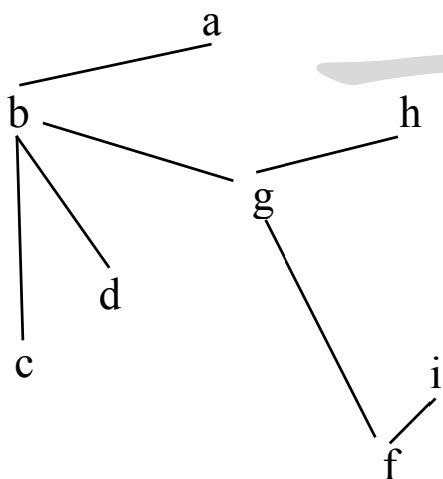
《破題關鍵》：圖形操作組合題，了解圖形表示、走訪、Prim 演算法即可作答。

**【擬答】**

(一)相鄰矩陣表示如下

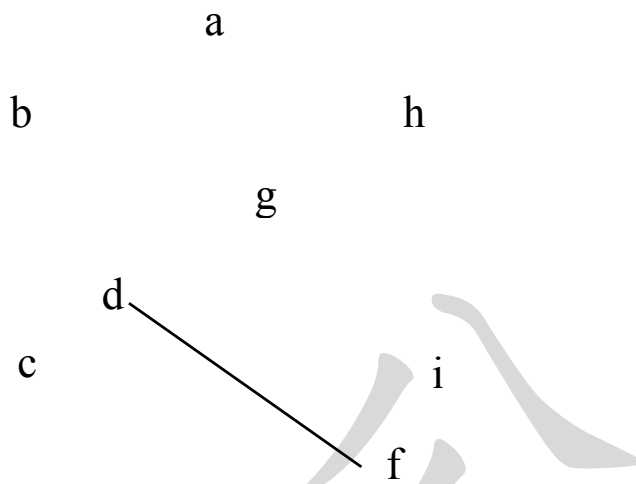
|   | a  | b  | c  | d  | f  | g  | h  | i  |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| a | 0  | 22 | 0  | 0  | 0  | 0  | 14 | 0  |
| b | 22 | 0  | 10 | 41 | 0  | 35 | 0  | 0  |
| c | 0  | 10 | 0  | 31 | 0  | 0  | 0  | 0  |
| d | 0  | 41 | 31 | 0  | 4  | 0  | 0  | 0  |
| f | 0  | 0  | 0  | 4  | 0  | 18 | 0  | 29 |
| g | 0  | 35 | 0  | 0  | 18 | 0  | 6  | 0  |
| h | 14 | 0  | 0  | 0  | 0  | 6  | 0  | 37 |
| i | 0  | 0  | 0  | 0  | 29 | 0  | 37 | 0  |

(二)廣度優先尋訪順序為  $g-b-f-h-a-c-d-i$ ，尋訪完後所產生的 BFS 樹如下：

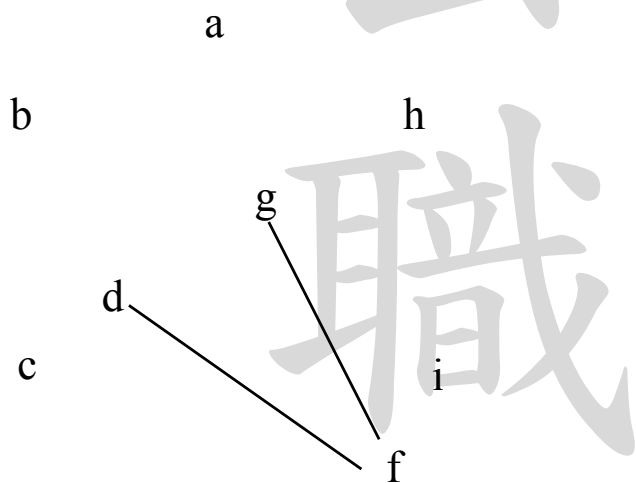


(三)Prim 演算法

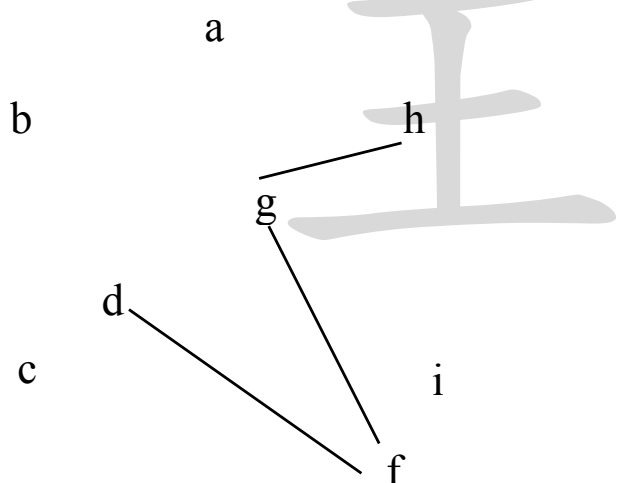
1. 由 d 開始，可選邊為 d-f(4),d-b(41),d-c(31)，故選 d-f(4)



2. 已選 df，可選邊為 d-b(41),d-c(31),f-g(18),f-i(29)，故選 f-g(18)

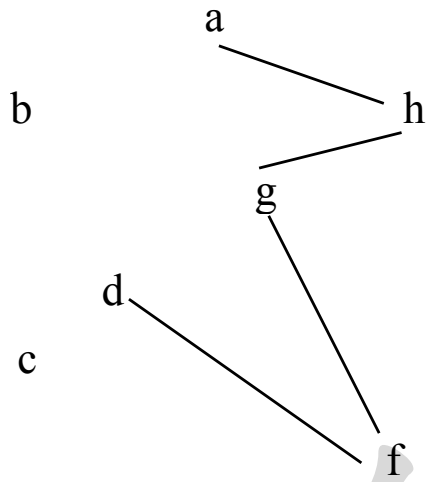


3. 已選 dfg，可選邊為 d-b(41),d-c(31),f-i(29),g-h(6),g-b(35)，故選 g-h(6)

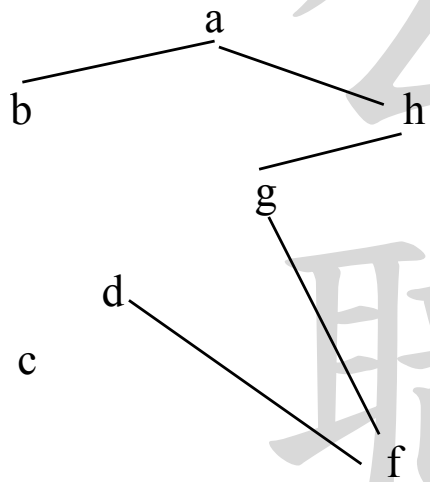


4. 已選 dfg h，可選邊為 d-b(41),d-c(31),f-i(29), g-b(35),h-a(14),h-i(37)，故選 h-a(14)

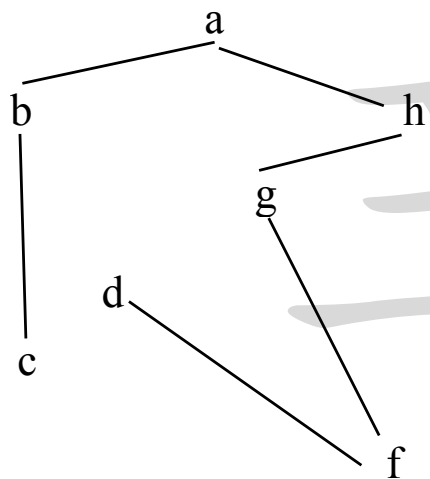




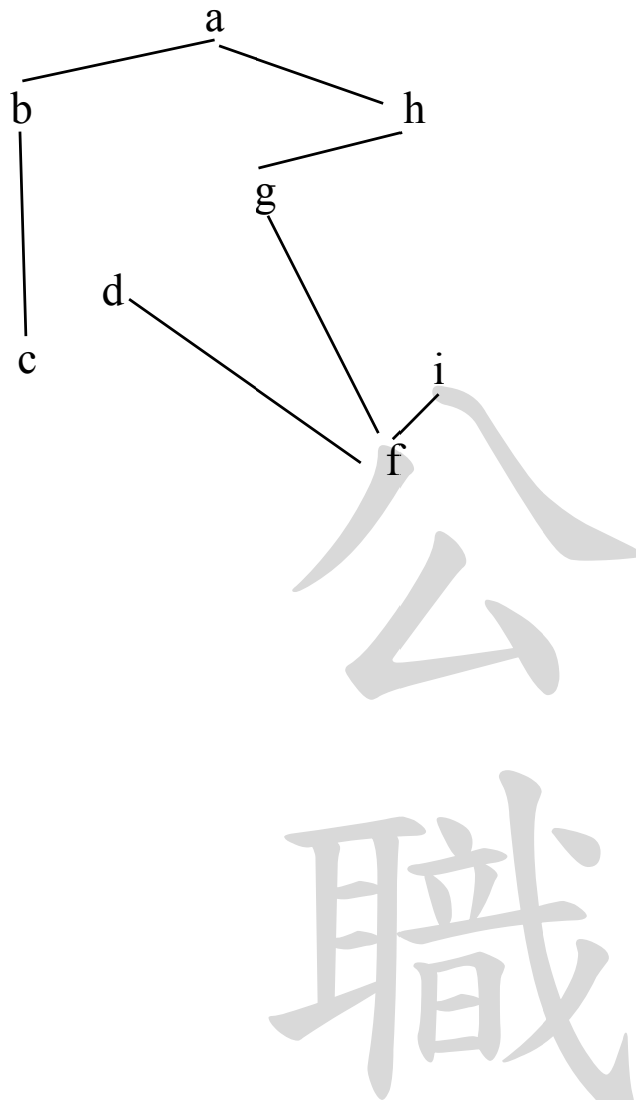
5. 已選 dfgha，可選邊為 d-b(41),d-c(31),f-i(29),g-b(35),h-i(37),a-b(22)，故選 a-b(22)



6. 已選 dfghab，可選邊為 d-c(31),f-i(29),h-i(37),b-c(10)，故選 b-c(10)



7. 已選 dfghabc，可選邊為 f-i(29),h-i(37)，故選 f-i(29)，找完最小成本展開樹。



志光 保成 學儒

# 真的有輕鬆考取的方法！

## 掌握上榜 8 大招



法科架構班

結合實務例子  
建構法科概念



扎實正規班

完整堂數  
循序漸進



工科全科班

公職+國營  
一次到位



作文實戰班

強化寫作架構  
理清邏輯概念



主題題庫班

主題教學  
考點分析



精華總複習

掌握考點  
增強實力



全真模擬考

比照真實考試  
檢視應考實力



考前關懷講座

名師最終提點  
觀念更加清晰

