

## 111 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：統計學

吳迪老師解題

一、下表為 1897-2014 年各月侵臺颱風合計次數表。

月份	一至三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
侵臺颱風次數	0	1	14	30	99	122	94	36	8	1

(一)請估計每年侵臺颱風之平均次數。(5 分)

(二)若每年侵臺颱風次數服從卜瓦松 (Poisson) 分配，依此資料之估計結果，計算一年內侵臺颱風超過兩次 (含) 以上的機率。(10 分)

(三)若將前述侵臺颱風次數表視為隨機的抽樣結果，且  $p$  代表八月發生侵臺颱風次數在總侵臺颱風次數之比例。在顯著水準為 0.05 下，檢定八月發生侵臺颱風之比例是否超過  $1/4$ 。(10 分)

1. 《考題難易》：★★(最難 5 顆★)
2. 《解題關鍵》：考卜瓦松分配及比例的檢定
3. 《命中特區》：吳迪著”統計學” P5~33 及 P8~37

【擬答】：

$$(一) \bar{x} = \frac{1+14+30+\dots+1}{118} = \frac{405}{118} = 3.43$$

$$(二) \hat{\lambda}_{MLE} = \bar{X} = 3.43$$

$$X \sim \text{Poi}(\lambda = 3.43), t = 1 \Rightarrow \lambda t = 3.43$$

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!} = \frac{e^{-3.43} 3.43^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

$$\Rightarrow P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$$

$$= 1 - \frac{e^{-3.43} \times 3.43^0}{0!} - \frac{e^{-3.43} \times 3.43^1}{1!}$$

$$= 0.8565$$

$$(三) \begin{cases} H_0 : P \leq 0.25 \\ H_1 : P > 0.25 \end{cases}$$

$$\hat{p} = \frac{122}{405} = 0.3$$

因為  $n = 405$  大樣本，利用 Z 檢定

$$\alpha = 0.05, c = \{z \mid z > 1.645\}$$

檢定統計量

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.3 - 0.25}{\sqrt{\frac{0.25 \times 0.75}{405}}} = 2.324 \in c$$

$$\Rightarrow R_e H_0$$

結論：有證據顯示八月發生侵臺颱風之比例超過  $\frac{1}{4}$

公職王歷屆試題 (111 地方特考)

二、若隨機變數 X 與 Y 的聯合機率分配如下：

X	Y		
	4	5	6
8	0.10	0.20	0.20
9	0.20	0.20	0.10

(一)計算在 X=8 的條件下，隨機變數 Y 的邊際分配、期望值與標準差。(15 分)

(二)詳細說明 X 與 Y 是否為獨立隨機變數。(10 分)

1. 《考題難易》：★(最難 5 顆★)
2. 《解題關鍵》：考離散型聯合機率分配
3. 《命中特區》：吳迪著”統計學” P4~10 及 P4-11

【擬答】：

(一)

1.

Y	4	5	6
f(y   x = 8)	0.2	0.4	0.4

2.  $E(Y | X=8) = \sum yf(y | X=8)$

$= 4 \times 0.2 + 5 \times 0.4 + 6 \times 0.4 = 5.2$

3.  $E(Y^2 | X = 8) = \sum y^2 f(y | X = 8)$

$= 4^2 \times 0.2 + 5^2 \times 0.4 + 6^2 \times 0.4 = 27.6$

$\Rightarrow Var(Y | X = 8) = E(Y^2 | X = 8) - [E(Y | X = 8)]^2$

$= 27.6 - 5.2^2 = 0.56$

標準差 =  $\sqrt{0.56} = 0.7483$

(二)因為  $f(x,y) \neq f(x)f(y)$ , 所以 X, Y 不獨立

三、若隨機變數 Y 為具有參數 n 與 p 的二項分配，定義及為 p 的兩個估計量。

(一)分別證明與是否為 p 的不偏估計量。(10 分)

(二)詳細推導與的均方誤差 (mean squares error, MSE)。(15 分)

1. 《考題難易》：★★(最難 5 顆★)
2. 《解題關鍵》：考不偏估計及均方誤差
3. 《命中特區》：吳迪著”統計學” P7~3 及 P7-6

【擬答】：Y ~ b(n, p)  $\Rightarrow E(Y) = np, Var(Y) = np(1 - p)$

(一)

1.  $E(\hat{P}_1) = E\left(\frac{Y}{n}\right) = \frac{E(Y)}{n} = \frac{np}{n} = p$

$\Rightarrow \hat{P}_1$  為 p 的不偏估計量

2.  $E(\hat{P}_2) = E\left(\frac{Y+1}{n+2}\right) = \frac{E(Y)+1}{n+2} = \frac{np+1}{n+2} \neq p$

$\Rightarrow \hat{P}_2$  不為 p 的不偏估計量

(二)

1.  $MSE(\hat{P}_1) = Var(\hat{P}_1) = Var\left(\frac{Y}{n}\right)$   
 $= \frac{Var(Y)}{n^2} = \frac{np(1-p)}{n^2} = \frac{p(1-p)}{n}$

2.  $MSE(\hat{P}_2) = Var(\hat{P}_2) + Bias^2$   
 $= Var\left(\frac{Y+1}{n+2}\right) + \left[\frac{np+1}{n+2} - p\right]^2$   
 $= \frac{Var(Y)}{(n+2)^2} + \left(\frac{1-2p}{n+2}\right)^2 = \frac{np(1-p) + (1-2p)^2}{(n+2)^2}$

公職王歷屆試題 (111 地方特考)

四、若考慮一項二因子之實驗設計，因子 A 有 3 個水準，因子 B 有 4 個水準，每個處理皆有 3 個重複觀測值。得到以下變異數分析表 (ANOVA)：

	Sum of squares	Degrees of freedom	Mean squares	F
Treatment A	54.4	(B)	(G)	(K)
Treatment B	27.6	(C)	(H)	(L)
Interaction AB	115.4	(D)	(I)	(M)
Error	(A)	(E)	(J)	
Total	299.5	(F)		

(一)寫出(A)至(M)的值，詳述其所需之公式與計算過程。(13 分)

(二)詳述(L)與(M)之檢定統計的虛無假設與對立假設；並在顯著水準為 0.05 下，說明各自檢定之結論。(12 分)

1. 《考題難易》：★★(最難 5 顆★)
2. 《解題關鍵》：考二因子重複試驗變異數分析
3. 《命中特區》：吳迪著”統計學” P9~43 及 P9-50

【擬答】：

(一)

(A)  $299.5 - 54.4 - 27.6 - 115.4 = 102.1$

(B)  $r - 1 = 3 - 1 = 2$

(C)  $c - 1 = 4 - 1 = 3$

(D)  $(r - 1)(c - 1) = 2 \times 3 = 6$

(E)  $rc(n - 1) = 3 \times 4(3 - 1) = 24$

(F)  $N - 1 = 36 - 1 = 35$

(G)  $\frac{54.4}{2} = 27.2$

(H)  $\frac{27.6}{3} = 9.2$

(I)  $\frac{115.4}{6} = 19.23$

(J)  $\frac{102.1}{24} = 4.25$

(K)  $\frac{27.2}{4.25} = 6.4$

(L)  $= \frac{9.2}{4.25} = 2.165$

(M)  $= \frac{19.23}{4.25} = 4.525$

(二)

$$1. \begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \\ H_1 : \mu_i \text{ 不完全相同, } i = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

$\alpha = 0.05$

$C = \{F \mid F > F_{0.05}(3, 24) = 3.0088\}$

$F = 2.165 \notin C \Rightarrow \text{not } R_e H_0$

結論：沒有證據顯示因子 B 的 4 個水準有顯著差異

$$2. \begin{cases} H_0 : A, B \text{ 無交互作用} \\ H_1 : A, B \text{ 有交互作用} \end{cases}$$

$\alpha = 0.05$

$C = \{F \mid F > F_{0.05}(6, 24) = 2.5082\}$

$F = 4.525 \in C \Rightarrow R_e H_0$

結論：有證據顯示 A, B 有交互作用

我們都在 **志光 × 保成 × 學儒** 成為公務員

# 商科上榜生一致的選擇

**強! 111高普商科 雙料金榜**

高普考雙榜 財稅行政 吳○蓉	高普考雙榜 財稅行政 黃○萍	高普考雙榜 會 計 黃○葳	高普考雙榜 會 計 劉○彤
高普考雙榜 財稅行政 李○芸	高普考雙榜 財稅行政 黃○麟	高普考雙榜 會 計 黃○璘	高普考雙榜 會 計 賴○婷
高普考雙榜 財稅行政 林○弘	高普考雙榜 財稅行政 楊○聰	高普考雙榜 會 計 楊○宜	高普考雙榜 會 計 王○惠
高普考雙榜 財稅行政 花○廷	高普考雙榜 財稅行政 葉○君	高普考雙榜 會 計 楊○昇	高普考雙榜 經建行政 歐○寧
高普考雙榜 財稅行政 洪○懿	高普考雙榜 財稅行政 葉○瑜	高普考雙榜 會 計 楊○芸	高普考雙榜 經建行政 鄭○婕
高普考雙榜 財稅行政 張○育	高普考雙榜 財稅行政 鄧○竣	高普考雙榜 會 計 劉○均	高普考雙榜 經建行政 陳○君
高普考雙榜 財稅行政 張○茜	高普考雙榜 財稅行政 賴○婷	高普考雙榜 會 計 劉○嘉	高普考雙榜 經建行政 游○海
高普考雙榜 財稅行政 張○穎	高普考雙榜 財稅行政 謝 ○	高普考雙榜 會 計 蔡○珊	高普考雙榜 統 計 高○洋
高普考雙榜 財稅行政 章○卿	高普考雙榜 財稅行政 蘇○閔	高普考雙榜 會 計 蔡○婷	高普考雙榜 統 計 高○璋
高普考雙榜 財稅行政 莊○瑜	高普考雙榜 財稅行政 鐘○凱	高普考雙榜 會 計 蔡○秦	高普考雙榜 統 計 傅○熾
高普考雙榜 財稅行政 郭○瑄	高普考雙榜 財稅行政 蔡○穎	高普考雙榜 會 計 謝○晉	高普考雙榜 統 計 楊○深
高普考雙榜 財稅行政 陳○維	高普考雙榜 財稅行政 郭○瑄	高普考雙榜 會 計 羅○芸	高普考雙榜 統 計 蔡○泰
高普考雙榜 財稅行政 黃○琪	高普考雙榜 會 計 彭○娟	高普考雙榜 會 計 陳○涵	

版面有限 謹向未刊登者致歉

## 五大學習方式 上課超便利



**現場面授**

名師現場面對面  
即時互動解答疑惑



**直播教學**

即時登入直播跟課  
掌握進度免等待



**視訊課程**

手機APP預約上課  
輔導期間 無限重覆看課



**WIFI看課**

專屬WIFI教室  
讓你學習時間更彈性



**在家學習**

使用在家補課點數  
即可在家複習上課  
(以老師授權科目為主)

持地方特考准考證享專案優惠(詳細請洽全國各班門市)