

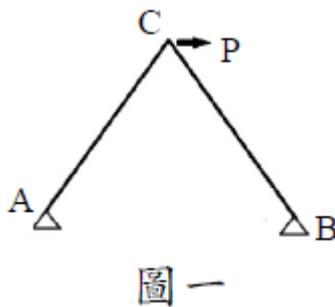
111 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：土木工程

科 目：靜力學與材料力學

- 一、如圖一所示，桿件 AC 與 BC 在 A 點與 B 點均以插銷(pin)連結於之承上。 $\angle CAB = \angle CBA = 60^\circ$ 。在節點 C 上受到水平力 P 作用($P > 0$)。桿件 AC 彈性係數為 68.9GPa，拉伸與壓縮的降伏強度為 255MPa。桿件 BC 彈性係數為 200GPa，拉伸與壓縮的降伏強度為 250MPa。桿件 AC 與桿件 BC 的截面為 40mm×40mm 的方形截面，兩桿件的長度均為 0.1m。本題忽略桿件自重所帶來的影響。注意，以下數據解題可能需要： $\sqrt{3} = 1.732$ ， $\pi = 3.14159$ 。據此，請回答以下問題：
- (一)請求出桿件 AC 與 BC 所受到的軸力大小(以 P 表示)，並標明其為張力或是壓力。(12 分)
- (二)若桿件受壓時的挫曲狀況之安全因子設為 2，而受軸力的降伏狀況之安全因子為 1.5，而且不論哪根桿件挫曲或降伏，即視為失敗。據此，請問水平力 P 的最大值為多少?(13 分)



【解題關鍵】(藍字部分請老師填寫)

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》

*因為 P 力作用在對稱點，C 點的彎矩值為零，AC 及 BC 可視為二力桿。

*張力桿件不產生挫曲現象，挫曲尤拉公式 $\frac{\pi^2 E_{BC} I_{BC}}{L_{BC}^2}$ 。

【擬答】

(一)設 A 支承反力 $A_x(\leftarrow)$ 及 $A_y(\downarrow)$ ，B 支承反力 $B_x(\leftarrow)$ 及 $B_y(\uparrow)$

C 點位於反對稱點上，所以 $M_C = 0$ ，AC 及 BC 桿可視為二力桿

整體自由體

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y \times L - P \times L \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow B_y = P \sin 60^\circ (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - B_y = 0 \Rightarrow A_y = P \sin 60^\circ (\downarrow)$$

由 BC 桿自由體

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow B_y \times L \cos 60^\circ - B_x \times L \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow B_x = P \cos 60^\circ = \frac{P}{2} (\leftarrow)$$

整體自由體

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + B_x = P \Rightarrow A_x = P \cos 60^\circ = \frac{P}{2} (\downarrow)$$

由變形判斷 AC 桿件軸力為拉力 N_{AC} ，BC 桿件軸力為壓力 N_{BC}

由 B_x 換算為 BC 桿之軸向力 N_{BC}

$$B_x = N_{BC} \times \cos 60^\circ \Rightarrow N_{BC} = \frac{B_x}{\cos 60^\circ} = \frac{P/2}{\cos 60^\circ} = P (\text{壓力})$$

由 A_x 換算為 AC 桿之軸向力 N_{AC}

$$A_x = N_{AC} \times \cos 60^\circ \Rightarrow N_{AC} = \frac{A_x}{\cos 60^\circ} = \frac{P/2}{\cos 60^\circ} = P(\text{拉力})$$

(二) 水平力 P 的最大值

(a) 考慮降伏強度, $N_{AC} = N_{BC} = P$ 而 $\sigma_{AC,y} = 255 \text{MPa}$ 大於 $\sigma_{BC,y} = 250 \text{MPa}$
 所以 BC 桿為控制桿件, 受軸力的降伏狀況之安全因子為 $(FS)_y = 1.5$

$$(FS)_y \times \frac{N_{BC}}{A_{BC}} \leq \sigma_{BC,y} \Rightarrow \frac{1.5P}{40^2} \leq 250 \text{MPa} \Rightarrow P \leq 2.67 \times 10^5 \text{N} = 267 \text{kN}$$

(b) 考慮挫曲強度, AC 桿為張力不產生挫曲現象, 因此考慮 BC 的壓力桿
 桿件受壓時的挫曲狀況之安全因子為 $(FS)_{cr} = 2$

$$(FS)_{cr} \times N_{BC} \leq \frac{\pi^2 E_{BC} I_{BC}}{L_{BC}^2} \Rightarrow P \leq \frac{\pi^2 \times \frac{40^4}{12} \times 200 \times 10^3}{2 \times 100^2} = 2.11 \times 10^7 \text{N} = 2.11 \times 10^4 \text{kN}$$

由(a)(b)得取小者 $P_{max} = 267 \text{kN}$

答：(一) 桿件 AC 軸力為 P(張力)與桿件 BC 軸力為 P(壓力)。

(二) 水平力 P 的最大值為 267kN。

二、如圖二所示, 有一軸力構件 AB, 兩端為固定支承(Fix end)。構件的長度 $L=2\text{m}$, 構件由 A36 鋼材所製作, 其彈性模數為 $E=200\text{GPa}$, 構件的截面為圓形, 其半徑為 0.1m 。構件中央處為 C 點。已知在 AC 段, 受到分布軸力 $p(x)=x^2(\text{kN/m})$ 施加, $x=0$ 處為 A 點, x 軸向右為正。圓周率 $\pi=3.14159$ 。據此, 請求出 A 端與 B 端的反力各自為多。 (25 分)



圖二

【解題關鍵】(藍字部分請老師填寫)

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》

*分布軸力為 x 的二次函數, 端點反力須以積分方式得內力及桿件變形量。

*靜不定結構需加入變位諧和條件作為解題的條件。

【擬答】

(一) 設 A 支承反力 $R_A(\leftarrow)$, B 支承反力 $R_B(\leftarrow)$

距 A 點距離 x 段, 外力合力為 Q_x

$$Q_x = \int_0^x p(x) dx = \int_0^x x^2 dx = \frac{x^3}{3}$$

在距 A 點 x 距離處內力為 N_x

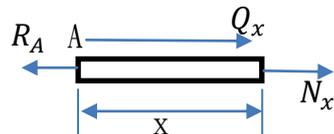
$$N_{AC} = N_x = R_A - Q_x = R_A - \frac{x^3}{3} \quad (0 \leq x \leq 1)$$

BC 段內力 N_{BC} , 當 $x=1$ 時的 N_x

$$N_{BC} = R_A - \frac{1^3}{3} = R_A - \frac{1}{3}$$

軸向變形 δ_{AC} , δ_{BC}

$$\delta_{AC} = \int_0^1 \frac{R_A - \frac{x^3}{3}}{EA} dx = \frac{1}{EA} \int_0^1 (R_A - \frac{x^3}{3}) dx = \frac{1}{EA} (R_A - \frac{1}{12})$$



$$\delta_{BC} = \frac{(R_A - \frac{1}{3}) \times 1}{EA} = \frac{1}{EA} (R_A - \frac{1}{3})$$

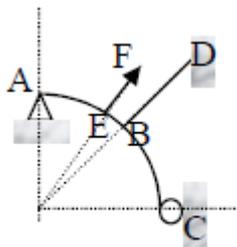
變位條件

$$\delta_{AC} + \delta_{BC} = 0 \Rightarrow \frac{1}{EA} (R_A - \frac{1}{12}) + \frac{1}{EA} (R_A - \frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow R_A = \frac{5}{24} kN$$

$$R_B = N_{BC} = R_A - \frac{1}{3} = \frac{5}{24} - \frac{1}{3} = \frac{1}{8} kN$$

答：A 端的反力 $R_A = \frac{5}{24} kN (\leftarrow)$ 與 B 端的反力 $R_B = \frac{1}{8} kN (\leftarrow)$

三、如圖三所示，有一機構由一 1/4 圓弧曲桿 ABC 還有一直桿 BD 所構成。在曲桿的 A 端為鉸支承（以 \triangle 表示），在 C 端為滾支承（以 \circ 代表），曲桿與直桿的聯結在 B 點為插銷，直桿 BD 與水平軸夾解為 45° 。在曲桿上的 E 點受到外力 $F = 10kN$ 作用，E 點受力之力線延伸可以交於 1/4 圓弧曲桿的圓心處。現在假設在 D 點的接觸有靜摩擦係數 $\mu_s = 0.25$ 。本題解題可能用到以下數據： $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{2} = 1.4142$ 。請問系統能夠保持靜力平衡嗎？若是可以，請問在 D 點的摩擦力大小最大為多少，A 支承反力多少，C 支承反力又為多少？(25 分)



圖三

【解題關鍵】

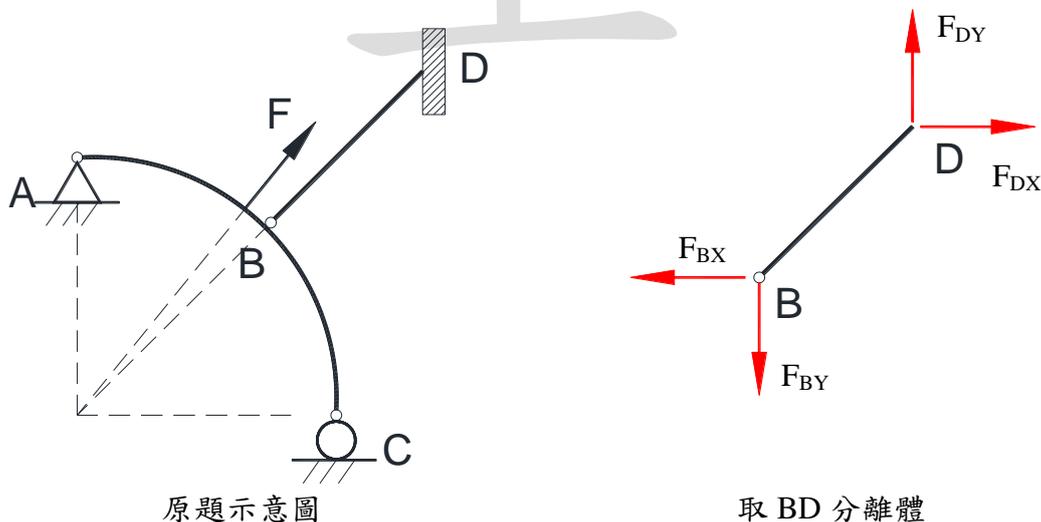
《考題難易》★★★

《破題關鍵》穩定靜定結構，表任意分離體均滿足靜力平衡式。

【擬答】

(一) 穩定性判定

由題意，結構示意圖應如下左圖，取 BD 分離體圖如下右圖



公職王歷屆試題 (111 地方政府特考)

由 BD 分離體離平衡

$$\sum M_B = 0, F_{DX} = F_{DY} \text{ (平衡時)}$$

又摩擦係數為 0.25，即最大之 F_{DY} 僅為 $0.25F_{DX}$ ，不滿足平衡時 $F_{DX}=F_{DY}$

答：本結構體屬不穩定結構

志光×保成×學儒

獨家 7 大輔考規劃

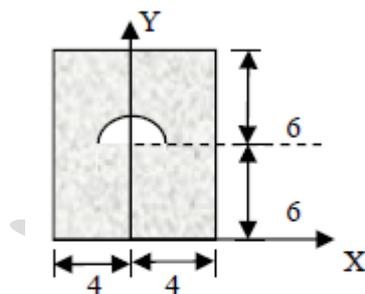
幫助你快速上榜

<p>1. 定時平時測驗 定時檢視學習成效，累積上榜實力。</p>	<p>2. 專業筆記借閱 提供重點筆記供學員借閱複習。</p>	<p>3. 考取學長姐見面會 循著考取學長姊的腳步前進，快速考取喔！</p>	<p>4. 修法專題關懷講座 最新時事議題補充及修法重點整理。</p>
<p>5. 專任班導師 班導師為補習班與學員之間的重要溝通橋樑。</p>	<p>6. 手機隨身APP系統 預約、考情、優惠、歷屆試題，一次搞定。</p>	<p>7. 視訊在家補課系統 讓你零缺課，隨時ON在進度上。</p>	

多元學習模式

 現場面授 <small>名師現場面對面 即時互動解答疑惑</small>	 視訊課程 <small>手機APP預約上課 輔導期間 無限重複看課</small>	 WIFI看課 <small>專屬WIFI教室 讓你學習時間更彈性</small>	 直播教學 <small>即時登入直播跟課 掌握進度免等待</small>	 在家學習 <small>使用在家補課點數 即可在家複習上課 (以老師授權科目為準)</small>
---	--	---	---	--

四、如圖四所示，圖中尺寸為 mm。陰影區域為一高度 12mm，寬度為 8mm 的矩形區域，其中挖去一直徑為 4mm 的半圓形區域，該半圓形區域的圓心座落在矩形區域的幾何中心處。請求出該陰影區域之幾何中心點之座標為何?(請以圖中所標示的 X-Y 座標系統表示)。過此幾何中心點平行 X 軸之二次面積矩為何?注意：解題可能需要，圓周率 $\pi = 3.14159$ 。(25 分)



圖四

【解題關鍵】

1. 《考題難易》 難：★★★★★

2. 《破題關鍵》

若要使用平行軸定理，一定要從形心軸出發。

3. 《命中特區》正課班靜力學講義 P6 - 18~P6 - 19

【擬答】

(一)計算形心位置

$$\bar{y} = \frac{A_1 Y_1 - A_2 Y_2}{A_1 - A_2} = \frac{12 \times 8(6) - \frac{\pi}{4}(4)^2 \times \frac{1}{2} \left[\frac{4(2)}{3\pi} + 6 \right]}{12 \times 8 - \frac{\pi}{4}(4)^2 \times \frac{1}{2}} = 5.941(cm)$$

形心座標(0, 5.941)

(二)計算 $I_{x'}$

$$\begin{aligned} I_{x'} &= \frac{bh^3}{3} + \frac{bh^3}{3} - \left\{ \left(\frac{\pi}{128} - \frac{1}{18\pi} \right) d^4 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} (4)^2 \right) \left[\frac{4r}{3\pi} + 0.059 \right]^2 \right\} \\ &= \frac{8(6.059)^3}{3} + \frac{8(5.941)^3}{3} - \left\{ \left(\frac{\pi}{128} - \frac{1}{18\pi} \right) (4)^4 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} (4)^2 \right) \left[\frac{4(2)}{3\pi} + 0.059 \right]^2 \right\} \\ &= 1145.4(mm^4) \end{aligned}$$

112年 虛實整合

多元學習新形態

志光保成學儒 | 重聽OK 旁聽OK

突破傳統上課形式 **5大方式** 彈性又便利

| 面授學習 | 直播學習 | 在家學習 | 視訊學習 | Wifi學習 |

<p>◆學習◆ 零時差</p>	<p>同類科各班別 皆可同步直播上課</p>	<p>◆服務◆ 零死角</p>	<p>服務緊貼需求 隨時掌握學習狀況</p>
<p>線上 課業諮詢</p>	<p>老師 申論批閱</p>	<p>雙師資 雙循環</p>	<p>多元 補課方式</p>
<p>上榜生 經驗親授</p>	<p>時事 專題講座</p>	<p>歷屆試題 練習</p>	<p>班導師 制度</p>

各班服務略有不同，詳情請洽全國志光、保成、學儒門市