112 年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

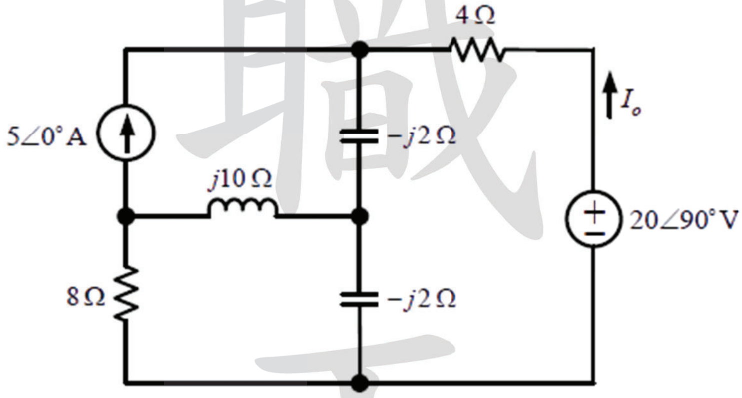
等　別：高員級考試
類　科：電力工程
科　目：電路學概要

一、請證明 $S=V_{eff}I^{*}_{eff}$，其中 S 為複數功率，V_{eff} 為相域（Phase Domain）之有效電壓，I_{eff} 為相域之有效電流，I^{*}_{eff} 為 I_{eff} 之共軛複數。（20 分）

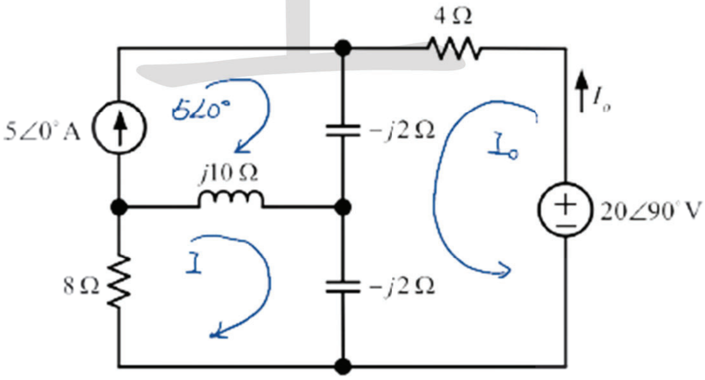
【擬答】：

$$S=V_{eff}I_{eff}^{*}=V_{eff}\angle\theta_v\times\left(I_{eff}\angle\theta_i\right)^{*}$$
$$=V_{eff}\angle\theta_v\times I_{eff}\angle-\theta_i$$
$$=V_{eff}I_{eff}\angle\theta_v-\theta_i$$
$$=S\angle\pm\theta$$
$$=S\mathrm{Cos}\theta\pm jS\mathrm{Sin}\theta$$
$$=P_{av}\pm jQ$$

二、請以網目電流法（Mesh-Current Method）計算出輸出電流 I_o。（20 分）



【擬答】：



$$(4\text{-}j2-j2)I_o+(-j2)\times5+(-j2)\times I=20\angle90^0$$

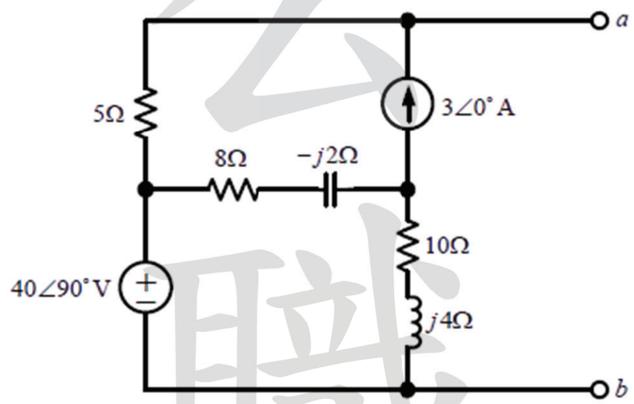
$$\Rightarrow(4-j4)I_o-j2I=j30-①$$

$$(8+j10-j2)I-j10\times5+(-j2)I_o=0$$

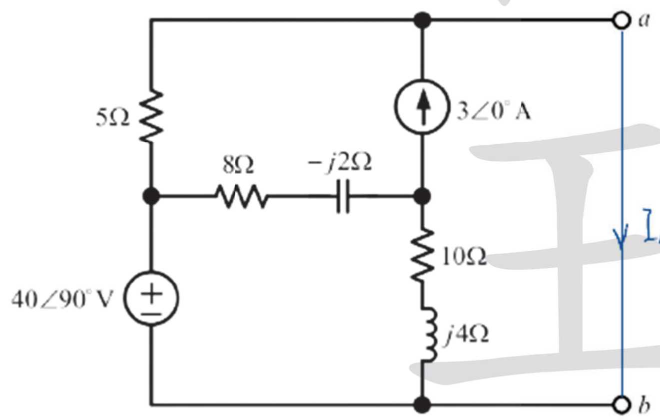
$$\Rightarrow -j2I_o+(8+j8)I=j50 \text{ — ②}$$

$$I_0=\frac{\begin{vmatrix} j30 & -j2 \\ j50 & 8+j8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4-j4 & -j2 \\ -j2 & 8+j8 \end{vmatrix}}=\frac{-340+j240}{68}=-5+j\frac{60}{17}A$$

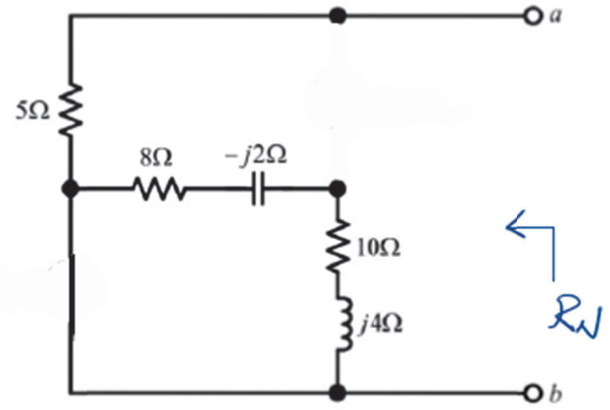
三、請繪出從 a、b 兩端看入之諾頓等效電路（Norton Equivalent Circuit）並同時標出其所對應之值。（20 分）



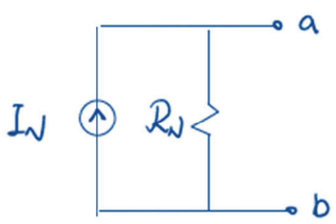
【擬答】：



$$I_N=\frac{40\angle90^0}{5}+3\angle0^0=3+j8A$$



$R_N = 5\Omega$



四、轉移函數為 $H(S)=\dfrac{V_o(S)}{V_i(S)}=\dfrac{100S(S+3)}{(S+6)\left(S^2+6s+25\right)}$。若輸入電壓 $v_i(t)$為單位步階電壓 $u(t)$ V，則其輸出電壓 $v_o(t)$之暫態解 $v_{o\text{-}tr}(t)$及穩態解 $v_{o\text{-}ss}(t)$各為何？（各 10 分，共 20 分）

【擬答】：

$$\text{C.E.為}(S+6)(S^2+6S+25)=0$$

$$\Rightarrow S=-6,-3\pm j4$$

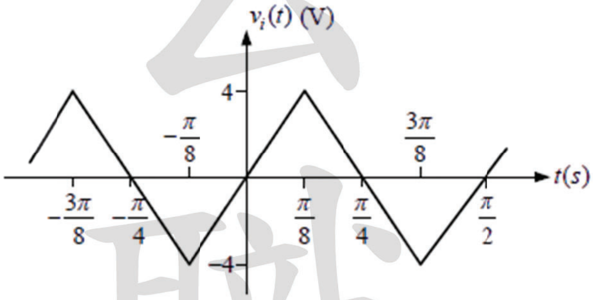
$$V_{o-tr}(t)=C_1e^{-6t}+e^{-3\tau}(C_2\,\text{Cos}\,4t+C_3\,\text{Sin}\,4t)$$

$$V_{o-ss}(\tau)=\left.\frac{100s(S+3)}{(S+6)(S^2+6S+25)}\right|_{s=0}\times 1=0$$

五、

㈠輸入電壓 $vi(t)$ 為一週期性波形，求其傅立葉級數（Fourier Series）之表示式為何？（10 分）

㈡如果低通濾波器之轉移函數為 $\text{H(S)}=\dfrac{V_o(S)}{V_i(S)}$ 之直流增益為 $\text{H}(j0)=\text{H}(j\omega)|_{\omega=0}=1$ 且截止角頻率為 4 rad / s，則㈠中之基本波 v_{i-1} (t) (即 n=1 時之弦波)通過此濾波器後之輸出電壓 v_o-1 為何？（10 分）



㈠

$$\text{V}_i(t)=\frac{32}{\pi}t$$

$$W_0=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}}=4$$

$$b_n=\frac{8}{T}\int_0^{\frac{\pi}{8}}t\,\text{Sin}\,4nt\,dt$$

$$=\frac{512}{\pi^2}\left[\frac{1}{16n^2}\text{Sin}\,4nt-\frac{1}{4n}Cs\delta 4nt\Big|_0^{\frac{\pi}{8}}\right]$$

$$=\frac{512}{\pi^2}\times\left[\frac{1}{16n^2}\text{Sin}\,4n\times\frac{\pi}{8}\right]=\frac{32}{n^2\pi^2}\text{Sin}\frac{n\pi}{2}=\frac{32}{n^2\pi^2}\times(-1)^{\frac{n-1}{2}}\quad ;\ n=1.35...$$

$$\therefore V(t)=\sum_{n=1.3.5}^{\infty}\frac{32}{n^2\pi^2}\times(-1)^{\frac{(n-1)}{2}}\text{Sin}\frac{n\pi}{2}t$$

㈡

$$V_{i-1}(t)=\frac{32}{\pi^2}\text{Sin}\frac{\pi}{2}t\Rightarrow V_{i-1}=\frac{32}{\pi^2}\angle 0^0 V,\omega=4\,{}^{rad}\!/_{S}$$

$$V_{o-1}=\frac{4}{j4+4}\times\frac{32}{\pi^2}\angle 0^0=\frac{16\sqrt{2}}{\pi^2}\angle-45^\circ V$$

$$\therefore V_{o-1}(t)=\frac{16\sqrt{2}}{\pi^2}\text{Sin}(4t-45^\circ)V$$