

## 112 年公務人員普通考試試題

類 科：統計

科 目：統計學概要

吳迪老師解題

一、一汽車生產工廠將某日生產的 309 部汽車，依 A、B、C、D 四種缺點及大、中、小三種車型，分別檢驗並記錄其資料如下表：

車型\缺點	A	B	C	D
大	15	21	45	13
中	26	31	34	5
小	33	17	49	20

在  $\alpha=0.05$  下，試以卡方檢定汽車缺點與車型大小是否有關(請詳細寫出 a.虛無與對立假設、b.檢定統計量公式、c.拒絕域、d.檢定值之計算過程、e.檢定結果與結論)? (25 分)

## 【解題關鍵】

1. 《考題難易》★
2. 《破題關鍵》考卡方獨立性檢定，基本題

## 【擬答】

車型\缺點	A	B	C	D	合計
大	15 (22.5)	21 (21.0)	45 (38.9)	13 (11.6)	94
中	26 (23.0)	31 (21.4)	34 (39.8)	5 (11.8)	96
小	33 (28.5)	17 (26.6)	49 (49.3)	20 (14.6)	119
合計	74	69	128	38	309

$$\begin{cases} H_0: \text{汽車缺點與車型大小無關} \\ H_1: \text{汽車缺點與車型大小有關} \end{cases}$$

$$\alpha=0.05$$

$$\text{拒絕域 } C = \{x^2 | x^2 > x_{0.05}^2(6) = 12.5916\}$$

檢定統計量

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = \frac{(15 - 22.5)^2}{22.5} + \dots + \frac{(20 - 14.6)^2}{14.6} = 19.26 \in C \Rightarrow R_e H_0$$

結論：有證據顯示汽車缺點與車型大小有關

二、已知函數  $f_x(x)$  為

$x$	0	1	3
$f_x(x)$	1/3	1/2	1/6

試求：(每小題 5 分，共 25 分)

(一) 驗證  $f_x(x)$  為一機率函數。

(二)  $P(X \leq 2.5 | X > 1)$ 。

(三)  $Var(X)$ 。

(四)  $E[(X + 1)^4]$ 。

(五)  $Var[(X + 1)^2]$ 。

**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》考期望值及變異數，基本題

**【擬答】**

(一) 因為機率函數  $f(x) \geq 0$ , 且  $\Sigma f(x) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = 1$

$\therefore f(x)$  為一機率函數

(二)  $P(x \leq 2.5 \mid x > 1)$

$$= \frac{P(1 < x \leq 2.5)}{P(x > 1)} = \frac{0}{\frac{1}{6}} = 0$$

(三)  $E(x) = \Sigma x f(x) = 0 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{6} = 1$

$$E(x^2) = \Sigma x^2 f(x) = 0^2 \times \frac{1}{3} + 1^2 \times \frac{1}{2} + 3^2 \times \frac{1}{6} = 2$$

$$\Rightarrow Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 = 2 - 1 = 1$$

(四)

$x+1$	1	2	4
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

$$E[(x + 1)^4] = \Sigma (x + 1)^4 f(x)$$

$$= 1^4 \times \frac{1}{3} + 2^4 \times \frac{1}{2} + 4^4 \times \frac{1}{6} = 51$$

(五)

$$E[(x + 1)^2] = \Sigma (x + 1)^2 f(x)$$

$$= 1^2 \times \frac{1}{3} + 2^2 \times \frac{1}{2} + 4^2 \times \frac{1}{6} = 5$$

$$= Var[(x + 1)^2] = E[(x + 1)^4] - (E[(x + 1)^2])^2$$

$$= 51 - 5^2 = 26$$

三、在簡單直線迴歸中，設自變數  $X$  為廣告費用，應變數  $Y$  為銷售量，樣本數  $n=10$ 。已知：

$$\sum_{i=1}^n x_i = 140, \sum_{i=1}^n y_i = 1300, \sum_{i=1}^n x_i y_i = 21040,$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 2528, \sum_{i=1}^n y_i^2 = 184730$$

公職王歷屆試題 (112年普考)

(一)用最小平方法求迴歸直線。(10分)

(二)求斜率  $\beta_1$  之 95%信賴區間。(10分)

(三)求判定係數  $R^2$ 。(5分)

【解題關鍵】

1.《考題難易》★★

2.《破題關鍵》考簡單迴歸分析，基本題

【擬答】

$$(一)\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$$

1.

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{XY}}{SS_X} = \frac{\Sigma XY - \frac{(\Sigma X)(\Sigma Y)}{n}}{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}} = \frac{21040 - \frac{140 \times 1300}{10}}{2528 - \frac{140^2}{10}} = 5$$

2.

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} = \frac{1300}{10} - 5 \times \frac{140}{10} = 60$$

$$\hat{Y} = 60 + 5X$$

(二)

$$SST = SS_Y = \Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma Y)^2}{n}$$

$$= 184730 - \frac{1300^2}{10} = 15730$$

$$SS_X = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n} = 2528 - \frac{140^2}{10} = 568$$

$$SSR = \hat{\beta}_1^2 SS_X = 5^2 \times 568 = 14200$$

$$SSE = SST - SSR = 15730 - 14200 = 1530$$

$$MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{1530}{8} = 191.25$$

$$\text{樞紐量 } t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\frac{MSE}{SS_X}}} \sim t_{(n-2)}$$

$\beta_1$  信賴度 95% 之信賴區間為

$$\left( \hat{\beta}_1 - t_{0.025}(8) \sqrt{\frac{MSE}{SS_X}}, \hat{\beta}_1 + t_{0.025}(8) \sqrt{\frac{MSE}{SS_X}} \right)$$

$$\Rightarrow \left( 5 - 2.306 \sqrt{\frac{191.25}{568}}, 5 + 2.306 \sqrt{\frac{191.25}{568}} \right)$$

$$\Rightarrow (3.6619, 6.3381)$$

(三)

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{14200}{15730} = 0.9027$$

志光·保成·學儒

快速考取 有訣竅

# 聽聽商科考取學長姐怎麼說

**全國探花 10個月考取 李○丞** 111高普考經建行政

基本上只要跟著老師的進度，就可以應對絕大部分的國考題目，太偏門的題目不用過度在意。若有多餘時間，建議可拿來加強申論計算題部分，最後再次強烈建議要耐著性子寫過所有老師提供的題目。感謝補習班提供的學習資源，讓我可以以非本科生的身分，在準備一年內就以不錯的成績上榜。

**一年考取 雙料金榜 郭○瑄** 111高普考財稅行政

到補習班報名已經是9月下旬，由於本身非常不喜歡對著電腦上課，所以即使課程已經超過三分之一，還是決定報面授課程。因為申論題在高考占比很重，批改申論題的資源又難找，於是決定參加奪榜特訓班，一方面有各科老師批改，另一方面還有模擬考，對於沒考過又時間緊迫的我是非常重要的資源。

**一年考取 雙料金榜 周○營** 111高普考會計

按照老師的進度，從4/1開始，每天練習歷屆試題，沒教過就做記號跳過，但有教過就要去弄懂，把常考的章節練熟，高普考前會有當年度身心障礙特考等考試，也要練習。一定要選擇最適合自己的讀書方法，有人需要做筆記，有人一本書主義，但最重要的，要一直練習題目，從題目去抓常考的章節。

**一年考取 優異考取 李○亦** 111普考統計

非本科系的可以照著老師打勾的重點能背盡量背，另外總複習的課程也要多加留意近期的科技趨勢都可能成為命題重點。不要放棄自己的弱科，每科都有被救起來的機會。已經上手的科目要繼續保持，時常複習保持語感及記憶。開心念書最重要，必須擇你所愛，只有徹底沉浸在書海之中才能看得更多。

四、為了測定工廠安全訓練的效率，下列資料是 12 家工廠於安全訓練前之年平均意外事件數 (X) 和安全訓練後之年平均意外事件數 (Y)：

X	50	87	37	141	59	65	24	88	25	36	50	35
Y	41	75	35	129	60	53	26	85	29	31	48	37

假設資料的差異具有常態分配。令  $d=X-Y$ ，請以顯著水準  $\alpha=0.05$ ，進行單尾檢定，以檢定安全訓練的效果（請詳細寫出 a.虛無與對立假設、b.檢定統計量公式、c.拒絕域、d.檢定值之計算過程、e.檢定結果與結論）。（25 分）

**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》 ★
2. 《破題關鍵》相依樣本平均數的檢定，常考題

**【擬答】**

X	50	87	37	141	59	65	24	88	25	36	50	35
Y	41	75	35	129	60	53	26	85	29	31	48	37
d=X-Y	9	12	2	12	-1	12	-2	3	-4	5	2	-2

$\Sigma D=48, \Sigma D^2=580$

$\bar{D} = \frac{48}{12} = 4$

$S_D = \sqrt{\frac{1}{11} \left[ 580 - \frac{48^2}{12} \right]} = 5.94$

$\begin{cases} H_0: \mu_D \leq 0 \\ H_1: \mu_D > 0 \end{cases}$

$\alpha=0.05$

拒絕域  $C = \{t | t > t_{0.05}(11) = 1.796\}$

檢定統計量

$t = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}} = \frac{4-0}{\frac{5.94}{\sqrt{12}}} = 2.333 \in C \Rightarrow \text{Re}H_0$

結論：有證據顯示安全訓練有顯著的效果

志光·保成·學儒 做你的學習靠山

# 快速考取班

掌握考取節奏  
安心學習無負擔

**學費省很大**

全年課程不間斷，一次繳清學費輔導至考取

**課程最完整**

完整課程循環，基礎班→正規班→專題課→總複習…等

**上榜賺獎金**

報名考取班第一年考取同職等考試，頒發獎學金

**加選最超值**

輔導期間加選其科目增加考試機會，加選另享專案優惠

**公約有保障**

考取班簽訂公約，保障您的權利與義務至考取為止



考取班 / 一年考取

**雙料金榜 蔡○婷 111高普考會計**

我報名考取班，本來以為自己會準備很久，但有幸於第一年取得錄取之結果。面對排得滿滿的課表，做到每科上完都複習、練習習題，需要消化課堂內容，將老師教導的知識轉變成自己的，須要面臨進度、複習、老師期望、同學競爭、自責、不確定會不會上榜的壓力…『不要放棄！』，因為這些壓力會變成自己不敢懈怠的原因。

依各區規劃為主，請洽全國門市

志光·保成·學儒

解鎖高普商科上榜VIP 贏家的聰明選擇

## 聚焦前三名菁英群

狀元 楊○芸 111普考會計	狀元 姜○佑 110高考經建行政	狀元 李○宜 110高考公平及局管理	狀元 邱○文 110高考財經廉政	狀元 陳○宏 110普考統計	狀元 黃○慧 110普考經建行政
狀元 蔡○ 109高考經建行政	狀元 陳○玄 109高考財稅審計	狀元 蔣○涵 109普考會計	狀元 鄭○賢 109普考經建行政	狀元 徐○晟 108高考財稅行政	狀元 朱○宇 108高考績效審計
狀元 徐○晟 108普考財稅行政	狀元 廖○雅 108普考經建行政	狀元 王○文 107高考財務審計	狀元 張○齡 107高考績效審計	狀元 林○吟 107普考會計	榜眼 楊○芸 111高考會計
榜眼 任○宜 111高考財稅行政	榜眼 李○萱 111高考金融保險	榜眼 黃○慧 110高考經建行政	榜眼 董○學 110高考商業行政	榜眼 卓○慧 110普考統計	榜眼 劉○瑾 109高考績效審計
榜眼 曾○ 109普考財稅行政	榜眼 蔡○諭 109普考經建行政	榜眼 廖○雅 108高考經建行政	榜眼 黃○姘 108高考績效審計	榜眼 楊○名 108普考會計	榜眼 曾○郁 107高考績效審計
榜眼 林○雅 107普考財稅行政	探花 黃○葳 111高考會計	探花 李○丞 111高考經建行政	探花 莊○家 110高考統計	探花 林○俊 110高考經建行政	探花 卓○仁 110普考統計
探花 姜○佑 110普考經建行政	探花 曾○ 109高考財稅行政	探花 潘○廷 109高考財務審計	探花 鄭○賢 109高考經建行政	探花 王○慧 109普考經建行政	探花 陳○毅 109普考金融保險
探花 江○怡 108高考財稅行政	探花 高○鈞 108高考財務審計	探花 謝○謙 108高考績效審計	探花 鮑○萱 108高考經建行政	探花 林○涵 107高考統計	探花 詹○樞 107高考財務審計

因版面有限無法一一列出，詳盡榜單請上公職王查詢