

112 年公務人員普通考試試題

類 科：經建行政

科 目：統計學概要

吳迪 老師解題

一、令 $\phi(z)$ 為標準常態累積分配函數， $\phi(-2)=0.0228$ 。計算回答下列個子題：(每小題 10 分，共 30 分)

(一) 假設 X_1 和 X_2 是互相獨立的常態隨機變數，其分配分別為 $N(12, 4^2)$ 和 $N(2, 3^2)$ 。計算

$P(X_1 > X_2)$ 和 $P(X_1 + X_2 > 26)$ 。

(二) 陳述中央極限定理(Central Limit Theorem)。(詳實敘明所需要的假設)

(三) 令 $Y = \sum_{i=1}^{48} X_i$ ， X_i 為服從齊一分配(uniform distribution) $U(0, 4)$ 的隨機樣本， $i=1, \dots, 48$ 。利

用(二)所述定理，計算 $P(80 < Y < 112)$ 之近似機率。(需計算列出 X_i 的平均數與變異數)

1. 《考題難易》：★★

2. 《破題關鍵》：考常態分配及其應用

3. 《命中特區》：吳迪著”統計學” P5~36-P5~39

【擬答】

(一) $X_1 \sim N(12, 16), X_2 \sim N(2, 9)$

$\Rightarrow X_1 - X_2 \sim N(10, 25)$

1. $P(X_1 > X_2) = P(X_1 - X_2 > 0)$

$$P(Z > \frac{0-10}{\sqrt{25}}) = P(Z > -2) = 0.9772$$

2. $X_1 + X_2 \sim N(14, 25)$

$$\Rightarrow P(X_1 + X_2 > 26) = P(Z > \frac{26-14}{\sqrt{25}})$$

$$= P(Z > 2.4) = 0.0082$$

(二) 若母體平均數為 μ ，變異數為 σ^2 。從母體中抽出無限多組樣本數為 n 的隨機樣本。若 n 趨近於無限大 ($n \geq 30$)，不論母體為何種分配，則樣本平均數 \bar{X} 之抽樣分配會趨近於常態分配。

(三) $X_i \sim U(0, 4)$

$$\Rightarrow E(X_i) = \frac{a+b}{2} = \frac{0+4}{2} = 2$$

$$V_{ar}(X_i) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(4-0)^2}{12} = \frac{4}{3}$$

$$Y = \sum_{i=1}^{48} X_i$$

$$\Rightarrow E(Y) = 2 \times 48 = 96$$

$$V_{ar}(Y) = \frac{4}{3} \times 48 = 64$$

$$\Rightarrow P(80 < Y < 112)$$

$$= P\left(\frac{80-96}{\sqrt{64}} < Z < \frac{112-96}{\sqrt{64}}\right)$$

$$= P(-2 < Z < 2) = 0.9544$$

二、一家液體洗滌劑製造商生產的洗滌劑標示宣稱每瓶容量為 450 毫升(mL)。隨機抽取 14 瓶，測量其容量，資料列於下表：

447	459	439	443	462	449	437
458	453	461	445	467	456	448

數據的常態機率圖顯示可以假設內容量呈常態分配。 μ 表示該製造商生產的所有洗滌劑瓶子的平均容量。要確定平均容量是少於標示所宣稱的容量，回答下列各子題：

(一)敘明虛無假設與對立假設。(5 分)

(二)在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，依據(一)所敘明的假設執行統計檢定，含棄卻域和結論。(15 分)

(三)如果常態分配假設不成立，但是資料的分配仍具有對稱分配時，可採用何種無母數統計檢定?(5 分)

(四)在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，依(三)之統計檢定對此資料進行分析檢定。(13 分)

$$(t_{0.05,14} = 1.761, t_{0.05,13} = 1.771, t_{0.05,12} = 1.782,$$

$$z_{0.05} = 1.645, z_{0.025} = 1.960, w_{0.05,14} = 26, w_{0.95,14} = 79)$$

1. 《考題難易》：★★★

2. 《破題關鍵》：考母體平均數及母體中位數無母數檢定

3. 《命中特區》：吳迪著”統計學” P8 及 P12-24~P12-25

【擬答】

$$\begin{cases} H_0: \mu \leq 450 \\ H_1: \mu > 450 \end{cases} \text{ (因為 } \bar{X} = 451.71 \text{)}$$

(二)母體為常態，且變異數未知，利用 t 檢定

$$\sum X = 6324, \sum X^2 = 2857722$$

$$\bar{X} = \frac{6324}{14} = 451.71$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{13} \left[2857722 - \frac{6324^2}{14} \right]} = 9.12$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域 } C = \{t | t > t_{0.05}(13) = 1.771\}$$

檢定統計量

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{451.71 - 450}{\frac{9.12}{\sqrt{14}}}$$

$$= 0.702 \notin C \Rightarrow \text{not ReHo}$$

結論：沒有證據顯示平均容量有超過標示所宣稱的容量。

(三) wilcoxon 符號等級檢定

$$\begin{cases} H_0: \eta \leq 450 \\ H_1: \eta > 450 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域 } C = \{W | W < 26\}$$

X	447	459	439	443	462	449	437	458	453	461	445	467	456	448
$D = X - \eta_0$	-3	9	-11	-7	12	-1	-13	8	3	11	-5	17	6	-2
D	3	9	11	7	12	1	13	8	3	11	5	17	6	2
VanK	3.5	9	10.5	7	12	1	13	8	3.5	10.5	5	14	6	2

$$W^+ = 9 + 12 + 8 + 3.5 + 10.5 + 14 + 6 = 63$$

$$W^- = 3.5 + 10.5 + 7 + 1 + 13 + 5 + 2 = 42$$

$$\text{檢定統計量 } W = W^- = 42 \notin C$$

\Rightarrow not ReHo

結論：沒有證據顯示平均容量有超過標示所宣稱的平均容量

三、某一特徵被認為存在於三種族群，某研究域檢定各族群具有此一特徵之比例均為 20%。分別從此三個族群中抽取 60、120 和 60 的隨機樣本進行測試，檢驗結果如下表所示：

	有顯現	無顯現
族群一	28	32
族群二	30	90
族群三	25	35

(一)寫出虛無假設與對立假設。(5 分)

(二)在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，寫出檢定統計量、計算過程、棄卻域和結論。(15 分)

$$(X^2_{0.05,4} = 9.49, X^2_{0.05,3} = 7.81, X^2_{0.05,2} = 5.99)$$

$$(t_{0.05,3} = 2.353, t_{0.05,4} = 2.132, t_{0.05,2} = 2.920)$$

1. 《考題難易》：★★
2. 《破題關鍵》：考無母數卡方適合度檢定
3. 《命中特區》：吳迪著”統計學” P12-7~P12-8

志光·保成·學儒 做你的學習靠山

快速考取班

掌握考取節奏
安心學習無負擔

學費省很大
全年課程不間斷，一次繳清學費輔導至考取

課程最完整
完整課程循環，基礎班→正規班→專題課→總複習…等

上榜賺獎金
報名考取班第一年考取同職等考試，頒發獎學金

加選最超值
輔導期間加選其科目增加考試機會，加選另享專案優惠

公約有保障
考取班簽訂公約，保障您的權利與義務至考取為止

考取班 / 一年考取

雙料金榜

蔡○婷

111高普考會計

我報名考取班，本來以為自己會準備很久，但有幸於第一年取得錄取之結果。面對排得滿滿的課表，做到每科上完都複習、練習習題，需要消化課堂內容，將老師教導的知識轉變成自己的，須要面臨進度、複習、老師期望、同學競爭、自責、不確定會不會上榜的壓力…『不要放棄！』，因為這些壓力會變成自己不敢懈怠的原因。

依各區規劃為主，請洽全國門市

【擬答】

- (一) $\begin{cases} H_0: \text{各族群具有此一特徵比例均為} 20\% \\ H_1: \text{各族群具有此一特徵比例非均為} 20\% \end{cases}$

(二)

	族群一	族群二	族群三
O_i	28	30	25
P	0.2	0.2	0.2
e_i	12	24	12

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域 } C\{\chi^2 | \chi^2 > \chi^2_{0.05}(2) = 5.99\}$$

檢定統計量

$$\chi^2 = \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(28-12)^2}{12} + \frac{(30-24)^2}{24} + \frac{(25-12)^2}{12} = 36.2 \in C \Rightarrow \text{ReHo}$$

結論：有證據顯示各族群具有此一特徵之比例非均為 20%

志光·保成·學儒

快速考取 有訣竅

聽聽商科考取學長姐怎麼說

全國探花 10個月考取 李○丞 111高考經建行政

基本上只要跟著老師的進度，就可以應對絕大部分的國考題目，太偏門的題目不用過度在意。若有多餘時間，建議可拿來加強申論計算題部分，最後再次強烈建議要耐著性子寫過所有老師提供的題目。感謝補習班提供的學習資源，讓我可以以非本科生的身分，在準備一年內就以不錯的成績上榜。

一年考取 雙料金榜 郭○瑄 111高普考財稅行政

到補習班報名已經是9月下旬，由於本身非常不喜歡對著電腦上課，所以即使課程已經超過近三分之一，還是決定報面授課程。因為申論題在高考占比很重，批改申論題的資源又難找，於是決定參加奪榜特訓班，一方面有各科老師批改，另一方面還有模擬考，對於沒考過又時間緊迫的我是非常重要的資源。

一年考取 雙料金榜 周○營 111高普考會計

按照老師的進度，從4/1開始，每天練習歷屆試題，沒教過就做記號跳過，但有教過就要去弄懂，把常考的章節練熟，高普考前會有當年度身心障礙特考等考試，也要練習。一定要選擇最適合自己的讀書方法，有人需要做筆記，有人一本書主義，但最重要的，要一直練習題目，從題目去抓常考的章節。

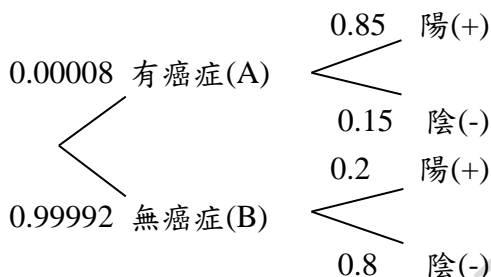
一年考取 優異考取 李○亦 111普考統計

非本科系的可以照著老師打勾的重點能背盡量背，另外總複習的課程也要多加留意近期的科技趨勢都可能成為命題重點。不要放棄自己的弱科，每科都有被救起來的機會。已經上手的科目要繼續保持，時常複習保持語感及記憶。開心念書最重要，必須擇你所愛，只有徹底沉浸在書海之中才能看得更多。

四、某種抹片檢查用於檢測女性某種癌症，假設對於患有這種癌症的女性，大約有 15% 的假陰性 (false positive) 檢測結果。對於沒有這種癌症的女性，大約有 20% 的假陽性 (false positive) 檢測結果。假設每 100,000 人中大約有 8 名女性患有這種癌症。在某一抹片檢查呈陽性的情況下，計算此女性得此癌症的條件機率。(請定義各事件的符號，並敘明所採用的計算公式)(12 分)

1. 《考題難易》：★
2. 《破題關鍵》：考貝氏機率，基本題
3. 《命中特區》：吳迪著”統計學” P2-16

【擬答】



$$\begin{aligned}
 P(A|+) &= \frac{P(A \cap +)}{P(+)} \\
 &= \frac{0.00008 \times 0.85}{0.00008 \times 0.85 + 0.99992 \times 0.2} \\
 &= .0.0003399
 \end{aligned}$$

我們都在 **志光·保成·學儒** 成為公務員

商科上榜生一致的選擇

★★★ **強 111高普商科 雙料金榜** ★★★

高普考雙榜 財政行政 吳○蓉	高普考雙榜 財政行政 黃○萍	高普考雙榜 會計 黃○荳	高普考雙榜 會計 劉○彤
高普考雙榜 財政行政 李○芸	高普考雙榜 財政行政 黃○麟	高普考雙榜 會計 黃○璘	高普考雙榜 會計 賴○婷
高普考雙榜 財政行政 林○弘	高普考雙榜 財政行政 楊○聰	高普考雙榜 會計 楊○宜	高普考雙榜 會計 王○惠
高普考雙榜 財政行政 花○廷	高普考雙榜 財政行政 葉○君	高普考雙榜 會計 楊○昇	高普考雙榜 經建行政 歐○寧
高普考雙榜 財政行政 洪○懿	高普考雙榜 財政行政 賴○婷	高普考雙榜 會計 楊○芸	高普考雙榜 經建行政 鄭○婕
高普考雙榜 財政行政 張○育	高普考雙榜 財政行政 謝○	高普考雙榜 會計 劉○均	高普考雙榜 經建行政 陳○君
高普考雙榜 財政行政 洪○懿	高普考雙榜 財政行政 謝○	高普考雙榜 會計 蔡○璦	高普考雙榜 經建行政 游○海
高普考雙榜 財政行政 張○穎	高普考雙榜 財政行政 蘇○閱	高普考雙榜 會計 蔡○婷	高普考雙榜 統計 高○洋
高普考雙榜 財政行政 章○卿	高普考雙榜 財政行政 鍾○凱	高普考雙榜 會計 蔡○泰	高普考雙榜 統計 高○瑋
高普考雙榜 財政行政 莊○瑜	高普考雙榜 財政行政 郭○瑄	高普考雙榜 會計 謝○晉	高普考雙榜 統計 傅○機
高普考雙榜 財政行政 郭○瑄	高普考雙榜 財政行政 郭○瑄	高普考雙榜 會計 羅○芸	高普考雙榜 統計 楊○深
高普考雙榜 財政行政 陳○維	高普考雙榜 會計 彭○娟	高普考雙榜 會計 陳○涵	高普考雙榜 統計 蔡○泰
高普考雙榜 財政行政 黃○琪			

連過3榜 楊○芸 111關務特考關稅會計 狀元
111高普會計 榜眼
111普考會計 狀元

我是選擇面授上課，與老師面對面能讓我提高專注力，對課程內容有疑問時，也能即時向老師詢問，雖然往返補習班的時間不少，但對於時間規劃不是特別有自信的我來說，面授能幫助我跟上老師的進度。

一年考取

任○宜 111高普財政行政 榜眼

我自己覺得理想的讀書方式是上完課之後在上一堂之前，先把上課講過的題目自己再做一次，如果有相關的練習題也一併寫完。補習班每個月會出申論題，寫好後會有老師批改回饋，以檢討修正及釐清觀念。

一年考取

版面有限 謹向未刊登者致歉