

## 112 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：資料處理

科 目：資料結構

甲、申論題部分：

一、某一公司有下圖所示的 8 個優先順序分別為高或低的待執行工作，且將依順序自 A 至 H 每間隔一天的時間放入對應的高優先執行佇列 (Queue) 或低優先執行佇列 (Queue)，例如 A (低) 表示 A 工作將於第一天放入低優先執行佇列，而 C (高) 表示 C 工作將於第三天放入高優先執行佇列。此外，執行每個工作所需完成的時間均於工作名稱下顯示，例如執行 A 工作需要 2 天時間完成，而執行 B 工作需要 1 天時間完成。最後，各個工作的執行規則為，當高優先執行佇列內有工作待完成時，須優先執行該佇列內的工作 (由第一個開始執行)，直到高優先執行佇列內沒有任何待完成工作時，方可執行低優先執行佇列內的工作 (由第一個開始執行)。

自 A 至 H 每間隔一天的時間放入對應的高優先佇列或低優先佇列

H (低)	G (高)	F (高)	E (低)	D (高)	C (高)	B (低)	A (低)
1	2	1	1	2	2	1	2

(一) 試計算執行此 8 個工作需要多少天方可完成 (10 分)

(二) 試計算此 8 個工作自放入佇列至開始執行的平均等待時間。(15 分)

## 【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》本題雙優先佇列實作題，只要掌握雙優先佇列的演算法即可得到正確解答。
3. 《命中特區》AF25 資料結構講義 P3-1 優先佇列概念完全命中。

## 【擬答】

(一) 執行此 8 個工作需要 12 天方可完成，具體計算過程如下：

1. 第 1 天：A 工作被放入低優先佇列，由於此時高優先佇列沒有工作，A 工作會開始執行，2 天後完成。
2. 第 2 天：B 工作被放入低優先佇列，由於 A 工作仍在執行，B 工作會在低優先佇列等待。
3. 第 3 天：C 工作被放入高優先佇列，由於前面沒有其他工作，雖然低優先佇列有 B 工作在等待，但是根據規則，C 工作會開始執行，2 天後完成。
4. 第 4 天：D 工作被放入高優先佇列，由於 C 工作仍在執行，D 工作會在高優先佇列等待，B 工作會在低優先佇列等待。
5. 第 5 天：E 工作被放入低優先佇列，此時高優先佇列的 D 工作會開始執行，2 天後完成。B、E 工作會在低優先佇列等待。
6. 第 6 天：F 工作被放入高優先佇列，雖然低優先佇列有 B、E 工作在等待，但是此時高優先佇列的 D 工作仍在執行，F 工作會在高優先佇列等待。
7. 第 7 天：G 工作被放入高優先佇列，雖然低優先佇列有 B、E 工作在等待，且高優先佇列有 F 工作等待，根據規則，F 工作會開始執行，1 天後完成，G 工作會在高優先佇列等待。
8. 第 8 天：H 工作被放入低優先佇列，由於 G 工作在高優先佇列等待，因此 G 工作會開始執行，2 天後 (第 9 天) 完成，低優先佇列有 B、E、H 工作在等待。
9. 從第 10 天開始，由於高優先佇列工作已經執行完畢，我們可以開始執行低優先佇列中的

公職王歷屆試題 (112 高考三級)

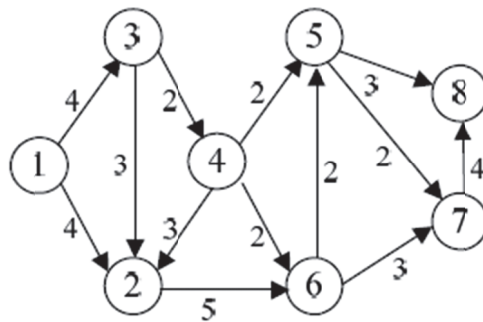
B、E、H 工作，各需要 1 天，因此到第 12 天可以全部完成 8 個工作。

(二) 至於這些工作從放入佇列到開始執行的平均等待時間，我們可以計算出每項工作從放入佇列到開始執行所需的等待時間，然後對所有等待時間求平均值。具體計算過程如下：

1. A 工作從第 1 天放入佇列立即開始執行，等待時間為 0 天。
2. B 工作從第 2 天放入佇列到第 10 天開始執行，等待時間為 8 天。
3. C 工作從第 3 天放入佇列立即開始執行，等待時間為 0 天。
4. D 工作從第 4 天放入佇列到第 5 天開始執行，等待時間為 1 天。
5. E 工作從第 5 天放入佇列到第 11 天開始執行，等待時間為 6 天。
6. F 工作從第 6 天放入佇列到第 7 天開始執行，等待時間為 1 天。
7. G 工作從第 7 天放入佇列到第 8 天開始執行，等待時間為 1 天。
8. H 工作從第 8 天放入佇列到第 12 天開始執行，等待時間為 4 天。

因此，這 8 項工作從放入佇列到開始執行的平均等待時間為  $(0+8+0+1+6+1+1+4)/8=2.625$  天。

二、某一物流公司有下圖所示的 8 個地點要運送，每條方向性連線及其數字代表兩個地點的運送順序及運送成本。



(一) 試使用拓樸排序法，找出此 8 個地點的運送順序以及總共運送成本。(15 分)

(二) 若將上圖的地點 2 與地點 4 之間以及地點 6 與地點 7 之間的連線方向顛倒，則運用拓樸排序法後，此 8 個地點的運送順序以及總共運送成本為何？(10 分)

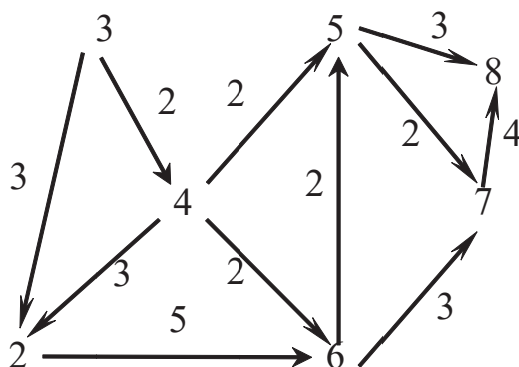
**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》本題為拓樸排序基本實作題，只要掌握拓樸排序方法即可得到正確解答。
3. 《命中特區》AF25 資料結構講義 P7-28 完全命中。

**【擬答】**

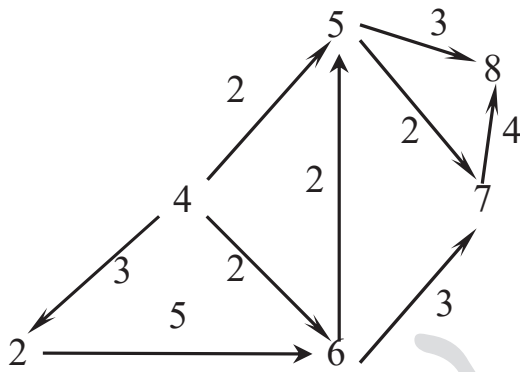
(一) 使用拓樸排序法過程如下：

1. 先選擇沒有 in\_edge 的地點 1，刪除地點 1 與 out\_edge 後成為

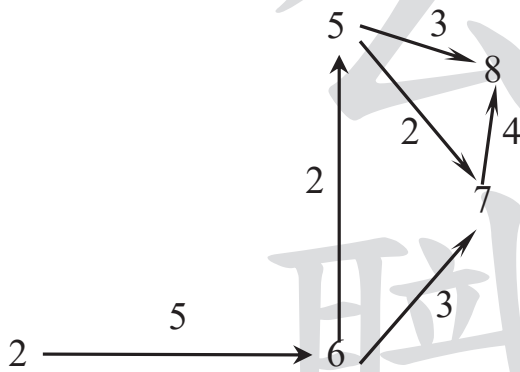


2. 沒有 in\_edge 的只有地點 3，因此要從  $1 \rightarrow 3$ ，運送成本為 4。刪除地點 3 與 out\_edge 後

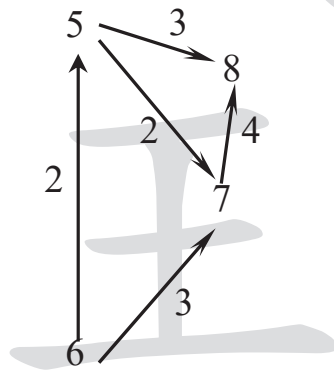
成為



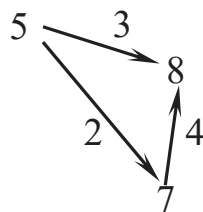
3. 沒有 in\_edge 的只有地點 4，因此要從 3→4，運送成本為 2。刪除地點 4 與 out\_edge 後成為



4. 沒有 in\_edge 的只有地點 2，因此要從 4→2，運送成本為 3。刪除地點 2 與 out\_edge 後成為



5. 此時沒有 in\_edge 的只有地點 6，因此要從 2→6，運送成本為 5。刪除地點 6 與 out\_edge 後成為



6. 沒有 in\_edge 的只有地點 5，因此要從 6→5，運送成本為 2。刪除地點 5 與 out\_edge 後成為



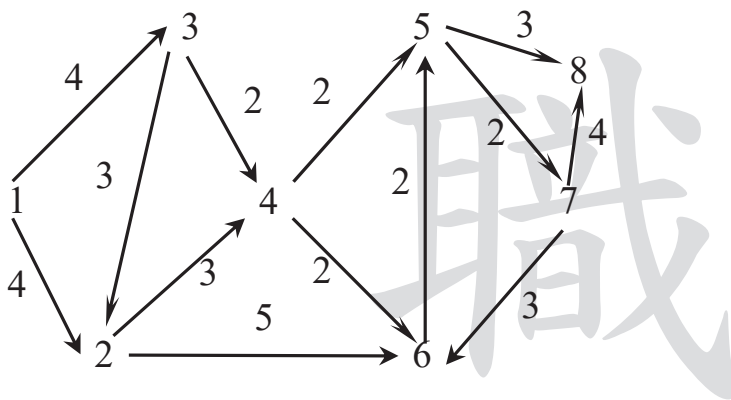
7. 沒有 in\_edge 的只有地點 7，因此要從  $5 \rightarrow 7$ ，運送成本為 2。刪除地點 7 與 out\_edge 後成為

8

8. 最後選擇地點 8，因此要從  $7 \rightarrow 8$ ，運送成本為 4。

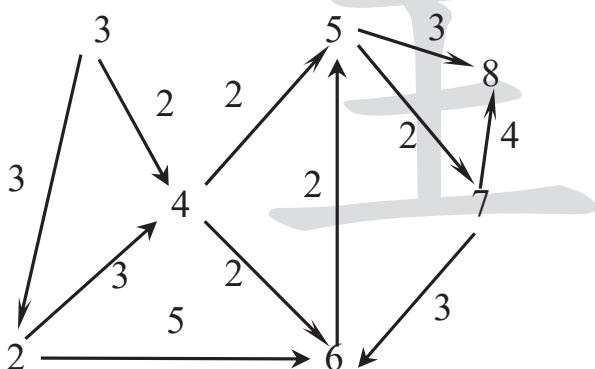
整體運送順序為  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 8$ ，總共運送成本為  $4+2+3+5+2+2+4=22$

(二) 將上圖的地點 2 與地點 4 之間以及地點 6 與點 7 之間的連線方向顛倒後，圖如下：

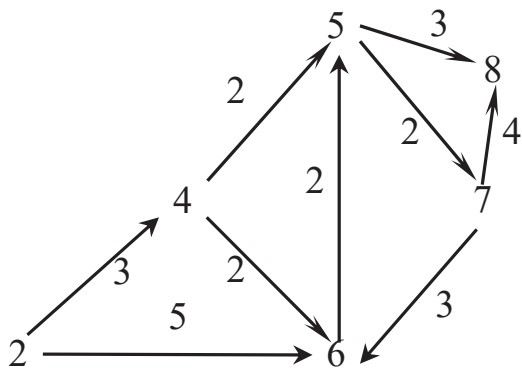


則運用拓樸排序法後，此 8 個地點的運送順序以及總共運送成本為

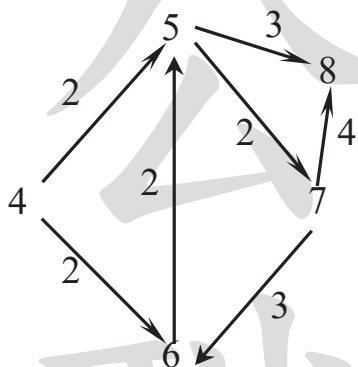
1. 先選擇沒有 in\_edge 的地點 1，刪除地點 1 與 out\_edge 後成為



2. 沒有 in\_edge 的只有地點 3，因此要從  $1 \rightarrow 3$ ，運送成本為 4。刪除地點 3 與 out\_edge 後成為

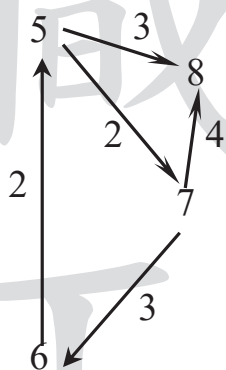


3. 沒有 in\_edge 的只有地點 2，因此要從 3→2，運送成本為 3。刪除地點 2 與 out\_edge 後



成為

4. 沒有 in\_edge 的只有地點 4，因此要從 2→4，運送成本為 3。刪除地點 4 與 out\_edge 後



成為

5. 若且唯若圖中沒有定向環時（即有向無環圖），才有可能進行拓撲排序。由於此時沒有任何地點沒有 in\_edge，排序無法進行，因此這時不存在拓撲排序。

**志光保成學儒陪你**

# 站上工科巔峰

電力工程

電子工程

機械工程

資訊處理

**【全國狀元】** 111 高 考 電子工程 洪○銓 **【台北市第五】** 111 地特三等 電子工程 薛○文

**【全國榜眼】** 111 普 考 資訊處理 羅○昌 **【全國第七】** 111 普 考 電子工程 卓○倫

**【台北市榜眼】** 111 地特三等 電子工程 郭○瑞 **【全國第八】** 111 高 考 機械工程 江○禾

**【台北市榜眼】** 111 地特四等 電力工程 張○境 **【全國第八】** 111 普 考 電力工程 陳○璋

**【金門縣榜眼】** 111 地特三等 資訊處理 李○杰 **【全國第八】** 111 普 考 電子工程 李○穎

**【台北市探花】** 111 地特四等 電子工程 楊○榮 **【台北市第八】** 111 地特四等 資訊處理 吳○進

**【高雄市探花】** 111 地特四等 電子工程 何○宇 **【全國第九】** 111 普 考 機械工程 施○佑

**【全國第五】** 112 初 等 考 電子工程 陳○豪

**各類考試優秀考取**

高考電力工程 丁○翔; 高考電力工程 陳○璋; 普考電力工程 梁○豐; 普考機械工程 金○瑞; 高考資訊處理 陳○廷; 普考資訊處理 吳○翰; 普 考資訊處理 褚○華  
 高考電力工程 王○甯; 高考電力工程 曾○倫; 高考電子工程 王○榕; 高考資訊處理 于 ○; 高考資訊處理 陳○明; 普考資訊處理 李○庭; 普 考資訊處理 劉○廷  
 高考電力工程 吳○哲; 高考電力工程 葛○宇; 高考電子工程 卓○倫; 高考資訊處理 李○庭; 高考資訊處理 曾○璋; 普考資訊處理 張○偉; 普 考資訊處理 劉○銘  
 高考電力工程 吳○璿; 高考電力工程 蔡○昇; 高考電子工程 莊○雲; 高考資訊處理 胡○紘; 高考資訊處理 黃○迪; 普考資訊處理 張○慧; 普 考資訊處理 鄭○然  
 高考電力工程 吳○顯; 高考電力工程 蔡○鎮; 普考電子工程 馮○恩; 高考資訊處理 張○傑; 高考資訊處理 廖○仲; 普考資訊處理 陳○明; 普 考資訊處理 賴○全  
 高考電力工程 李○源; 高考電力工程 鄧○駿; 普考電子工程 蔣○霖; 高考資訊處理 許○傑; 高考資訊處理 劉○廷; 普考資訊處理 陳○堂; 地特三等 資訊處理 龍○穎  
 高考電力工程 席○榮; 普考電力工程 吳○哲; 高考機械工程 黃○榮; 高考資訊處理 郭○楷; 高考資訊處理 賴○全; 普考資訊處理 曾○璋; 初 等 考 電子工程 楊○榮  
 高考電力工程 梁○豐; 普考電力工程 吳○璿; 普考機械工程 江○禾; 高考資訊處理 郭○楷; 高考資訊處理 羅○昌; 普考資訊處理 黃○迪; 初 等 考 電子工程 楊○文

版面有限 無法一一刊登

三、在電腦網路中，透過 IP 位址以查詢對應的裝置是常見的動作。今某電腦網路有以下表格所示的 IP 位址以及對應裝置（假設每個 IP 位址有 8 個位元），當輸入某一 IP 位址以查詢對應的裝置時，最壞情況為此表格中的每個 IP 位址的每個位元皆需要搜尋一次，以確認此輸入的 IP 位址是否有對應的裝置。由於這樣的 IP 位址儲存方式，將造成查詢時的高複雜度（例如，若表內有 m 個 IP 時，查詢的複雜度為  $m \times 8$ ），因此運用適當的資料結構以減低查詢複雜度，已成為電腦網路的重要課題。

IP 位元 0	IP 位元 1	IP 位元 2	IP 位元 3	IP 位元 4	IP 位元 5	IP 位元 6	IP 位元 7	裝置
0	0	1	1	1	1	0	0	A
0	0	1	1	0	0	1	1	B
1	1	0	0	0	0	1	1	C
1	1	0	0	1	1	0	0	D
1	1	0	1	1	1	0	0	E
...	...	...	...	...	...	...	...	...

試建立並驗證一個樹狀資料結構，不僅可以儲存以上表格方式的 IP 位址以及對應裝置資訊，並可使得查詢 IP 位址所對應的裝置的最壞情況複雜度維持在常數 8（也就是 IP 位址位元數）。（25 分）

**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★★★★
2. 《破題關鍵》本題為 Trie 應用題，只要掌握 Trie 應用概念即可得到正確解答。
3. 《命中特區》AF25 資料結構講義 P9-75 106 升等考類似題。

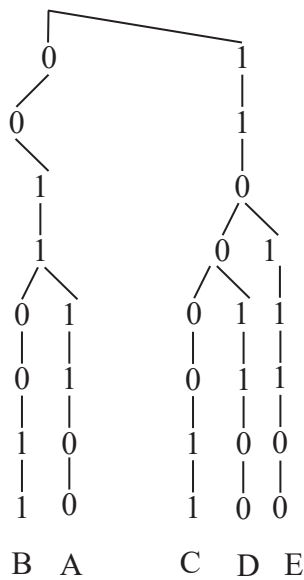
**【擬答】**

(一)本題可以使用一種稱為 Trie 樹（又稱字首樹或字典樹）的資料結構來儲存 IP 位址以及對應裝置資訊。Trie 樹是一種是一種有序樹，用於儲存關聯陣列，其中的鍵通常是字串。與二元搜尋樹不同，鍵不是直接儲存在節點中，而是由節點在樹中的位置決定。一個節點的所有子孫都有相同的字首，也就是這個節點對應的字串，而根節點對應空字串。在本題情況下，可以將每個 IP 位址視為一個由 0 和 1 組成的字符串。在 Trie 樹中，每個節點都有兩個子節

公職王歷屆試題 (112 高考三級)

點，分別代表 0 和 1。從根節點開始，沿著與 IP 位址中的位元相對應的路徑走，最後到達的葉子節點就代表了該 IP 位址對應的裝置。

(二)在本題中，IP 位址 00111100 對應裝置 A。因此，在 Trie 樹中，從根節點開始，先走向左子節點（代表 0），然後再走向左子節點（代表 0），接著走向右子節點（代表 1），然後再走向右子節點（代表 1），再走向右子節點（代表 1），再走向右子節點（代表 1），然後走向左子節點（代表 0），最後再走向左子節點（代表 0）。到達的葉子節點就代表裝置 A。使用 Trie 樹進行查詢時，最壞情況下需要訪問所有 8 個位元，因此查詢複雜度為常數 8。所產生的 Trie 如下：



公  
職  
王



志光 保成 學儒

# 我連過 3 榜!

>>> 跟著老師上課的進度走  
很快地就可以把所有內容讀熟, 順利上榜!

<電子學>一開始的基本觀念建立都是跟老師的課開始, 將老師提供的筆記多次反覆的來抄寫背誦, 基本上就有機會對大部份考題略懂。  
<基本電學>及<電子學>筆記就照著老師板書寫的抄寫下來, 熟讀筆記內容, 接著就是不停地算題目, 課本、題庫班的題目算熟, 考試時會用到的觀念基本都在筆記以及題庫班中。

洪○銓

2狀元 & 1榜眼

111年高考電子工程 全國狀元  
111年鐵路特考高員級電子工程 全國狀元  
109年普考電子工程 全國榜眼, 應屆考取

四、某一系統有下表所示的使用者帳號與密碼資料, 今為了保密需要欲將使用者密碼透過雜湊函數加以加密, 並將雜湊後的密碼連同使用者帳號儲存於一個 2-3 樹 (2-3 tree) (依使用者帳號英文字母順序儲存), 而雜湊函數  $h(x)$  = 密碼之英文及數字加總, 其中英文 a-z 相當於 1-26。

使用者帳號	使用者密碼
AA	234abc
BB	123bcd
CD	aa012
AC	555be
BD	45fdd
CA	712ccc

(一) 試計算出雜湊後的密碼資料。(10 分)

(二) 試建立此 2-3 樹, 以儲存系統的使用者帳號與 (雜湊後) 密碼資料。(15 分)

**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》本題為進階資料結構應用題, 只要了解雜湊演算法與 2-3 樹概念即可得到正確解答。
3. 《命中特區》AF25 資料結構講義 P9-1 (雜湊演算法) 與 P9-11 (2-3 樹) 完全命中。

**【擬答】**

(一) 根據題目中給定的雜湊函數  $h(x)$  = 密碼之英文及數字加總, 其中英文 a-z 相當於 1-26, 我們可以計算出每個使用者密碼雜湊後的結果如下:

1. AA 的密碼 234abc 雜湊後為  $2 + 3 + 4 + 1 + 2 + 3 = 15$
2. BB 的密碼 123bcd 雜湊後為  $1 + 2 + 3 + 2 + 3 + 4 = 15$
3. CD 的密碼 aa012 雜湊後為  $1 + 1 + 0 + 1 + 2 = 5$
4. AC 的密碼 555be 雜湊後為  $5 + 5 + 5 + 2 + 5 = 22$
5. BD 的密碼 45fdd 雜湊後為  $4 + 5 + 6 + 4 + 4 = 23$

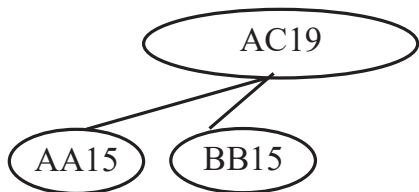


公職王歷屆試題 (112 高考三級)

6. CA 的密碼 712ccc 雜湊後為  $7+1+2+3+3+3=19$

(二)根據題目中給定的要求，我們可以建立一個 2-3 樹，以儲存系統的使用者帳號與雜湊後的密碼資料。根據使用者帳號的英文字母順序存入，我們可以得到以下的 2-3 樹：

1.輸入 AA15,AC22,BB15 後，由於超過節點可容納鍵值數，因此分裂成下列 2-3 樹



2.輸入 BD23,CA19 後，由於超過節點可容納鍵值數，因此分裂成下列 2-3 樹



3.最後輸入 CD5 後，成為如下 2-3 樹



其中每個節點中的字母代表使用者帳號，節點旁邊的數字代表該使用者雜湊後的密碼。