

# 112 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：統計

科 目：抽樣方法

王瑋老師

甲、申論題部分：

一、欲了解某一工業園區 N 家製造業者 AI 人才的需求狀況，下述三種抽樣設計可用以推估該工業園區有 AI 人才需求的業者家數比例及總需求人數：

- (1) 如果園區各業者的營業規模已知，首先將業者依其營業規模分成 L 層 (1, ..., L)，每層家數分別為  $N_1, \dots, N_L$ ，再由每層抽取一簡單隨機樣本，分別為  $n_1, \dots, n_L$ ，以調查業者的 AI 人才需求狀況。
- (2) 如果園區各業者的營業規模未知，但已知園區業者營業規模的比例分別為  $W_1, \dots, W_L$ ，首先由 N 家業者抽取一簡單隨機樣本 (n) 調查業者規模及 AI 人才需求狀況後，再根據調查結果依其規模分成 L 層進行推估。
- (3) 如果沒有園區業者營業規模的資訊，首先由 N 家業者抽取一簡單隨機樣本  $n'$ ，取得營業規模資訊，而後根據營業規模資訊將 n 家業者依其營業規模分成 L 層 ( $n'_1, \dots, n'_L$ )，再由每層抽取一簡單隨機樣本，分別為  $n_1, \dots, n_L$ ，調查業者的 AI 人才需求狀況。

(一) 說明前述三種抽樣設計的抽樣方法為何？(10 分)

(二) 若欲估計園區 AI 總需求人數 (Y)，分別列出對應前述三種抽樣方法的估計量 (estimator) 及該估計量之變異數的估計量。(15 分)

## 【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》分層抽樣相關程序的三部曲：分層隨機、事後分層、分層雙重抽樣是相當重要的考題，過去在 104 年薦任也考過相同的整合比較問題，只要看得懂題目，理應不構成困難。王瑋，迴歸分析 P.10-35 有完全類似的題型可參考。

## 【擬答】

(一)

1. 將母體按營業規模分為若干子母體，再從各層中，利用簡單隨機抽樣取出樣本，然後將各層隨機樣本合併起來即成一組分層隨機樣本。這種抽樣程序稱為分層隨機抽樣。
2. 在實務上的抽樣問題，有時並無完整的分層母體資訊，我們只能在樣本被選取之後，才可能設定抽樣單位到正確的層。因此在沒有各分層母體的大小資訊，此時我們若僅瞭解各分層的配置(營業規模的比例)下，在樣本選取後才進行分層，此方式稱為事後分層。
3. 當完全沒有任何分層母體資訊時，抽樣時分兩次抽取樣本的方式，首先抽取一個初步樣本，並搜取一些分層母體資訊以獲得並推估總體的分層訊息，然後在此基礎上再進行分層抽樣，此方式稱為分層雙重抽樣。

(二)

1. 分層隨機抽樣母體總和值估計

$$\hat{Y}_{st} = N_1 \times \bar{y}_1 + N_2 \times \bar{y}_2 + \dots + N_L \times \bar{y}_L = \sum_{h=1}^L N_h \bar{y}_h \xrightarrow{\text{估計}} Y$$

$$\text{var}(\hat{Y}_{st}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 (1 - f_h) \frac{S_h^2}{n_h} = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{S_h^2}{n_h}$$

公職王歷屆試題 (112 高考三級)

可知分層隨機抽樣需有分層母體大小資訊，即  $N_h$ 。

2. 事後分層母體總和值估計

$$\hat{Y}_{pst} = N \sum_{h=1}^L A_h \cdot \bar{y}_h \xrightarrow{\text{估計}} Y$$

$$\text{var}(\hat{Y}_{pst}) = N^2 \left( \left( \frac{N-n}{Nn} \right) \sum_{i=1}^L A_h \cdot s_h^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^L (1-A_h) \cdot s_h^2 \right)$$

若缺少分層母體大小資訊，而尚瞭解各分層的配置 ( $A_h = N_h/N$ )，此時可將簡單隨機樣本下的配置，作為分層的依據進行分層估計。

3. 分層雙重抽樣法母體總和值估計

$$\hat{Y}_{dst} = N \sum g_h \bar{y}_h = N \sum \frac{n'_h}{n'} \cdot \bar{y}_h \xrightarrow{\text{估計}} \bar{Y}$$

$$\text{var}(\hat{Y}_{dst}) = N^2 \left( \frac{n'}{n'-1} \sum_{h=1}^L \left[ g_h^2 - \frac{g'}{n'} g_h \right] \frac{s_h^2}{n_h} + \frac{g'}{n'-1} \sum_{h=1}^L g_h (\bar{y}_h - \bar{y}_{st})^2 \right)$$

其中  $g' = \frac{N-n'}{N-1}$

當對母體資訊一無所知，此時可利用第一重樣本的配置來推估母體配置，再以第二重樣本來作分層的估計下使用。

二、某一縣市共 4000 家養雞戶分散在 20 個村里 (cluster)，欲透過調查了解該縣市養雞戶的所得狀況，抽樣方法可採用一階段集體抽樣 (single-stage cluster sampling) 或二階段集體抽樣 (two-stage cluster sampling)。

(一)若抽樣方法採一階段集體抽樣，首先由 20 個村里以簡單隨機抽樣 (SRS) 抽出 3 個村里，就抽得的 3 個村里之養雞戶全數調查，調查結果村里內養雞戶數及平均年所得列於下表：

村里 (cluster) $i$	養雞戶數 $M_i$	村里內養雞戶 平均每戶年所得 (百萬元) ( $\bar{y}_i$ )
1	150	4
2	200	8
3	250	5.6

採用集體大小比率估計量 (ratio-to-size estimator,  $\bar{\bar{y}}_r$ ) 估計該縣市養雞戶平均每戶年所得 (以百萬元為單位) 及該估計量之標準誤。(10 分)

(二)若抽樣方法採二階段集體抽樣，首先由 20 個村里以簡單隨機抽樣抽出 3 個村里，再就抽得的 3 個村里之養雞戶以簡單隨機抽樣分別抽出 1/10 養雞戶進行調查，調查結果養雞戶之平均所得列於下表：

村里 (cluster) $i$	農戶數 ( $M_i$ )	抽出養雞戶數 ( $m_i$ )	村里內養雞戶 平均每戶年所得 (百萬元) ( $\bar{y}_i, s_i$ )	
1	150	15	4	1
2	200	20	7	3
3	250	25	6	2

試問：(15 分)

- (1) 本抽樣設計第一階段的抽樣單位 (primary sampling unit, PSU) 及第二階段的抽樣單位 (secondary sampling unit, SSU) 分別為何?
- (2) 採用不偏估計量 (unbiased estimator,  $\bar{y}$ ) 估計該縣市養雞戶平均每戶年所得 (以百萬元為單位) 及該估計量之標準誤。

**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》二階段群集抽樣本身已並不常命題，近年僅有 108 年地特與 109 年關務有考，而結合一階段比率群集的考題更是首次出現。本題的重點在於考生須看得出群集採用比率估計，代表的是比率群集，而二階段的不偏估計，代表的是二階段簡單群集，只要看得懂題目，理應不構成太大困難。王瑋，抽樣方法 P.12-13~P.12-20 與 P.12-42 有類似的題型可參考。

**【擬答】**

(1) 群集隨機抽樣下採用比率估計，此為比率群集估計法

$$\bar{y}_t = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} = \frac{150 \times 4 + 200 \times 8 + 250 \times 5.6}{3} = 1200$$

$$\bar{M} = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{3} = \frac{150 + 200 + 250}{3} = 200$$

$$\bar{y}_R = \frac{\bar{y}_t}{\bar{M}} = \frac{1200}{200} = 6 \text{ (百萬元)} \xrightarrow{\text{估計}} \bar{Y}$$

$$s_c^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{y}_R M_i)^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - 2\bar{y}_R \sum_{i=1}^n Y_i M_i + \bar{y}_R^2 \sum_{i=1}^n M_i^2}{n-1}$$

$$= \frac{4880000 - 2 \times 6 \times 760000 + 6^2 \times 125000}{3-1} = 130000$$

$$s_{\bar{y}_R} = \frac{1}{\bar{M}} \sqrt{(1-f) \frac{s_c^2}{n}} = \frac{1}{200} \sqrt{(1-\frac{3}{20}) \frac{130000}{3}} = 0.9596$$

(2)

① 由 20 個村里以簡單隨機抽樣抽出 3 個村里，所以本抽樣設計第一階段的抽樣單位是村里；再就抽得的 3 個村里抽出養雞戶進行調查，所以第二階段的抽樣單位是養雞戶。

② 二階段的不偏估計可採取二階段簡單群集抽樣法

$$\bar{y}_{cl2} = \frac{N}{Mn} \sum M_i \bar{y}_i = \frac{20}{4000} \frac{(150 \times 4 + 200 \times 7 + 250 \times 6)}{3}$$

$$= \frac{20}{2000} \times 1166.6667 = 11.6667 \xrightarrow{\text{估計}} \bar{Y}$$

$$s_{\bar{y}_{cl2}} = \frac{1}{M} \sqrt{N^2 (1-f_1) \frac{s_{1b}^2}{n} + \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n M_i^2 (1-f_{2i}) \frac{s_{2i}^2}{m_i}}$$

$$\text{其中 } s_{1b}^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{n-1} = 243333.3333$$

$$\sum_{i=1}^n M_i^2 (1 - f_{2i}) \frac{s_{2i}^2}{m_i} = 44748.5238$$

$$\text{故 } s_{\bar{y}_{cl}} = \frac{1}{2000} \sqrt{20^2 \left(1 - \frac{3}{20}\right) \frac{243333.3333}{3} + \frac{20}{3} \times 569250} = 2.7098$$

# 公職

志光·保成·學儒

解鎖高普商科上榜VIP 贏家的聰明選擇

## 聚焦前三名菁英群

狀元 楊○芸 111普考會計	狀元 姜○佑 110高考經建行政	狀元 李○宜 118高公平交易管理	狀元 邱○文 110高考財經廉政	狀元 陳○宏 110普考統計	狀元 黃○慧 110普考經建行政
狀元 蔡○ 109高考經建行政	狀元 陳○玄 109高考財務會計	狀元 蔣○涵 109普考會計	狀元 鄭○賢 109普考經建行政	狀元 徐○晨 108高考財稅行政	狀元 朱○宇 108高考績效審計
狀元 徐○晨 108普考財稅行政	狀元 廖○雅 108普考經建行政	狀元 三○文 107高考財務會計	狀元 張○齡 107高考績效審計	狀元 林○吟 107普考會計	榜眼 楊○芸 111高考會計
榜眼 任○宜 111高考經建行政	榜眼 李○萱 111普考金融保險	榜眼 黃○慧 110高考經建行政	榜眼 董○學 110高考商業行政	榜眼 卓○慧 110普考統計	榜眼 劉○瑾 109高考績效審計
榜眼 曾○ 109普考財稅行政	榜眼 蔡○諭 109普考經建行政	榜眼 廖○雅 109高考經建行政	榜眼 黃○玟 108高考績效審計	榜眼 楊○名 108普考會計	榜眼 曾○郁 107高考績效審計
榜眼 林○雅 107普考財稅行政	探花 黃○葳 111普考會計	探花 李○丞 111高考經建行政	探花 莊○家 110高考統計	探花 林○俊 110高考經建行政	探花 卓○仁 110普考統計
探花 姜○佑 110普考經建行政	探花 曾○ 109高考財稅行政	探花 潘○廷 109高考財務會計	探花 鄭○賢 109高考經建行政	探花 王○慧 109普考經建行政	探花 陳○毅 109普考金融保險
探花 江○怡 108高考財稅行政	探花 高○鈞 108高考財務會計	探花 謝○謙 108普考績效審計	探花 鮑○萱 108高考經建行政	探花 林○涵 107高考統計	探花 詹○樞 107高考財務會計

因版面有限無法一一列出，詳盡榜單請上公職王查詢

三、欲了解某區域養殖漁戶營運狀況，該區域共有 800 家養殖漁戶，首先由該區域抽得一個包含 500 戶（第一重樣本  $n'=500$ ）的簡單隨機樣本以取得養殖型態（是否為漁電共生的層別資訊），調查得知其中 100 戶為漁電共生戶，進而以簡單隨機抽樣由漁電共生及非漁電共生的養殖漁戶分別抽 20% 以調查其營運成本資訊，調查結果整理如下表：

養殖型態（層別）	第一重樣本（戶） $n'_h$	第二重樣本（戶） $n_h$	養殖漁戶年營運成本	
			平均年營運成本 $\bar{y}_i$ （十萬元）	標準差 $s_i$ （十萬元）
漁電共生（I）	100	20	120	100
非漁電共生（II）	400	80	50	60
合計	500（ $n'$ ）	100（ $n$ ）		75（ $s$ ）

(一) 估計該區域養殖漁戶平均年營運成本（ $\bar{Y}$ ）（以十萬元為單位）及該估計量的標準誤。（10 分）

(二) 如果此調查總預算為 44,500 元，取得養殖型態的單位成本為 9 元，調查營運成本的單位成本為 400 元（ $c'=9$ ， $c_h=400$ ），有關標準差、各層權重、各層平均年營運成本及標準差之母體資訊分別以前述樣本資料（ $s$ ， $w'_i = \frac{n'_i}{n'}$ ， $\bar{y}_i$ ， $s_i$ ）取代。試求：（15 分）

(1) 決定分層雙重抽樣的最佳抽樣設計（Optimum double sample plan），亦即求算  $n'$ 、 $n_h$ 。

(2) 就(1)的抽樣設計求算平均年營運成本估計量（以十萬元為單位）的變異數。

**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★★★★★

2. 《破題關鍵》分層雙重抽樣過去僅在 111 年關務考過估計值與標準誤的計算，雖今年度課程已強調數須加強內容，但此公式對於大多數同學而言仍不熟悉，可參考王瑋，抽樣方法 P.12-38 頁類似試題範例；然雙重抽樣樣本數的配置，過去也僅有 110 高考有命題，而且分層雙重抽樣的樣本數配置更是未曾考過，所以本題難度相當高，一般考生不易作答，可參考抽樣方法題庫講義 P.64 與總複習講義 P.22 相關公式。

**【擬答】**

(一) 此為分層雙重抽樣法

$$\begin{aligned} \bar{y}_{dst} &= \sum g_h \bar{y}_h = \sum \frac{n'_h}{n'} \bar{y}_h \xrightarrow{\text{估計}} \bar{Y} \\ &= \frac{100}{500} \times 120 + \frac{400}{500} \times 50 = 64 \text{ (十萬)} \end{aligned}$$

$$\sum_{h=1}^L g_h (\bar{y}_h - \bar{y}_{st})^2 = \frac{100}{500} (120 - 64)^2 + \frac{400}{500} (50 - 64)^2 = 784$$

$$\begin{aligned} &\sum_{h=1}^L \left[ g_h^2 - \frac{g_h'}{n'} g_h \right] \frac{s_h^2}{n_h} \\ &= (0.2^2 - \frac{300}{799} \cdot 0.2) \frac{100^2}{20} + (0.8^2 - \frac{300}{799} \cdot 0.8) \frac{60^2}{80} \\ &= 48.6979 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_{\bar{y}_{dst}} &= \sqrt{\frac{n'}{n'-1} \sum_{h=1}^L \left[ g_h^2 - \frac{g'}{n'} g_h \right] \frac{s_h^2}{n_h} + \frac{g'}{n'-1} \sum_{h=1}^L g_h (\bar{y}_h - \bar{y}_{st})^2} \\
 &= \sqrt{\frac{500}{500-1} \times 48.6979 + \frac{300/799}{500-1} \times 784} \\
 &= 7.0275
 \end{aligned}$$

(二)

$$1. \text{Var}(\bar{y}_{dst}) = \sum_{h=1}^L \left[ W_h^2 + \frac{g'}{n'} W_h (1 - W_h) \right] (1 - f_h) \frac{S_h^2}{n_h} + \frac{g'}{n'} \sum_{h=1}^L W_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2$$

$$\text{假設 } n' \text{ 夠大, } V = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} + \frac{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2}{n'}$$

抽樣總成本為  $C = c_h n_h + c' n'$

$$\text{欲使 } C \cdot V = (c_h n_h + c' n') \left( \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} + \frac{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2}{n'} \right) \text{ 最小}$$

當  $n_h = w_h n$ ，利用柯西不等式可知滿足

$$\frac{\sqrt{c_1 n_1}}{W_1 S_1 / \sqrt{n_1}} = \dots = \frac{\sqrt{c_L n_L}}{W_L S_L / \sqrt{n_L}}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{W_1 S_1 / \sqrt{c_1}} = \dots = \frac{n_L}{W_L S_L / \sqrt{c_L}}, \quad C \cdot V \text{ 有最小值}$$

可取  $n_h = \frac{W_h S_h / \sqrt{c_h}}{\sum W_h S_h / \sqrt{c_h}} \cdot n$ ，即談明配置下  $C \cdot V$  有最小值

當  $c_1 = c_2 = \dots = c_L \Rightarrow n_h = \frac{W_h S_h}{\sum W_h S_h} \cdot n$ ，即紐門配置

$$\text{因此 } V = \frac{(\sum W_h S_h)^2}{n} + \frac{\sum W_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2}{n'} = \frac{V_n}{n} + \frac{V'_n}{n'}$$

其中  $W_h, S_h, \bar{Y}_h$  可以  $w_i, s_i, \bar{y}_i$  取代之

$$\text{欲 } C \cdot V = (c_h n_h + c' n') \left( \frac{V_n}{n} + \frac{V'_n}{n'} \right) \text{ 最小}$$

$$\text{利用柯西不等式, 等號成立於 } \frac{n\sqrt{c_h}}{\sqrt{V_n}} = \frac{n'\sqrt{c'}}{\sqrt{V'_n}} \Rightarrow n = \frac{n'\sqrt{c'}}{\sqrt{V'_n}} \frac{\sqrt{V_n}}{\sqrt{c_h}}$$

代回總成本式, 可得

$$\text{第一重樣本大小為 } n' = \frac{C\sqrt{V'_n}}{\sqrt{c'(\sqrt{c_h V_n} + \sqrt{c' V'_n})}}$$

$$\text{第二重樣本大小為 } n = \frac{C\sqrt{V_n}}{\sqrt{c_h(\sqrt{c_h V_n} + \sqrt{c' V'_n})}}$$

當總花費  $C = 44500$ ，第一重成本  $c' = 9$ ，第二重成本  $c_h = 400$

$$\text{第一重變異數 } V'_n = \sum w_i (\bar{y}_i - \bar{y}_{dst})^2 = 784$$

$$\text{第二重 } V_n = \left(\sum w_i s_i\right)^2 = 4624$$

$$\text{第一重樣本數 } n' = \frac{44500 \times \sqrt{784}}{\sqrt{9(\sqrt{400 \times 4624} + \sqrt{9 \times 784})}} = 287.63$$

$$\text{第二重樣本數 } n = \frac{44500 \times \sqrt{4624}}{\sqrt{400(\sqrt{400 \times 4624} + \sqrt{9 \times 784})}} = 104.78$$

$n$  取 104 戶的情況下，根據紐門配置  $n_h = \frac{w_i s_i}{\sum w_i s_i} \cdot n$

$$n_1 = \frac{0.2 \times 100}{0.2 \times 100 + 0.8 \times 60} \times 104 = 30.6, n_1 \text{ 取 } 31$$

$$n_2 = \frac{0.8 \times 60}{0.2 \times 100 + 0.8 \times 60} \times 104 = 73.4, n_2 \text{ 取 } 73$$

2. 利用柯西不等式，得到最小平均年營運成本估計量  $V$  為

$$\begin{aligned} V &= \left(\frac{V_n}{n} + \frac{V'_n}{n'}\right) \geq \frac{\left(\sqrt{c_h V_n} + \sqrt{c' V'_n}\right)^2}{(c_h n + c' n')} = \frac{\left(\sqrt{c_h V_n} + \sqrt{c' V'_n}\right)^2}{C} \\ &= \frac{\left(\sqrt{400 \times 4624} + \sqrt{9 \times 784}\right)^2}{44500} = 46.857 \end{aligned}$$

**志光·保成·學儒 做你的學習靠山**

# 快速考取班

**掌握考取節奏  
安心學習無負擔**

**學費省很大**

全年課程不間斷，一次繳清學費輔導至考取

**課程最完整**

完整課程循環，基礎班→正規班→專題課→總複習…等

**上榜賺獎金**

報名考取班第一年考取同職等考試，頒發獎學金

**加選最超值**

輔導期間加選其科目增加考試機會，加選另享專案優惠

**公約有保障**

考取班簽訂公約，保障您的權利與義務至考取為止



**考取班 / 一年考取**

**雙料金榜**

蔡○婷

111高普考會計

我報名考取班，本來以為自己會準備很久，但有幸於第一年取得錄取之結果。面對排得滿滿的課表，做到每科上完都複習、練習習題，需要消化課堂內容，將老師教導的知識轉變成自己的，須要面臨進度、複習、老師期望、同學競爭、自責、不確定會不會上榜的壓力…『不要放棄！』，因為這些壓力會變成自己不敢懈怠的原因。

依各區規劃為主，請洽全國門市

四、欲了解 2022 年國內汽車銷售概況，就 2000 家汽車銷售業者進行調查，汽車銷售業者分為兩大類：國產型 (I) 及進口型 (II)，業者家數分別為  $N_1=1500$  及  $N_2=500$ 。抽樣方法採用分層隨機抽樣，依類別分層，從每一層分別隨機抽出 10 家業者進行調查。假設 2021 年 (x) 各類業者的年平均銷售量已知為： $\bar{X}_1=220$  (輛)； $\bar{X}_2=140$  (輛)。

調查結果 20 家業者在 2021 年 (x) 及 2022 年 (y) 的銷售量統計如下：

層別 (h)	變數	樣本均數 $\bar{y}_i, \bar{X}_i$	比率 ( $\hat{R}_h$ )	樣本共變異數 ( $S_{xyh}$ )	樣本標準差 $S_h$
I	y	240	1.2	7200	100
	x	200			
II	y	180	1.8	2200	60
	x	100			
合計	$s_y = 110, s_x = 90, s_{xy} = 9000$				

(一)利用下列估計量估計年平均銷售量 ( $\bar{Y}$ ) 及該估計量的變異數：(15 分)

- (1)  $\bar{y}_{st}$ ，分層隨機抽樣結合簡單均數估計量 (mean per unit estimator)。
- (2)  $\bar{y}_{Rs}$ ，分層隨機抽樣結合分開比率估計量 (separate ratio estimator)。
- (3)  $\bar{y}_{Rc}$ ，分層隨機抽樣結合混合比率估計量 (combined ratio estimator)。

(二)求算估計量  $\bar{y}_{st}$ 、 $\bar{y}_{Rs}$ 、 $\bar{y}_{Rc}$  對單位均數估計量 ( $\bar{y}$ ) 之相對效率 (relative efficiency)，並說明那個估計量具有較佳精確度。(10 分)

**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★★★
2. 《破題關鍵》個別比率與聯合比率估計量公式較為繁瑣不容易記憶，108 年高考考過類似題目，更早期的經典題是 102 年關務，同時出了個別迴歸與聯合迴歸，建議考生



需要同時研讀來加強公式的統整與記憶。王瑋，抽樣方法 P.11-8~P.11-14 類似的題型可參考。

## 【擬答】

(一)

$$1. \bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^2 W_h \bar{y}_h = \frac{1500}{2000} \times 240 + \frac{500}{2000} \times 180 = 225$$

$$2. r_h = \frac{\bar{y}_h}{\bar{x}_h} \Rightarrow r_1 = \frac{240}{200} = 1.2, r_2 = \frac{180}{100} = 1.8$$

$$\bar{y}_{Rs} = \frac{1}{N} \sum r_h X_h = \frac{1}{2000} (1.2 \times 1500 \times 220 + 1.8 \times 500 \times 140) = 261$$

$$3. r_c = \frac{\hat{Y}_{st}}{\hat{X}_{st}} = \frac{\sum N_h \bar{y}_h}{\sum N_h \bar{x}_h} = \frac{1500 \times 240 + 500 \times 180}{1500 \times 200 + 500 \times 100} = \frac{450000}{350000} = 1.2857$$

$$\bar{y}_{Rc} = r_c \cdot \bar{X} = 1.2857 \times \frac{1500 \times 220 + 500 \times 140}{2000} = 257.1429$$

$$(二) \text{均數估計量變異數為 } \text{var}(\bar{y}) = (1-f) \frac{S_y^2}{n} = (1 - \frac{20}{2000}) \frac{110^2}{20} = 598.95$$

$$1. \text{var}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum N_h (N_h - n_h) \frac{S_{yh}^2}{n_h}$$

$$= \frac{1}{2000^2} \left( 1500(1500 - 10) \frac{100^2}{10} + 500(500 - 10) \frac{60^2}{10} \right)$$

$$= 580.8$$

$$\text{分層簡單對均數估計量之相對效率 } \frac{\text{var}(\bar{y}_{st})}{\text{var}(\bar{y})} = \frac{580.8}{598.95} = 0.9697$$

$$2. s_{sh}^2 = s_{yh}^2 + r_h^2 s_{xh}^2 - 2r_h s_{xyh}$$

$$s_{s1}^2 = 100^2 + 1.2^2 \cdot 80^2 - 2 \cdot 1.2 \cdot 7200 = 1936$$

$$s_{s2}^2 = 60^2 + 1.8^2 \cdot 40^2 - 2 \cdot 1.8 \cdot 2200 = 864$$

$$\text{var}(\bar{y}_{Rs}) = \frac{1}{N^2} \sum N_h^2 (1-f_h) \frac{s_{sh}^2}{n_h}$$

$$= \frac{1}{2000^2} \left( 1500^2 \left(1 - \frac{10}{1500}\right) \frac{1936}{10} + 500^2 \left(1 - \frac{10}{500}\right) \frac{864}{10} \right)$$

$$= 113.466$$

$$\text{分開比率對均數估計量之相對效率 } \frac{\text{var}(\bar{y}_{Rs})}{\text{var}(\bar{y})} = \frac{113.466}{598.95} = 0.1894$$

$$3. s_{ch}^2 = s_{yh}^2 + r_c^2 s_{xh}^2 - 2r_c s_{xyh}$$

$$s_{c1}^2 = 100^2 + \left(\frac{45}{35}\right)^2 \cdot 80^2 - 2 \cdot \frac{45}{35} \cdot 7200 = 2065.3061$$

$$s_{c2}^2 = 60^2 + \left(\frac{45}{35}\right)^2 \cdot 40^2 - 2 \cdot \frac{45}{35} \cdot 2200 = 587.7551$$

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{y}_{Rc}) &= \frac{1}{N^2} \sum N_h^2 (1-f_h) \frac{s_{ch}^2}{n_h} \\ &= \frac{1}{2000^2} \left( 1500^2 \left(1 - \frac{10}{1500}\right) \frac{2065.3061}{10} + 500^2 \left(1 - \frac{10}{500}\right) \frac{587.7551}{10} \right) = 118.9990 \end{aligned}$$

混合比率對均數估計量之相對效率  $\frac{\text{var}(\bar{y}_{Rc})}{\text{var}(\bar{y})} = \frac{118.999}{598.95} = 0.1987$

綜合 1. 2. 3.，分層隨機抽樣結合分開比率估計量具有較佳精確度。



志光·保成·學儒 快速考取 有訣竅

## 聽聽商科考取學長姐怎麼說

<p><b>全國探花</b> <b>10個月考取</b> <b>李○丞</b> 111 高考經建行政</p> <p>基本上只要跟著老師的進度，就可以應對絕大部分的國考題目，太偏門的題目不用過度在意。若有多餘時間，建議可拿來加強申論計算題部分，最後再次強烈建議要耐著性子寫過所有老師提供的題目。感謝補習班提供的學習資源，讓我可以以非本科生的身分，在準備一年內就以不錯的成績上榜。</p>	<p><b>一年考取</b> <b>雙料金榜</b> <b>郭○瑄</b> 111 高普考財稅行政</p> <p>到補習班報名已經是9月下旬，由於本身非常不喜歡對著電腦上課，所以即使課程已經超過三分之一，還是決定報面授課程。因為申論題在高考占比很重，批改申論題的資源又難找，於是決定參加奪榜特訓班，一方面有各科老師批改，另一方面還有模擬考，對於沒考過又時間緊迫的我是非常重要的資源。</p>
<p><b>一年考取</b> <b>雙料金榜</b> <b>周○營</b> 111 高普考會計</p> <p>按照老師的進度，從4/1開始，每天練習歷屆試題，沒教過就做記號跳過，但有教過就要去弄懂，把常考的章節練熟，高普考前會有當年度身心障礙特考等考試，也要練習。一定要選擇最适合自己的讀書方法，有人需要做筆記，有人一本書主義，但最重要的，要一直練習題目，從題目去抓常考的章節。</p>	<p><b>一年考取</b> <b>優異考取</b> <b>李○亦</b> 111 普考統計</p> <p>非本科系的可以照著老師打勾的重點能背盡量背，另外總複習的課程也要多加留意近期的科技趨勢都可能成為命題重點。不要放棄自己的弱科，每科都有被救起來的機會。已經上手的科目要繼續保持，時常複習保持語感及記憶。開心念書最重要，必須擇你所愛，只有徹底沉浸在書海之中才能看得更多。</p>