

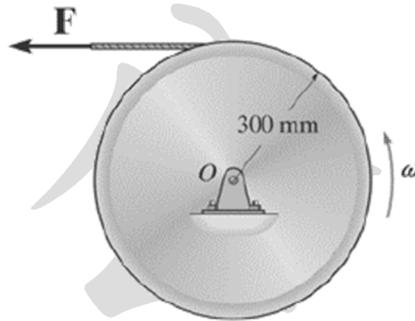
112 年公務人員普通考試試題

類 科：機械工程

科 目：機械力學概要

黃易老師解題

- 一、如圖一所示，一繩索纏繞於 10kg 的圓盤外緣上，若施加一力於繩索上， $F = (\frac{1}{4}\theta^3)\text{N}$ ，其中 θ 代表圓盤的旋轉角，以弧度表示。試求當圓盤轉 2 圈時，其角速度為何？圓盤具初始角速度 $\omega_0 = 1\text{rad/s}$ ， $\pi = 3.14159$ 。(20 分)



圖一

【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★。
2. 《破題關鍵》：動力學第四章剛體動力學。利用 $\sum M_O = I_O \alpha$ 可以得到角加速度，再利用

$\int_{\omega_0}^{\omega_1} \omega d\omega = \int_0^\theta \alpha d\theta$ ，就可以求出當圓盤轉 2 圈時，其角速度。

【擬答】

1. 求角加速度(α)

$$\sum M_O = I_O \alpha \Rightarrow F \times r = I_O \alpha \Rightarrow F \times r = (mr^2)\alpha \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\theta^3\right) \times (0.3\text{m}) = (10\text{kg})(0.3\text{m})^2(\alpha)$$

$$\therefore \alpha = \frac{\theta^3 \times (0.3\text{m})}{4(10\text{kg})(0.3\text{m})^2} = \frac{\theta^3}{12}$$

2. 求當圓盤轉 2 圈時，其角速度(ω_1)

$$\int_{\omega_0}^{\omega_1} \omega d\omega = \int_0^\theta \alpha d\theta = \int_0^{\theta=4\pi} \frac{\theta^3}{12} d\theta$$

$$\left[\frac{1}{2}\omega^2\right]_{\omega_0=1}^{\omega_1} = \left[\frac{\theta^4}{48}\right]_0^{\theta=4\pi} \Rightarrow \omega_1^2 = 1 + 2 \times \frac{(4\pi)^4}{48} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{1 + \frac{(4\pi)^4}{24}}$$

當當圓盤轉 2 圈 = $4\pi(\text{rad})$ 時

$$\omega_1 = \sqrt{1 + \frac{(4\pi)^4}{24}} = 32.25(\text{rad/sec})$$

ANS：當圓盤轉 2 圈時，其角速度為 $\omega_1 = 32.25(\text{rad/sec})$ 。

公職王歷屆試題 (112年普考)

二、如圖二所示，有一圓桿半徑為 0.1 m，兩端受到扭矩 $T=100 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 作用，並有軸力 $P=1000 \text{ kN}$ 作用在軸的兩側， $\pi=3.14159$ 。請回答以下問題：

(一)請計算出因為扭矩，該桿件所受的最大剪切應力為多少？(10分)

(二)在圓桿的最外側之材料所受到的最大主應力 (Principal stress) 為多少？(25分)



圖二

【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★。

2. 《破題關鍵》材料力學第五章組合應力。先利用扭轉所產生剪應力的公式 $\tau_T = \frac{TR_o}{J} = \frac{16T}{\pi d^3}$ 可以得因為扭矩，該桿件所受的最大剪切應力，再利用組合應力的方法可以得到圓桿的最外側之材料所受到的最大主應力。

【擬答】

1. 計算各負荷在圓桿壁上所產生的應力：

(1) 拉力 $P = 1 \times 10^6 \text{ N}$ 在圓桿橫斷面上所產生的拉應力 (σ_F)：

$$\text{面積}(A) = \pi[(100\text{mm})^2] = 10000\pi(\text{mm}^2)$$

$$\sigma_F = \frac{F}{A} = \frac{1 \times 10^6(\text{N})}{10000\pi(\text{mm}^2)} = 31.83(\text{MPa})$$

(2) 扭矩 $T = 100 \text{ kN}\cdot\text{m} = 1 \times 10^8 \text{ N}\cdot\text{mm}$ 在圓桿壁橫斷面上所產生的剪應力 (τ_T)：

$$\text{極慣性矩}(J) = \frac{\pi}{32} [(200\text{mm})^4] = 157079632.7(\text{mm}^4)$$

$$\tau_T = \frac{TR_o}{J} = \frac{(1 \times 10^8 \text{ N}\cdot\text{mm})(100\text{mm})}{157079632.7(\text{mm}^4)} = 63.66(\text{MPa})$$

(3) 圓桿壁表面應力元素為平面應力狀態：

$$\sigma_x = \sigma_F = 31.83(\text{MPa}), \sigma_y = 0, \tau_{xy} = 63.66(\text{MPa})$$

2. 在圓桿的最外側之材料所受到的最大主應力 (Principal stress)

(1) 繪應力狀態的莫耳圓，其中圓心 C 與半徑 R 分別為：

$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{31.83 + 0}{2} = 15.92(\text{MPa})$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} = \sqrt{\left(\frac{31.83 - 0}{2}\right)^2 + (63.66)^2} = 65.62(\text{MPa})$$

(2) 最大主應力 (σ_1)

$$\sigma_1 = C + R = 15.92 + 65.62 = 81.54(\text{MPa})$$

ANS：(一)因為扭矩，該桿件所受的最大剪切應力為 $63.66(\text{MPa})$ ；

(二)在圓桿的最外側之材料所受到的最大主應力 (Principal stress) 為 $81.54(\text{MPa})$ 。

志光 保成 學儒

我連過3榜!



>>> 跟著老師上課的進度走

很快地就可以把所有內容讀熟，順利上榜!

<電子學>一開始的基本觀念建立都是跟老師的課開始，將老師提供的筆記多次反覆的來抄寫背誦，基本上就有機會對大部份考題略懂。

<基本電學>及<電子學>筆記就照著老師板書寫的抄寫下來，熟讀筆記內容，接著就是不停地算題目，課本、題庫班的題目算熟，考試時會用到的觀念基本都在筆記以及題庫班中。

洪○銓

2狀元 & 1榜眼

111年高考電子工程 全國狀元

111年鐵路特考高員級電子工程 全國狀元

109年普考電子工程 全國榜眼.應屆考取



志光 保成 學儒 陪你

站上工科巔峰

電力工程 電子工程
機械工程 資訊處理

- 【全國狀元】111 高 考 電子工程 洪○銓
- 【全國榜眼】111 普 考 資訊處理 羅○昌
- 【台北市榜眼】111 地特三等 電子工程 郭○瑞
- 【台北市榜眼】111 地特四等 電力工程 張○境
- 【金門縣榜眼】111 地特三等 資訊處理 李○杰
- 【台北市探花】111 地特四等 電子工程 楊○榮
- 【高雄市探花】111 地特四等 電子工程 何○宇
- 【全國第五】112初 等 考 電子工程 陳○豪

- 【台北市第五】111 地特三等 電子工程 薛○文
- 【全國第七】111 普 考 電子工程 卓○倫
- 【全國第八】111 高 考 機械工程 江○禾
- 【全國第八】111 普 考 電力工程 陳○璋
- 【全國第八】111 普 考 電子工程 李○穎
- 【台北市第八】111 地特四等 資訊處理 吳○進
- 【全國第九】111 普 考 機械工程 施○佑

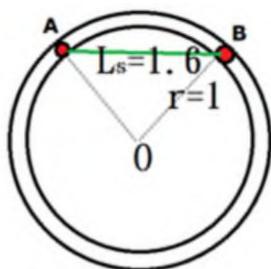
各類考試優秀考取

- 高考電力工程 丁○翔; 高考電力工程 陳○璋; 普考電力工程 梁○豐; 普考機械工程 金○璋; 高考資訊處理 陳○廷; 普考資訊處理 吳○翰; 普 考資訊處理 褚○華
 高考電力工程 王○甯; 高考電力工程 曾○倫; 高考電子工程 王○楷; 高考資訊處理 于 ○; 高考資訊處理 陳○明; 普考資訊處理 李○庭; 普 考資訊處理 劉○廷
 高考電力工程 吳○哲; 高考電力工程 葛○宇; 高考電子工程 卓○倫; 高考資訊處理 李○庭; 高考資訊處理 曾○瑄; 普考資訊處理 張○偉; 普 考資訊處理 劉○銘
 高考電力工程 吳○璿; 高考電力工程 蔡○昇; 高考電子工程 莊○雲; 高考資訊處理 胡○紘; 高考資訊處理 黃○迪; 普考資訊處理 張○慧; 普 考資訊處理 鄭○然
 高考電力工程 吳○顯; 高考電力工程 蔡○鎮; 普考電子工程 馮○恩; 高考資訊處理 張○偉; 高考資訊處理 廖○仲; 普考資訊處理 陳○明; 普 考資訊處理 賴○全
 高考電力工程 李○源; 高考電力工程 鄧○駿; 普考電子工程 蔣○霖; 高考資訊處理 許○傑; 高考資訊處理 劉○廷; 普考資訊處理 陳○堂; 地特三等 資訊處理 龍○穎
 高考電力工程 席○棠; 普考電力工程 吳○哲; 高考機械工程 黃○榮; 高考資訊處理 郭○哲; 高考資訊處理 賴○全; 普考資訊處理 曾○瑄; 初 等 考 電子工程 楊○榮
 高考電力工程 梁○豐; 普考電力工程 吳○璿; 普考機械工程 江○禾; 高考資訊處理 郭○楷; 高考資訊處理 羅○昌; 普考資訊處理 黃○迪; 初 等 考 電子工程 楊○文

版面有限 無法一一刊登

公職王歷屆試題 (112年普考)

三、如圖三所示，有兩個質量為 10 kg 的圓盤 A 與 B 被一彈簧 AB 所相連，彈簧的未拉伸長度為 1m，彈簧係數 $k=1000 \text{ N/m}$ 。現在將彈簧拉伸到長度 1.6m，並將圓盤 A 與 B 嵌入一在鉛垂面上的圓形（半徑為 1m）光滑滑槽中，保持彈簧 AB 為水平狀態，用手維持靜止狀態。若現在將手鬆開，請問當彈簧回復到非拉伸狀態時，試問圓盤的速度為多少？請用能量守恆定律求解。 $\cos(30^\circ)=0.8660$ ， $\sin(30^\circ)=0.5$ 。（20 分）



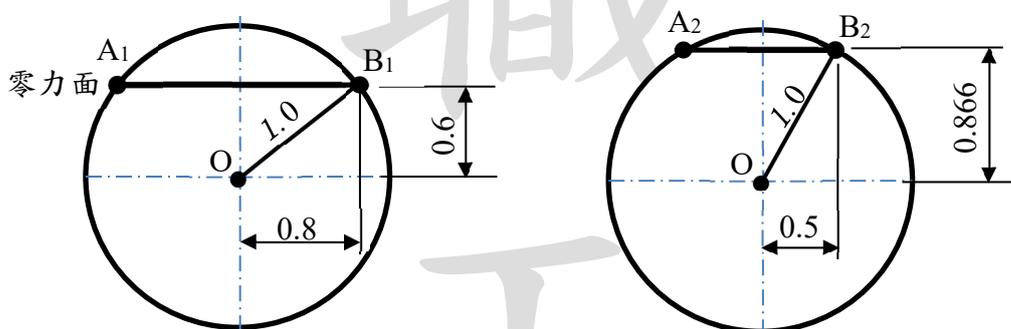
圖三

【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★。
2. 《破題關鍵》：動力學第二章質點動力學之機械能守恆。分別劃出狀態 1(彈簧拉伸到長度 1.6m)與狀態 2(彈簧回復到非拉伸狀態 1.0m)時，圓盤 A 與 B 的位置，令狀態 1 所在位置為零力面。狀態 1 有彈力位能與狀態 2 具有動能與重力位能。由幾何圖形的變化可以得圓盤 A 與 B 的垂直高度變化，根據力學能守恆便可以求出當彈簧回復到非拉伸狀態時，試問圓盤的速度為多少。

【擬答】

1. 分別劃出狀態 1 與狀態 2 時，圓盤 A 與 B 的位置，令狀態 1 所在位置為零力面。



狀態 1：彈簧拉伸到長度 1.6m

狀態 2：彈簧回復到非拉伸狀態(長度 1.0m)

2. 狀態 1 到狀態 2 時，A 與 B 的垂直高度變化(H)

$$H = 0.866 - 0.6 = 0.266(m)$$

3. 根據力學能守恆，彈簧被拉伸量($\Delta x = 1.6m - 1.0m = 0.6m$)，令重力加速度 ($= 9.81 \text{ m/sec}^2$)，

$$E_1 = E_2 \Rightarrow Ue_1 = Ug_2 + Ek_2 \Rightarrow \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = mgH + \frac{1}{2}m(V_2)^2$$

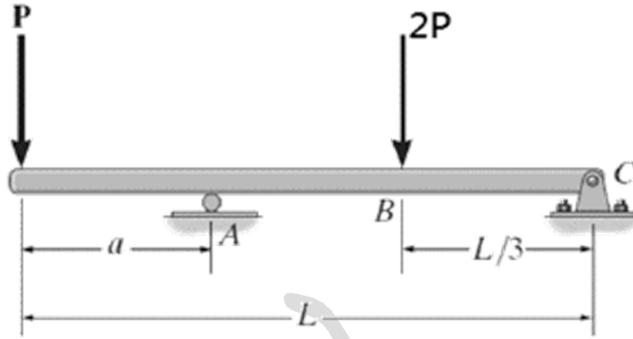
$$\frac{1}{2} \times (1000 \text{ N/m}) \times (0.6m)^2 = (2 \times 10kg)(9.81 \text{ m/sec}^2)(0.266 m) + \frac{1}{2}(2 \times 10kg)(V_2)^2$$

$$\therefore V_2 = \sqrt{\frac{180 - 52.1892}{10}} = 3.58(m/sec)$$

ANS：當彈簧回復到非拉伸狀態時，圓盤的速度為 $V_2 = 3.58(m/sec)$ 。

公職王歷屆試題 (112年普考)

四、如圖四所示，有一樑在 A 處為滾支承 (Roller support)，在 C 處為鉸支承 (Hinge support)，請問樑的最左側應該離 A 處多遠，使得在 B 處的截面上彎矩為零？(25 分)



圖四

【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★。
2. 《破題關鍵》：材料力學第 4 章樑之應力，解題方法為求樑支點的反力→取 B 點左側的自由體圖，因為題目已知使得在 B 處的截面上彎矩為零，對 B 點的取彎矩和=0，求得到樑的最左側應該離 A 處多遠(a 的長度)，使得在 B 處的截面上彎矩為零。

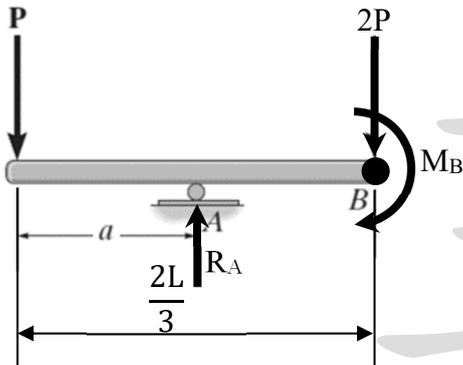
【擬答】

1. 求樑支點 A 的反力：

$$\sum M_C = 0 \quad \curvearrow +$$

$$R_A \times (L - a) - 2P \times \frac{L}{3} - P \times L = 0 \quad \therefore R_A = \frac{5PL}{3(L - a)} \quad (1)$$

2. 取 B 點左側的自由體圖



$$\sum M_B = 0 \quad \curvearrow +$$

$$P \times \frac{2L}{3} - R_A \times \left(\frac{2L}{3} - a\right) = 0 \Rightarrow R_A = \frac{5PL}{3(L - a)} = \frac{2PL}{3\left(\frac{2L}{3} - a\right)} \quad \therefore a = \frac{4}{9}L$$

ANS：最左側應該離 A 處 $a = \frac{4}{9}L$ ，可以使得在 B 處的截面上彎矩為零。