

112 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：機械工程

科 目：機械設計

陳廣明老師解題

一、如圖一所示為一實心圓柱轉軸結構，其中，直徑 $d=30\text{mm}$ 、直徑 $D=40\text{mm}$ 、寬度 $L_3=40\text{mm}$ ，該轉軸傳遞轉速 $n=1500\text{rpm}$ 並承受一 $F=2500\text{N}$ 之負載，負載施加位置至兩端軸承 b_1 及 b_2 之距離分別為 $L_1=90\text{mm}$ 及 $L_2=120\text{mm}$ ，已知該轉軸由降伏強度 $S_y=650\text{MPa}$ 、疲勞強度 $S_e=200\text{MPa}$ 之材料製成，試問：

(一)轉軸所受「最大彎曲應力」數值及位置？(10 分)

(二)若忽略扭矩對轉軸造成之應力，則依據 Soderberg 疲勞強度準則：

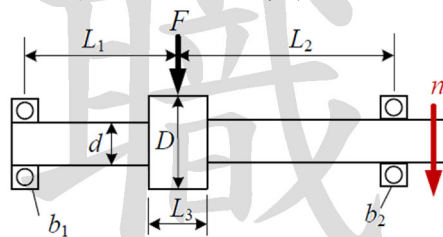
$\sigma_m + \sigma_a \left(\frac{S_y}{S_e} \right) \leq \frac{S_y}{N}$ (其中， σ_m 為平均應力、 σ_a 為振幅應力)，施加負載 F 處之「最小疲勞安全因子 N 」為多少？(5 分)

(三)若兩端軸承為相同之深溝球軸承，其基本額定動負載 $C=9.8\text{ kN}$ ，試問「最小軸承壽命」為多少小時？(10 分)

補充公式及說明：

(1)球軸承負載 F 與壽命 L 之關係為 $F^3 L = \text{常數}$ 。

(2)基本額定動負載 C 對應 10^6 轉之軸承額定壽命。



圖一 實心圓柱轉軸結構

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★

2. 《破題關鍵》

本題考第(一)小題求最大彎曲應力位置，因截面積緣故，並不是發生在最大彎曲力矩處，考生容易出錯。其餘 2 小題皆有給公式，考生可以求得正確解答

【擬答】

左端軸承受徑向力 F_A ，右端軸承受徑向力 F_B

由靜力平衡 $F_A = \frac{2500 \times 120}{90 + 120} = 1428.6(N)$

$F_B = 2500 - 1428.6 = 1071.4(N)$

(一)

在 F 力作用處左側有最大彎曲力矩 $M=1428.6 \times 90=128574(N \cdot mm)$

$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{32M}{\pi D^3} = \frac{32 \times 128574}{\pi \times 40^3} = 20.46\text{MPa}$

在左端 $90 - \frac{40}{2} = 70$ 處，彎曲力矩為 $M = 1428.6 \times 70 = 100002(N \cdot mm)$

$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 100002}{\pi \times 30^3} = 37.72\text{MPa}$

在左端 $90 + \frac{40}{2} = 110$ 處，彎曲力矩為 $M = 1428.6 \times 110 - 2500 \times 20 = 107146(N \cdot mm)$

$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 107146}{\pi \times 30^3} = 40.42\text{MPa}$

故最大彎曲應力發生在距離左端 110mm 處，考慮直徑 $d=30\text{mm}$ 時，其值為 40.42MPa

(二)

此為完全反覆的變動附載，在施加負載 F 處 $\sigma_m = 0$ ， $\sigma_a = 20.46MP_a$

由公式 $0 + 20.46 \left(\frac{650}{200}\right) \leq \frac{650}{N}$ ， $N \leq 9.775$ ，最小疲勞安全因子 N 取 9.775

(三)

左端承軸： $(9.8 \times 10^3)^3 \times 10^6 = 1428.6^3 \times L$

$$L = 3.228 \times 10^8 \text{ 轉}$$

$$3.228 \times 10^8 = 1500 \times H \times 60, H = 3586.77 \text{ 小時}$$

右轉軸承： $(9.8 \times 10^3)^3 \times 10^6 = 1071.4^3 \times L$

$$L = 7.652 \times 10^8 \text{ 轉}$$

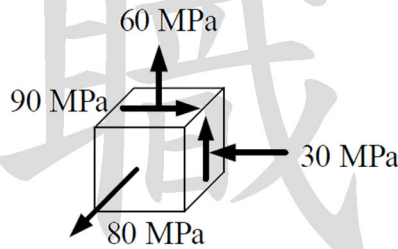
$$7.652 \times 10^8 = 1500 \times h \times 60, h = 8503.17 \text{ 小時}$$

二、有一正向降伏強度 $S_y = 400MP_a$ 之零件，已知該零件某位置承受如圖二所示之應力狀態，試分別依據「最大剪應力 (Maximum shear stress)」及「畸變能 (Distortion energy)」失效準則分析此位置之「安全因子 N」為何？(25 分)

補充公式及說明：

(1) 最大剪應力失效準則： $\tau_{max} \leq \frac{0.5S_y}{N}$

(2) 畸變能失效準則： $\sigma_e \frac{S_y}{N}$ ， $\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}$ ，其中 σ_1 、 σ_2 及 σ_3 為三個方向的主應力 (Principal stress)。



圖二

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》

本題為三維應力題型，且失效準則公式有給，所以考生只要能解出主應力，及配合材料力學觀念，即可正確解答。

【擬答】

由題目知 $\sigma_x = -30MP_a$ ， $\sigma_y = 60MP_a$ ， $\sigma_z = 80MP_a$ ， $\tau_{xy} = 90MP_a$

$$x、y \text{ 平面主應力 } \sigma_{1,2} = \frac{-30+60}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-30-60}{2}\right)^2 + 90^2} = 15 \pm 100.62$$

$$\sigma_1 = 15 + 100.62 = 115.62MP_a$$

$$\sigma_2 = 15 - 100.62 = -85.62MP_a$$

$$\sigma_3 = \sigma_z = 80MP_a$$

$$\tau_{max} = 100.62MP_a$$

註：本題目可由三維應力模式

$$\sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)\sigma - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_x\tau_y\tau_z - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0$$

其中 τ_{yz} 及 $\tau_{zx} = 0$ ，解得 σ 三個解即 σ_1 、 σ_2 、 σ_3

(1) 最大剪應力失效準則： $100.62 \leq \frac{0.5 \times 400}{N}$ ， $N \leq 1.987$

(2)畸變能失效準則：

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(115.62 - (-85.62))^2 + (-85.62 - 80)^2 + (80 - 115.62)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 186 \text{MPa}$$

$$186 \leq \frac{400}{N}, N \leq 2.15$$

志光保成學儒

我連過3榜!



>>> 跟著老師上課的進度走

很快地就可以把所有內容讀熟，順利上榜!

<電子學>一開始的基本觀念建立都是跟老師的課開始，將老師提供的筆記多次反覆的來抄寫背誦，基本上就有機會對大部份考題略懂。

<基本電學>及<電子學>筆記就照著老師板書寫的抄寫下來，熟讀筆記內容，接著就是不停地算題目，課本、題庫班的題目算熟，考試時會用到的觀念基本都在筆記以及題庫班中。

洪○銓

2狀元 & 1榜眼

111年高考電子工程 全國狀元

111年鐵路特考高員級電子工程 全國狀元

109年普考電子工程 全國榜眼、應屆考取



志光保成學儒 陪你

站上工科巔峰

電力工程 電子工程
機械工程 資訊處理

【全國狀元】111 高 考 電子工程 洪○銓	【台北市第五】111 地特三等 電子工程 薛○文
【全國榜眼】111 普 考 資訊處理 羅○昌	【全國第七】111 普 考 電子工程 卓○倫
【台北市榜眼】111 地特三等 電子工程 郭○瑞	【全國第八】111 高 考 機械工程 江○禾
【台北市榜眼】111 地特四等 電力工程 張○境	【全國第八】111 普 考 電力工程 陳○璋
【金門縣榜眼】111 地特三等 資訊處理 李○杰	【全國第八】111 普 考 電子工程 李○穎
【台北市探花】111 地特四等 電子工程 楊○榮	【台北市第八】111 地特四等 資訊處理 吳○進
【高雄市探花】111 地特四等 電子工程 何○宇	【全國第九】111 普 考 機械工程 施○佑
【全國第五】112 初 等 考 電子工程 陳○豪	

各類考試優秀考取

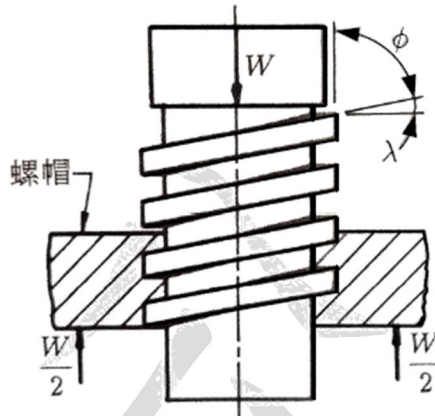
高考電力工程 丁○翔; 高考電力工程 陳○璋; 普考電力工程 梁○豐; 普考機械工程 金○璋; 高考資訊處理 陳○廷; 普考資訊處理 吳○翰; 普 考資訊處理 褚○華
 高考電力工程 王○甯; 高考電力工程 曾○倫; 高考電子工程 王○榕; 高考資訊處理 于 ○; 高考資訊處理 陳○明; 普考資訊處理 李○庭; 普 考資訊處理 劉○廷
 高考電力工程 吳○哲; 高考電力工程 葛○宇; 高考電子工程 卓○倫; 高考資訊處理 李○庭; 高考資訊處理 曾○璋; 普考資訊處理 張○偉; 普 考資訊處理 劉○銘
 高考電力工程 吳○瑋; 高考電力工程 蔡○昇; 高考電子工程 莊○雲; 高考資訊處理 胡○紘; 高考資訊處理 黃○迪; 普考資訊處理 張○慧; 普 考資訊處理 鄭○然
 高考電力工程 吳○顯; 高考電力工程 蔡○鎮; 普考電子工程 馮○恩; 高考資訊處理 蔣○霖; 高考資訊處理 許○傑; 普考資訊處理 廖○仲; 普考資訊處理 陳○明; 普 考資訊處理 賴○全
 高考電力工程 李○源; 高考電力工程 鄧○駿; 普考電子工程 蔣○霖; 高考資訊處理 許○傑; 普考資訊處理 劉○廷; 普考資訊處理 陳○堂; 地特三等 資訊處理 龍○穎
 高考電力工程 席○棠; 普考電力工程 吳○哲; 普考機械工程 黃○榮; 普考資訊處理 郭○哲; 普考資訊處理 賴○全; 普考資訊處理 曾○璋; 初 等 考 電子工程 楊○榮
 高考電力工程 梁○豐; 普考電力工程 吳○瑋; 普考機械工程 江○禾; 普考資訊處理 郭○楷; 普考資訊處理 羅○昌; 普考資訊處理 黃○迪; 初 等 考 電子工程 楊○文

版面有限 無法一一刊登

公職王歷屆試題 (112年高三級)

三、如圖三所示，有一立式雙螺紋方牙螺桿傳動裝置，已知螺桿節圓直徑 $d_m=35\text{mm}$ 、節距 $p=4\text{mm}$ 、螺紋面間之摩擦係數 $\mu=0.1$ ，若負載 $W=8\text{kN}$ ，期望設計上升速率 $v=20\text{mm/s}$ ，則傳動功率 $P=?$ (25分)

補充公式及說明：負載螺桿上升所需扭矩 $T=\frac{Wd_m}{2} \left(\frac{\pi\mu d_m + \ell}{\pi d_m - \mu\ell} \right)$ ，其中， ℓ 為導程。



圖三 螺桿傳動裝置示意圖

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》

本題為螺旋起重機考題，考生只要有注意到本題螺桿是雙線螺紋，配合題目已知公式與功率計算式，即可正確解答

【擬答】

導程 $\ell = 2 \times 4 = 8\text{mm}$

由題目公式：扭矩 $T = \frac{8 \times 10^3 \times 35}{2} \left(\frac{\pi \times 0.1 \times 35 + 8}{\pi \times 35 - 0.1 \times 8} \right) = 24.36 \times 10^3 \text{N} \cdot \text{mm}$

$= 24.36 \text{N} \cdot \text{m}$

$\frac{v}{\ell} = \frac{20}{8} = 2.5 \text{轉}/\text{sec}$ ，角速度 $\omega = 2.5 \times 2\pi = 15.7 \text{rad}/\text{sec}$

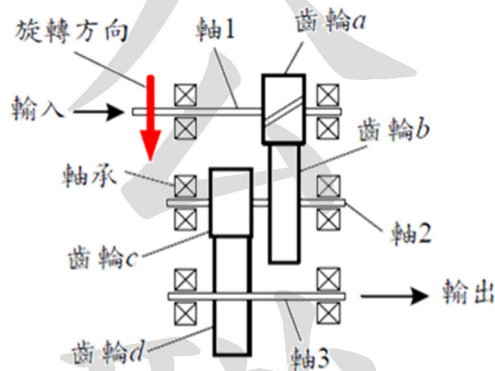
傳動功率 $P = T \times \omega = 24.36 \times 15.7 = 382.65 (\text{N} \cdot \text{m}/\text{sec})$ ，(瓦特)

公職王歷屆試題 (112年高三級)

四、如圖四所示為一螺旋齒輪傳動系統，輸入動力由軸1上之齒輪a傳遞給軸2之齒輪b，再由齒輪c傳遞至軸3之齒輪d後輸出；已知輸入軸之傳遞功率 $P_1=10\text{ kW}$ 、轉速 $n_1=1200\text{ rpm}$ （由左側軸端觀察，旋轉方向為順時針旋轉），已知齒輪均為無轉位量之標準螺旋齒輪（規格如表一），考慮經一螺旋齒輪對傳遞後功率損失2%，試作答以下問題：

- (一)若已知齒輪a為左旋齒輪，請合理決定齒輪b、c、d之螺旋方向（左旋或右旋）？以及齒輪b、c、d所受之軸向力方向（向左或向右）？（7分）
- (二)軸2及軸3傳遞之轉速及扭矩分別為多少？（10分）
- (三)若欲使軸2上兩齒輪所產生之軸向力互相抵消，則齒輪c之節圓螺旋角應設計為多少？（8分）

補充公式及說明：螺旋齒輪輪齒在節圓位置所受之切向力 F_t 與軸向力 F_a 之關係式為 $F_a = F_t \tan \beta$ ，其中， β 為節圓螺旋角。



圖四 螺旋齒輪傳動系統簡圖

表一 齒輪規格

項目 (單位)	高速級齒輪組		低速級齒輪組	
	齒輪 a	齒輪 b	齒輪 c	齒輪 d
法向模數(mm)	2.5		4.0	
法向壓力角(度)	20		20	
節圓螺旋角(度)	11		?	
尺數	17	43	17	37

【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★★
2. 《破題關鍵》

本題為螺旋齒輪系，為歷屆少出之題型，需有輪系及螺旋齒輪的計算能力才能順利解答，往後授課會將本題列入教材授課。

【擬答】

(一)已知 a 輪左旋，所以啮合輪 b 輪為右旋，在 C 輪因考慮軸 2 之軸向力抵消，採用右旋齒輪，啮合輪 D 輪採用左旋齒輪。在軸向力部分，齒輪 b 向右，齒輪 C 向左，齒輪 d 向右。

(二)軸 2 轉速 n_2 ， $\frac{n_2}{1200} = \frac{17}{43}$ ，得 $n_2 = 1569.2\text{ rpm}$

軸 2 傳遞功率 $P_2 = 10 \times 0.98 = 9.8\text{ kw}$

軸 2 扭矩 T_2 ， $9.8 \times 10^3 = T_2 \times \frac{2\pi \times 1569.2}{60}$ ，得 $T_2 = 59.6(N - m)$

同理軸 3， $\frac{n_3}{1569.2} = \frac{17}{37}$ ， $n_3 = 720.98\text{ rpm}$

$P_3 = 9.8 \times 0.98 = 9.604\text{ kw}$

$9.604 \times 10^3 = T_3 \times \frac{2\pi \times 720.98}{60}$ 得 $T_3 = 127.2(N - m)$

公職王歷屆試題 (112 年高考三級)

(三) 節圓直徑 D ，法向模數 m_n ，螺旋角 α ，齒數 N

$$D = \frac{Nm_n}{\cos \alpha}$$

$$\text{A 輪 } D_A = \frac{17 \times 2.5}{\cos 11} = 43.3 \text{ mm}$$

$$\text{B 輪 } D_B = \frac{43 \times 2.5}{\cos 11} = 109.5 \text{ mm}$$

$$\text{B 輪切線力} = \frac{T_2}{\frac{D_B}{2}} = \frac{59.6 \times 10^3}{\frac{109.5}{2}} = 1089.6 \text{ (N)}$$

$$\text{B 輪軸向力 } F_{Ba} = 1089.6 \times \tan 11 = 211.6 \text{ (N)}$$

$$\text{B 輪軸向力 } F_{Ba} = \text{C 輪軸向力 } F_{Ca} = 211.6 \text{ (N)}$$

設 C 輪螺旋角為 α

$$D_C = \frac{17 \times 4}{\cos \alpha} = \frac{68}{\cos \alpha}$$

$$\text{C 輪切線力} = \frac{59.6 \times 10^3}{\frac{D_C}{2}} = 1752.94 \cos \alpha = F_{ct}$$

$$F_{Ca} = F_{ct} \times \tan \alpha$$

$$211.6 = 1752.94 \cos \alpha \times \tan \alpha = 1752.94 \sin \alpha$$

$$\text{得 } \sin \alpha = \frac{211.6}{1752.94}, \text{ 得 } \alpha = 6.93 \text{ 度}$$