

## 112 年公務人員高等考試三級考試試題

類科：衛生技術

科目：生物統計學（含流行病學）

王瑋老師解題

一、某個疾病的黃金診斷方式雖然準確度高，但檢驗成本非常高，研究團隊希望能發展一個成本較低、操作容易、安全的篩檢工具，為了測試這個新型篩檢工具的準確度，招募了 50 名志願者同時以黃金診斷方式及新型篩檢工具進行檢驗，結果如下表：

新型篩檢工具	黃金診斷方式		總人數
	陽性	陰性	
陽性	10	5	15
陰性	15	20	35
總人數	25	25	50

請計算新型篩檢工具的敏感度、精確度、陽性預測值及陰性預測值。另請說明疾病的盛行率是否會影響新型篩檢工具的敏感度、精確度、陽性預測值及陰性預測值。（25 分）

1. 考題難易：★★☆☆☆

2. 解題關鍵：疾病篩檢的敏感度、特異度與陽性預測值屬課內基本問題，多個年度皆有類似計算題，如 111 年與 109 年地特四等衛技，並且透過不同盛行率的比較，得知盛行率是影響陽性率的重要因子，在 111 年地特四等衛技與 107 年高考衛行皆有類似考題。本題特別需要注意的是盛行率與敏感度、特異度的關係，詳細討論可參考王榮德，流行病學方法論與呂宗學，簡明臨床流行病學。

3. 出版社書籍命中特區：王瑋，流行病學，志光出版，頁 3-50~55；王瑋，流行病學精選 500 題全解，志光出版，頁 88~92。

【擬答】：

$$(-) \text{ 敏感度 } Sen = \frac{10}{25} = 0.4, \text{ 精確度 } Sp = \frac{20}{25} = 0.8$$

$$\text{陽性預測值 } PV+ = \frac{10}{15} = 0.6667, \text{ 陰性預測值 } PV- = \frac{20}{35} = 0.5714$$

(二) 假設敏感度與特異度不變的情況下，假設疾病盛行率為 40%，重新將資料整理如下：

新型篩檢工具	黃金診斷方式		總人數
	陽性	陰性	
陽性	8	6	14
陰性	12	24	36
總人數	20	30	50

$$\text{陽性預測值 } PV+ = \frac{8}{14} = 0.5714, \text{ 陰性預測值 } PV- = \frac{24}{36} = 0.6667$$

可知當疾病的盛行率越低時，陽性預測值也會越低，但陰性預測值會提高。

理論上，篩檢工具的敏感度與精確度和評估該檢查的病人樣本疾病盛行率的關係應該是獨立的。但實際上病人的某些特徵，譬如疾病分期的嚴重度，可能與檢查的敏感度特異度及盛行率有關。如果該疾病的標記與疾病的嚴重度有關，意即越末期的病人就越容易得到陽性的結果時，所以此時若將此篩檢工具應用在盛行率較低的族群，其敏感度會下降，精確度會提高。

二、研究發現女性的初經年齡與乳癌生成有關，一般而言初經年齡愈小乳癌風險愈高。在已發展國家的長期資料中顯示女性初經年齡有逐漸降低的趨勢，因此某研究擬探討女性幼年時期的社經狀況與初經年齡間的關係，經收集20名藍領家庭女孩的初經年齡平均值為13.4歲，標準差為1.4歲；30名白領家庭女孩的初經年齡平均值為12.9歲，標準差為1.5歲。請協助此研究者以適當的統計方法檢定白領家庭女孩的初經年齡是否較小。（假定不同社經狀況的初經年齡變異數相同，設 $\alpha = 0.05$ ， $t_{40,0.95} = 1.684$ ， $t_{60,0.95} = 1.671$ ）（25分）

1. 《考題難易》：★☆☆☆☆
2. 《破題關鍵》：獨立樣本 t 檢定是相當基本的課內考題，題目已強調變異數相同，所以可直接採合併變異數之 t 檢定的方法。本題如同本年度的普考試題，出題老師給錯 t 分配的自由度，但對於作答影響不大。去年 111 年包括高考衛行與衛技、普考衛行與衛技、以及地特三等衛行與衛技皆有命題。
3. 出版社書籍命中特區：獨立樣本 t 檢定相關考題可參考王瑋，生物統計學 P.165 至 P.172 諸多類似試題。

【擬答】：

在變異數相同的情況下，採用合併變異數之 t 檢定比較平均數

設藍領家庭女孩初經年齡為  $X_i$ ，白領家庭女孩初經年齡為  $Y_i$

$$H_0: \mu_y \geq \mu_x \quad H_1: \mu_y < \mu_x$$

$$\alpha = 0.05$$

$$s_p^2 = \frac{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}{n+m-2} = \frac{(20-1) \cdot 1.4^2 + (30-1) \cdot 1.5^2}{20+30-2} = 2.1352$$

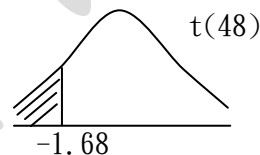
$$T^* = \frac{\bar{Y} - \bar{X}}{\sqrt{s_p^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}} = \frac{12.9 - 13.4}{\sqrt{2.1352 \left( \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \right)}} = -1.19 \notin C$$

$$C: \{T^* < t_{48,0.05} \approx -1.68\}$$

不拒絕  $H_0$ ，沒有顯著的證據說

白領家庭女孩初經年齡較小

註：本卷未附合適的查表值，取較接近的 t 值即可。



公職王歷屆試題 (112 高考三級)

三、271 名三酸甘油酯正常的成年人參加一項維他命 A 補充錠試驗，隨機分配 133 名受試者為實驗組，138 名受試者為對照組。數年後發現實驗組中有 15 人的三酸甘油酯高於正常值，對照組中則有 2 人三酸甘油酯過高，請問上述資料可以計算兩組的三酸甘油酯異常之盛行率還是發生率？並請實際計算之，同時請以適當的統計方法檢定兩組三酸甘油酯異常率是否不同？（設  $\alpha = 0.05$ ， $\chi^2_{1,0.95} = 3.84$ ， $\chi^2_{1,0.995} = 7.88$ ， $\chi^2_{1,0.999} = 10.83$ ）（25 分）

1. 《考題難易》：★☆☆☆☆
2. 《破題關鍵》：非常基本的卡方齊一性檢定，屬課內基本題。這兩年包括 111 高考衛技、111 與 110 年高考二級衛行皆有命題。
3. 出版社書籍命中特區：王瑋，生物統計學 P.255~261；王瑋，生物統計學精選 500 題全解，志光出版，頁 311~327 有諸多類似試題。

【擬答】：

(一)可將資料整理如下：

三酸甘油酯	過高	無過高	總和
實驗組	15	118	133
對照組	2	136	138
總和	17	254	271

因為是隨機分配實驗，所以可計算兩組的三酸甘油酯異常的發生率

實驗組三酸甘油酯異常的發生率為  $\frac{15}{133} = 0.1128$

對照組三酸甘油酯異常的發生率為  $\frac{2}{138} = 0.0145$

(二)比較兩組發生率是否不同，可採用卡方齊一性檢定。表格斜線的左上方為觀察值，右下角則可計算期望值。

三酸甘油酯	過高	無過高	總和
實驗組	15 8.34	118 124.66	133
對照組	2 8.66	136 129.34	138
總和	17	254	271

$H_0$ : 兩組三酸甘油酯異常率相同

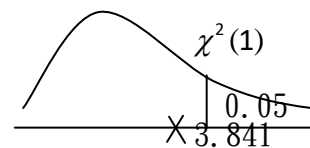
$H_1$ : 兩組三酸甘油酯異常率不相同

$\alpha = 0.05$ ,  $df = (2-1) \times (2-1) = 1$

以 Yate's 校正後計算檢定統計量

$$\chi^2 = \sum \frac{(|O_i - E_i| - \frac{1}{2})^2}{E_i}$$

$$= \frac{(|15 - 8.34| - 0.5)^2}{8.34} + \dots + \frac{(|136 - 129.34| - 0.5)^2}{129.34} = 9.53 \in C$$



拒絕  $H_0$ ，有顯著證據說兩組三酸甘油酯異常率不相同

四、表一係早產兒妊娠週數及出生一週之血中甲狀腺素的數據分布：

妊娠週數	甲狀腺素 (ug/dL)
24	6.5
25	7.1
26	7.0
27	7.1
28	7.2
29	7.1
30	8.1
31	8.7
32	9.5
33	10.1

(表一)

(一)請依照上述資料算出以妊娠週數預估早產兒血中甲狀腺素的最佳迴歸線，並解釋迴歸係數的涵義。(10分)

(二)表二為上述資料進行迴歸分析時所產生的變異量分析表，請以適當的統計方法檢定妊娠週數是否能預測甲狀腺素的變化。(設  $\alpha = 0.01$ ， $F_{1,8,0.999} = 25.42$ ) (15分)

變異量來源	自由度	平方和
迴歸	1	11.128
誤差	8	2.096
總變異量	9	13.224

(表二)

- 《考題難易》：★★☆☆☆
- 《破題關鍵》：簡單線性迴歸雖屬課內基本題，但給原始資料求算迴歸係數與方程式已多年未命題，最近的考題是 107 高考衛行；至於迴歸分析之變異數分析表則是近年考題的常客，111 高考衛行與 111 地特三等衛生皆有類似考題。
- 出版社書籍命中特區：王瑋，生物統計學 P.293~301；王瑋，生物統計學精選 500 題全解，志光出版，頁 371~378 有諸多類似試題。

【擬答】：

(一)設妊娠週數為  $X_i$ ，甲狀腺素為  $Y_i$

$$\bar{X} = 28.5, S_X^2 = 9.1667 ; \bar{Y} = 7.84, S_Y^2 = 1.4693$$

$$\Rightarrow SS_X = (10 - 1) \times 9.1667 = 82.5$$

$$SS_Y = (10 - 1) \times 1.4693 = 13.224$$

$$\sum XY = 2264.7$$

$$\Rightarrow SS_{XY} = 2264.7 - 10 \times 28.5 \times 7.84 = 30.3$$

公職王歷屆試題 (112 高考三級)

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{XY}}{SS_X} = \frac{30.3}{82.5} = 0.3673$$

代表每增加一週妊娠週數，則甲狀腺素增加0.3673 ug/dL

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} = 7.84 - \frac{30.3}{82.5} \times 28.5 = -2.6273$$

最佳迴歸線為  $\hat{Y} = -2.6273 + 0.3673X$

(二)變異數分析表整理如下

變異量來源	自由度	平方和	均方	F 值
迴歸	1	11.128	11.128	42.473
誤差	8	2.096	0.262	
總變異量	9	13.224		

變異數分析表可用以檢定迴歸模式是否成立

$$H_0: \beta_1 = 0 \quad H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$\alpha = 0.01$$

$$F^* = 42.473 \in C$$

$$C: \{F^* > F_{1,8,0.99} = 25.42\}$$

拒絕  $H_0$ ，代表妊娠週數預測甲狀腺素的變化達到統計上顯著

註：本卷給錯 F 查表值，應給  $F_{1,8,0.99}$  而不是  $F_{1,8,0.999}$ 。